THƯ NGỎ

Gửi các em học sinh lớp 6, 7, 8, 9
Năm học 2026 – 2027

Các em học sinh thân mến!

Sau nhiều năm đồng hành cùng các thế hệ học sinh, thầy Nguyễn Dũng nhận thấy rằng: để học tốt môn Toán, các em không chỉ cần chăm chỉ mà còn cần một hệ thống kiến thức rõ ràng, phương pháp học phù hợp và những bài tập được sắp xếp từ cơ bản đến nâng cao một cách khoa học.

Chính vì vậy, trong những ngày hè này, thầy đã dành rất nhiều thời gian và nhiều đêm thức muộn để nghiên cứu chương trình, chắt lọc kiến thức, lựa chọn dạng bài, tự biên soạn và chỉnh sửa từng chuyên đề. Bộ sách Toán dành cho học sinh lớp 6, 7, 8, 9 năm học 2026 – 2027 được ra đời từ chính những trăn trở đó.

Bộ sách gồm hai phần: CƠ BẢN và NÂNG CAO. Phần Cơ bản giúp các em xây chắc nền tảng, hiểu bản chất và thành thạo những kiến thức quan trọng. Phần Nâng cao giúp các em rèn tư duy, khả năng phân tích, trình bày và chinh phục những bài toán khó hơn.

Thầy không mong các em học thật nhiều trong một ngày. Thầy mong các em học thật chắc từng kiến thức, hiểu vì sao mình làm đúng, biết mình sai ở đâu và kiên trì sửa từng lỗi nhỏ. Mỗi bài toán được giải bằng sự cố gắng hôm nay sẽ trở thành một bước tiến trên hành trình trưởng thành của các em.

Thầy cũng hy vọng bộ sách này không chỉ là một tập tài liệu để làm bài, mà sẽ trở thành một người bạn đồng hành cùng các em trong suốt năm học 2026 – 2027.

Hãy học bằng sự chủ động, làm bài bằng sự kiên trì và đừng ngại những bài toán khó. Bởi đôi khi, chính bài toán khiến chúng ta phải suy nghĩ lâu nhất lại là bài toán giúp chúng ta tiến bộ nhiều nhất.

Chúc các em một năm học mới thật nhiều năng lượng, tự tin và tiến bộ. Thầy tin rằng, nếu các em cố gắng đủ lâu, những điều tưởng như khó khăn hôm nay sẽ trở thành niềm tự hào của ngày mai.

Thân ái!
Thầy Nguyễn Dũng

KÝ TÊN SÁCH

_____

PHẦN A. ĐẠI SỐ

CHƯƠNG 1. ĐA THỨC

Bài 1. ĐƠN THỨC

I. LÝ THUYẾT.

1) Đơn thức và đơn thức thu gọn.

- ♣ Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số hoặc một biến hoặc có dạng tích của những số và biến.

2) Đơn thức thu gọn, bậc của một đơn thức.

- ♣ Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm một số hoặc có dạng tích của một số với những biến, mỗi biến chỉ xuất hiện một lần và đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.
- ♣ Tổng các số mũ của các biến trong một đơn thức thu gọn với hệ số khác 0 gọn là bậc của đơn thức đó.
- ♣ Trong một đơn thức thu gọn, phần số còn gọi là hệ số, phần còn lại gọi là phần biến.

  Cụ thể: Với đơn thức $(-2)^7 x^3y^5z$ thì phần hệ số là $(-2)^7$ còn phần biến là x^3y^5z
- ♣ Với các đơn thức có hệ số là 1 hay -1 ta không viết số 1.

  Cụ thể: Với đơn thức $-x^5y$ có hệ số là -1
- ♣ Mỗi số khác 0 cũng là một đơn thức thu gọn với bậc là 0
- ♣ Số 0 cũng được gọi là một đơn thức, đơn thức này không có bậc.

3) Đơn thức đồng dạng.

- ♣ Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có phần biến giống nhau.
- ♣ Hai đơn thức động dạng thì có cùng bậc.
- ♣ Để thực hiện phép cộng, trừ các đơn thức đồng dạng, ta cộng, trừ phần hệ số và giữ nguyên phần biến.

  Cụ thể $3x^2y+(-7)x^2y=-4x^2y$

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Xác định hệ số, phần biến, bậc của đơn thức $\frac{-3}{4}x^2y.\left(\frac{2}{3}xy^2z\right)$

Bài 2: Thực hiện phép tính:

a) $x^2y-7x^2y+5xy^2$ b) $-5xy^3-7y^2(xy)$ c) $3x^4-\left(5x^2\right)^2$

Bài 3: Cho đơn thức $A=\left(\frac{2}{3}x^2y^2\right)\left(\frac{-6}{5}x^4y^3\right)$.

MỤC LỤC

PHẦN A. ĐẠI SỐ 2
CHƯƠNG 1. ĐA THỨC 2
Bài 1. ĐƠN THỨC 2
Bài 2. ĐA THỨC 7
Bài 3. CỘNG, TRỪ ĐA THỨC 9
Bài 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC 12
Bài 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC. 16
CHƯƠNG 2. HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ VÀ ỨNG DỤNG 18
Bài 1. HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG, BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU 18
Bài 2. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU. 23
Bài 3. TỔNG VÀ HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG. 25
Bài 4. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ. 27
CHƯƠNG 5. DỮ LIỆU VÀ BIỂU ĐỒ. 33
Bài 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU 33
Bài 2. BIỂU DIỄN DỮ LIỆU BẰNG BẢNG, BIỂU ĐỒ. 36
Bài 3. PHÂN TÍCH SỐ LIỆU THỐNG KÊ DỰA VÀO BIỂU ĐỒ. 39
CHƯƠNG VI. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ. 42
Bài 1. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ 42
Bài 2: TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ. 46
Bài 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ 52
Bài 4: PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ 60
Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN 68
Bài 6. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH 72
Bài 7. KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ. 78
Bài 8. HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ ĐỒ THỊ 83
Bài 9. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG 88
Chương VIII. MỞ ĐẦU VỀ TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ 101
Bài 1. KẾT QUẢ CÓ THỂ VÀ KẾT QUẢ THUẬN LỢI 101
Bài 2. CÁC TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ BẰNG TỈ SỐ 105
Bài 3. MỐI LIÊN HỆ GIỮA XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM 110

a) Thu gọn rồi tìm bậc của đơn thức A.

b) Tính giá trị của đơn thức A tại $x=-1,\ y=-2$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

$$x^2y,\ -3x-1,\ \frac{1}{5}-x^2y,\ -13,\ \frac{1}{6-x},\ (-2)^3xy^7$$

Bài 2: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

$$\frac{6}{x^2},\ \frac{x^2y}{2},\ \frac{-1}{x},\ \frac{x}{-5^2},\ \frac{-4}{5},\ \frac{-x^2y}{xy^2z}$$

Bài 3: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức?

$$\left(1-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)x^2,\ \frac{1}{2}\left(x^2-1\right),\ x^2.\frac{7}{2},\ 6\sqrt{y},\ \frac{1-\sqrt{5}}{x},\ \frac{x-y^2}{4}$$

Bài 4: Thu gọn, chỉ ra phần hệ số và tìm bậc của các đơn thức sau

1) $5x^2 3xy^2$
2) $4x^2.\left(-4xy^2\right)$
3) $-x^2y^5.(-xy)$
4) $-3xy^2zy^2z$
5) $-x^3y^4z^5.(-2)$
6) $2x^3y^5x^2y^4x$
7) $-2xy^2xy^2z.3^2$
8) $6xyxy^3.(-6)$
9) $-xy^2z.(-5)x^2yz^2$
10) $\frac{2}{3}xyz.\left(-3xy^2z\right)$
11) $\frac{1}{2}x^2y.\left(\frac{-2}{3}xy^2\right)$
12) $\frac{1}{4}x^3y.(-2)x^3y^4$
13) $\left(\frac{-1}{3}x^2y\right)\left(2xy^3\right)$
14) $\left(\frac{-3}{4}x^2y\right)\left(-xy^3\right)$
15) $\frac{3}{5}x^2y^5x^3y^2.\frac{-2}{3}$
16) $\left(\frac{3}{4}x^2y^3\right)\left(2\frac{2}{5}x^4\right)$
17) $\left(\frac{12}{15}x^4y^5\right)\left(\frac{5}{9}x^2y\right)$
18) $\left(-\frac{1}{7}x^2y\right)\left(\frac{-14}{5}x^4y^5\right)$

Bài 5: Thu gọn, chỉ ra phần hệ số và tìm bậc của các đơn thức sau

1) $5xy^2.(-3y)^2$
2) $x^2yz.(-2xy)^3$
3) $\left(-2x^2y\right)^2.8x^3yz^3$
4) $\left(-2xy^3\right)^2.(-2xyz)^3$
5) $\left(-5xy^3z\right).\left(-4x^2\right)^2$
6) $\left(2x^2y^3\right)^2.(-2xy)$
7) $\frac{-2}{3}xy^2z.\left(-3x^2y\right)^2$
8) $\left(-2xy^3\right).\frac{3}{8}.\left(xz^2\right)^2$
9) $\frac{1}{4}.\left(x^2y^3\right)^2.(-2xy)$
10) $\frac{1}{6}x.\left(-2y^5\right)^3.\left(-9x^5y\right)$
11) $\left(-3x^4y^5z^6\right)^3.\frac{1}{9}x^5.y^4$
12) $2xy^2.\left(\frac{-1}{3}x^2y^3\right)^2$

Bài 6: Thu gọn, chỉ ra phần hệ số và tìm bậc của các đơn thức sau

1) $A=\frac{3}{4}x^{n-1}.\frac{4}{5}x^{2n+1}y^{2n+1}.\frac{5}{6}xy^{n+1}$
2) $B=\frac{6}{4}x^{3-n}.\frac{4}{2}x^{4-n}y^{5-n}.\frac{2}{6}y^{6-n}$
3) $C=\frac{-4}{3}x^{2-n}y.\frac{6}{7}x^{2n-3}y^{n-1}.\frac{-1}{2}xy$
4) $D=\frac{1}{5}xy^{n+1}.\frac{4}{3}x^{n+1}y.\frac{15}{7}x^ny^n$

Bài 7: Phân thành các nhóm đơn thức đồng dạng trong các đơn thức sau:

$$-12x^2y \qquad -\frac{3}{8}xyz \qquad -100 \qquad -3yxz \qquad -2xy.x \qquad y.\left(-\frac{1}{3}xy\right)$$

Bài 8: Phân thành các nhóm đơn thức đồng dạng trong các đơn thức sau:

$$3x^3y^2 \qquad \frac{x^5y^4z^2}{11} \qquad \frac{-x^3y^3}{6} \qquad -11x^3y^3 \qquad -6x^5y^4z^2 \qquad 6\frac{1}{2}x^3y^2$$

Bài 9: Thực hiện phép tính:

1) $xy-(-xy)+5xy$
2) $6xy^2-3xy^2-12xy^2$
3) $3x^2y^3z^4+\left(-4x^2y^3z^4\right)$
4) $4x^2y+\left(-8x^2y\right)$
5) $25x^2y+\left(-55x^2y\right)$
6) $3x^2y+4x^2y-x^2y$
7) $xy^2+x^2y+\left(-2xy^2\right)$
8) $12x^2y^3z^4+\left(-7x^2y^3z^4\right)$
9) $-6xy^3-\left(-6xy^3\right)+6x^3y$
10) $-\frac{x^2}{2}+\frac{7}{2}x^2+x$
11) $2x^3+3x^3-\frac{1}{3}x^3$
12) $5xy^2+\frac{1}{2}xy^2+\frac{1}{4}xy^2$
13) $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2-\frac{7}{3}x^3$
14) $\frac{3}{4}xyz^2+\frac{2}{4}xyz^2+\frac{1}{4}xyz^2$
15) $\frac{5}{8}x^2y^3+\frac{1}{2}y^3x^2-3x^2y^3$

Bài 10: Thực hiện phép tính:

1) $-xyz^2-3xz.yz$
2) $-8x^2y-x.(xy)$
3) $4xy^2.x-\left(-12x^2y^2\right)$
4) $\frac{1}{2}x^2y^3-\frac{1}{3}x^2y.y^2$
5) $3xy\left(x^2y\right)-\frac{5}{6}x^3y^2$
6) $\frac{3}{4}x^4y-\frac{1}{6}xy.x^3$
7) $\frac{4}{5}y^2x^5-x^3.x^2y^2$
8) $-xy^3-\frac{2}{7}y^2.xy$
9) $\frac{5}{6}xy^2z-\frac{1}{4}xyz.y$
10) $15x^4+7x^4-20x^2.x^2$
11) $\frac{1}{2}x^5y-\frac{3}{4}x^5y+xy.x^4$
12) $13x^2y^5-2x^2y^5+x^6$

Bài 11: Tìm hiệu $A-B$ biết

1) $-x^2y+A+2xy^2-B=3x^2y-4xy^2$
2) $5xy^2-A-6yx^2+B=-7xy^2+8x^2y$
3) $3x^2y^3-A-5x^3y^2+B=8x^2y^3-4x^3y^2$
4) $-6x^2y^3+A-3x^3y^2-B=2x^2y^3-7x^3y^2$
5) $A-\frac{3}{8}xy^2-B+\frac{5}{6}x^2y=\frac{3}{4}x^2y-\frac{5}{8}xy^2$
6) $5xy^3-A-\frac{5}{8}yx^3+B=2\frac{1}{4}xy^3-\frac{7}{6}x^3y$

Bài 12: Cho đơn thức: $A=\frac{8}{3}x^2y^2.\left(\frac{-1}{4}x^2y\right)$.

a) Thu gọn đơn thức A rồi xác định hệ số và tìm bậc của đơn thức.

b) Tính giá trị của A tại $x=-1,\ y=1$.

Bài 13: Cho đơn thức $B=\left(\frac{-2}{3}xy^2\right)\left(-\frac{1}{4}x^2y^3\right)$.

a) Thu gọn đơn thức B

b) Tính giá trị của đơn thức B khi $x=1,\ y=-1$.

Bài 14: Cho đơn thức: $C=\frac{1}{3}.\left(-6x^2y^2\right)^2\left(\frac{1}{2}x^3y\right)$.

a) Thu gọn C

b) Tính giá trị của C tại $x=1,\ y=-1$.

Bài 15: Cho đơn thức $D=\left(\frac{-3}{7}x^2y\right)\left(\frac{7}{9}x^2y^2\right)$.

a) Thu gọn đơn thức D rồi xác định hệ số và phần biến của đơn thức.

b) Tính giá trị của đơn thức D tại $x=-1,\ y=2$.

Bài 16: Cho đơn thức $F=\left(\frac{-3}{5}xy^2\right)^2.\left(\frac{20}{27}x^3y\right)$

a) Thu gọn đơn thức và tìm bậc của đơn thức F

b) Tính giá trị của biểu thức F biết $y=\frac{-x}{3}$ và $x+y=2$.

Bài 17: Cho 3 đơn thức $\frac{-3}{8}x^2z$, $\frac{2}{3}xy^2z^2$, $\frac{4}{5}x^3y$.

a) Tính tích của 3 đơn thức trên.

b) Tính giá trị của mỗi đơn thức và giá trị của tích ba đơn thức tại $x=-1,\ y=-2,\ z=3$.

Bài 18: Cho hai đơn thức $\frac{-3}{2}x^3y^2z$ và $\left(-6xy^3z^5\right)$.

a) Tính tích hai đơn thức trên

b) Chỉ ra hệ số, phần biến và bậc của đơn thức tích.

Bài 19: Cho đơn thức: $A=\frac{1}{18}x^2y.\frac{-9}{7}xy^2$.

a) Thu gọn đơn thức.

b) Tính giá trị của đơn thức tại $x=2,\ y=-1$.

Bài 20: Cho đơn thức $B=\left(\frac{-1}{2}xy^3\right)\left(2x^3y\right)^2$.

a) Thu gọn đơn thức B

b) Tính giá trị của B khi $x=-1,\ y=\frac{1}{2}$.

Bài 21: Cho hai đơn thức: $A=-18x^3y^4z^5$ và $B=\frac{2}{9}x^5\left(yz^2\right)^2$.

a) Đơn thức C là tích của đơn thức A và B. Xác định phần biến, phần hệ số, bậc của C.

b) Tính giá trị của đơn thức C khi $x=-1,\ y=1,\ |z|=-1$.

5) $E=3x^2y-\frac{1}{4}xy+1-3x^2y+\frac{1}{2}xy-\frac{1}{4}xy$

6) $F=3x^5-\frac{1}{2}x^2y-\frac{3}{4}xy^2-3x^5-\frac{3}{4}x^2y$

7) $G=x^3-5xy+3x^3+xy-x^2+\frac{1}{2}xy-x^2$

8) $H=3xy^5-3x^6y^7+\frac{1}{2}x^2y-3xy^5+3x^6y^7$

Bài 6: Thu gọn rồi tính giá trị của các đa thức sau

a) $A=\frac{1}{3}x^2y+xy^2-xy+\frac{1}{2}xy^2-5xy-\frac{1}{3}x^2y$ tại $x=\frac{1}{2}$, $y=1$.

b) $B=\frac{1}{2}xy^2+\frac{2}{3}x^2y-xy+xy^2-\frac{1}{3}x^2y+2xy$ tại $x=\frac{1}{2}$, $y=1$.

c) $C=2x^2y^4+4xyz-2x^2-5+3x^2y^4-4xyz+3-y^9$ tại $x=1$, $y=-1$

Bài 2. ĐA THỨC

I. LÝ THUYẾT.

1) Đa thức.

- ♣ Đa thức là tổng của những đơn thức, mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.
- ♣ Mỗi đơn thức cũng được gọi là một đa thức.

2) Thu gọn đa thức.

- ♣ Đa thức thu gọn là đa thức không có hai hạng tử nào đồng dạng.
- ♣ Bậc của một đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.
- ♣ Một số khác 0 cũng được coi là một đa thức bậc 0
- ♣ Số 0 cũng là một đa thức, gọi là đa thức 0 và không có bậc xác định.

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Thu gọn rồi tìm bậc của mỗi đa thức $A=x^3y^4-5y^8+x^3y^4+xy^4-xy^4+5y^8$

Bài 2: Thu gọn $B=3x^5y^3-4x^4y^3+2x^4y^3-3x^5y^3$ rồi tính giá trị tại $x=1; y=-2$

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Trong các biểu thức sau, đâu là đa thức

$$x^2y,\ x+2y,\ \frac{1}{x},\ 6-\frac{1}{x^2+y^2},\ -5,\ \frac{x+2y}{z^2}$$

Bài 2: Trong các biểu thức sau, đâu là đa thức

$$\frac{1}{2}xy^2-\frac{x}{3},\ \frac{x+2y}{5},\ 6-2xy+\frac{1}{x^2},\ 0,\ \frac{-4x^3}{y^4},\ \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$$

Bài 3: Trong các biểu thức sau, đâu là đa thức

$$\left(1-x^2\right)^2,\ 1-x^2+y^2,\ \frac{x}{x^2+1},\ \frac{x^2-xy+y^2}{x^2+xy+y^2},\ \frac{x^2}{2}-\frac{y^3}{3},\ \frac{-1}{7}$$

Bài 4: Thu gọn rồi tìm bậc của các đa thức sau

1) $A=x^6+y^5+x^4y^4+1-x^4y^4$

2) $B=7x^5-2x^4+3x^2-1+\left(-7x^5\right)-2$

3) $C=x^4-2x^2y^2+3xy-4y+5-x^4$

4) $D=x^2-2x^2y+5x^2+2x^2y$

5) $E=x^6+x^2y^5+xy^6+x^2y^5-xy^6$

6) $F=x^3y^4-5xy^8+x^3y^4+xy^4+5y^8$

Bài 5: Thu gọn rồi tìm bậc của các đa thức sau

1) $A=5x^2.2y^2-5x.3xy-x^2y+6x^2y^2$

2) $B=3x.x^4+4x.x^3-5x^2x^3-5x^2.x^2$

3) $C=2x^2yz+4xy^2z-5x^2yz+xy^2z-xyz$

4) $D=5x^3y^2+4x^2y^2-x^3+8x^2y^2-5x^3y^2$

Bài 3. CỘNG, TRỪ ĐA THỨC

I. LÝ THUYẾT.

1) Cộng, trừ hai đa thức.

- ♣ Cộng hay trừ hai đa thức là thu gọn đa thức nhận được sau khi nối hai đa thức đã cho bởi dấu "+" hay dấu "−".
- ♣ Phép cộng đa thức cũng có các tính chất như giao hoán, kết hợp như phép cộng các số.

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Thực hiện phép tính $\left(-5x^2y+3xy^2+7\right)+\left(-6x^3y+4xy^2-5\right)$

Bài 2: Thực hiện phép tính $\left(4x^2+x^2y-5y^2\right)-\left(x^3-6xy^2-x^2y\right)$

Bài 3: Cho đa thức $A=x^5y+3x^4+5x^2y,\ B=2xy-3x^4-2xy+9+2x^2y$.

a) Tính $C=A+B$

Tính giá trị của C tại $x=-1,\ y=2$

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Thực hiện phép tính

1) $\left(x^2-2yz+z^2\right)-\left(3yz-z^2+5x^2\right)$
2) $\left(x^2-2yz+z^2\right)+\left(3yz-z^2+5x^2\right)$
3) $\left(x^3+6x^2+5y^3\right)-\left(2x^3-5x+7y^3\right)$
4) $\left(x^2-2xy+y^2\right)+\left(y^2+2xy+x^2+1\right)$
5) $\left(x^2-2xy+y^2\right)-\left(y^2+2xy+x^2+1\right)$
6) $\left(4x^2-5xy+3y^2\right)+\left(3x^2+2xy-y^2\right)$
7) $\left(4x^2-5xy+3y^2\right)-\left(3x^2+2xy-y^2\right)$
8) $\left(5x^3-10x^2y\right)+\left(7x^2y-5x^3+3xy^2\right)$
9) $\left(-3x^2y-2xy^2+6\right)+\left(-x^2y+5xy^2-1\right)$
10) $\left(15x^2y-7xy^2-6y^2\right)+\left(-12x^2y+7xy^2\right)$

Bài 2: Thực hiện phép tính

1) $\left(3x^3-xy^2+4x\right)+\left(-2x^3+xy^2+3x\right)$
2) $\left(3x^3-xy^2+4x\right)-\left(-2x^3+xy^2+3x\right)$
3) $\left(x^2+y-x^2y^2-1\right)+\left(x^2-2y+xy+1\right)$
4) $\left(x^2+y-x^2y^2-1\right)-\left(x^2-2y+xy+1\right)$
5) $\left(5x^2y+5x+3\right)+\left(xyz-4x^2y+5x-2\right)$
6) $\left(xyz-4x^2y+5x-2\right)-\left(5x^2y+5x+3\right)$
7) $\left(5x^2y-5xy^2+xy\right)+\left(xy-x^2y^2+5x^2y\right)$
8) $\left(5x^2y-5xy^2+xy\right)-\left(xy-x^2y^2+5x^2y\right)$
9) $\left(x^2y+x^3-xy^2+3\right)+\left(x^3+xy^2-xy-6\right)$
10) $\left(x^3+xy^2-xy-6\right)-\left(x^2y+x^3-xy^2+3\right)$
11) $\left(xy+y^2-x^2y^2-2\right)+\left(x^2y^2+5-y^2\right)$
12) $\left(xy+y^2-x^2y^2-2\right)-\left(x^2y^2+5-y^2\right)$

Bài 3: Tìm đa thức A biết

1) $A-\left(xy+x^2-y^2\right)=x^2+y^2$
2) $\left(6x^2-3xy^2\right)+A=x^2+y^2-2xy^2$
3) $A+\left(x^2+y^2\right)=5x^2+3y^2-xy$
4) $A+\left(5x^2-2xy\right)=6x^2+9xy-y^2$
5) $A+\left(3x^2y-2xy^3\right)=2x^2y-4xy^3$
6) $A+\left(x^2-2y^2\right)=x^2-y^2+3y^2-1$
7) $A-\left(2xy-4y^2\right)=5xy+x^2-7y^2$
8) $A-\left(3xy-4y^2\right)=x^2-7xy+8y^2$
9) $A-\left(5x^2-xyz\right)=xy+2x^2-3xyz+5$
10) $\left(25x^2y-13xy^2+y^3\right)-A=11x^2y-2y^3$
11) $A-\left(12x^4-15x^2y+2xy^2+7\right)=0$
12) $2yz^2-4y^2z+5yz-A=0$
13) $A-\left(4xy-3y^2\right)=x^2-7xy+8y^2$
14) $A+\left(5x-2xy\right)=6x^2+9xy-y^2$
15) $A-x^3+5x^2y=x^3+y^3$
16) $\left(25x^2y-13xy^2+x^3\right)-A=11x^2y-2x^3$

Bài 4: Cho hai đa thức $A=\left(\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}b\right)-\left(a-2b\right)$ và $B=\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}b-\left(a-b\right)$.

Tính $A+B$ và $A-B$.

Bài 5: Cho hai đa thức $C=x-\left[b-\left(c-a-b\right)\right]$ và $D=b+\left[a-\left(c-b-a\right)\right]$.

Tính $C+D$ và $C-D$.

Bài 6: Cho hai đa thức $E=y-\left[y-\left(y+2x-x\right)\right]$ và $F=y-\left[y-x+2\left(x-y\right)\right]$.

Tính $E+F$ và $E-F$.

Bài 7: Cho hai đa thức $G=\left[\frac{1}{2}ax-2\left(ax+3\right)\right]-\left(ax+1\right)$ và $H=ax-2-\left[-\left(ax-1\right)+3\right]-4$.

Tính $G+H$ và $G-H$.

Bài 8: Cho hai đa thức: $M=\left[x+\left(y-z\right)-2x\right]+y+z-\left(2-x-y\right)$ và $N=x-\left[x-\left(y-z\right)-x\right]$

Tính $M+N$ và $M-N$.

Bài 9: Cho hai đa thức: $P=a^2-2ab+3b^2$ và $Q=2a^2-3ab-b^2+\left(-3a^2+2ab-b^2\right)$.

Tính $P+Q$ và $P-Q$.

Bài 10: Cho hai đa thức: $I=3a^2+b^2-\left(ab-a^2\right)$ và $K=2a^2+ab-b^2-\left(-a^2+b^2-ab\right)$.

Tính $I+K$ và $I-K$.

Bài 11: Cho $A=2x^4-x+3x^2-6,\ B=-x^4+2-3x^2-5x$ và $C=-2x^3+1-3x+x^2$

a) Tính $M=A-B+C$

b) Tính $N = B - C - A$

c) Tính $P = C - A - B$

Bài 12: Cho $A = 5x^3y - 4xy^2 - 6x^2y^2$, $B = -8xy^3 + xy^2 - 4x^2y^2$

và $C = x^3 + 4x^3y - 6xy^3 - 4xy^2 + 5x^2y^2$

a) Tính $A - B - C$

b) Tính $B + A - C$

c) Tính $C - A - B$

Bài 13: Cho $A = 16x^4 - 8x^3y + 7x^2y^2 - 9y^4$, $B = -15x^4 + 3x^3y - 5x^2y^2 - 6y^4$

và $C = 5x^3y + 3x^2y^2 + 17y^4 + 1$

a) Tính $A + B - C$

b) Tính $A - C + B$

Bài 14: Cho $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$, $B = 3x^2 + 2xy + y^2$ và $C = -x^2 + 3xy + 2y^2$

a) Tính $A + B + C$

b) Tính $B - C - A$

c) Tính $2A - 3B - C$

Bài 15: Cho $A = x^2 - 3xy - y^2 + 2x - 3y + 1$, $B = -2x^2 + xy + 2y^3 - 3 - 5x + 2y$

và $C = 7y^2 + 3x^2 - 4xy - 6x + 4y + 5$

a) Tính $A + B + C$

b) Tính $7A - B - C - 9$

c) Tính $A - 4B - 3C$

Bài 16: Cho $A = 5xy^2 - 4x^2y - 6x^2$, $B = 8yx^2 - 4y^2x + 3y^2$ và $C = -2xy^2 + 3yx^2 + 5x^2$

a) Tính $A - B + C$.

b) Tính $2(A + B) + C$

Bài 17: Cho hai đa thức $A = x^2 - 3xy - y^2 + 1$ và $B = 2x^2 + y^2 - 7xy - 5$.

a) Tính $A + B$.

b) Tìm đa thức C biết $C + A - B = 0$.

c) Tính giá trị của đa thức C với $x = 2$, $y = \dfrac{-1}{2}$.

Bài 18: Cho $P(x) = 5x^2 + 5x - 4$ và $Q(x) = 2x^2 - 3x + 1$ và $R(x) = 4x^2 - x + 3$.

Tính $P(x) + Q(x) - R(x)$ tồi tính giá trị của đa thức tại $x = \dfrac{-1}{2}$.

Bài 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC

I. LÝ THUYẾT.

1) Nhân đơn thức với đơn thức.

♣ Để nhân hai đơn thức, ta nhân hai hệ số với nhau và nhân hai phần biến với nhau.

2) Nhân đơn thức với đa thức.

♣ Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

3) Nhân đa thức với đa thức.

♣ Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia, rồi cộng các tích với nhau.

♣ Chú ý rút gọn sau khi nhân đa thức với đa thức.

♣ Phép nhân cũng có đầy đủ các tính chất giao hoán, kết hợp và phân phối.

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $2x(1-x)-(2x-1)(x+1)$

b) $x^2y(xy+1)-(xy-1)(x^2y+1)$

Bài 2: Tính giá trị của biểu thức $A = x^6 - 20x^5 + 20x^4 - 20x^3 + 20x^2 - 20x + 3$ tại $x = 19$

Bài 3: Tìm x biết $(2x-1)(x-5)-2x^2+10x-25=0$

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Thực hiện phép tính (Nhân đơn thức với đa thức)

1) $2xy(x+3y^2)$

2) $-7x^2(3x-4y)$

3) $x^2y(-3x^2-y^2)$

4) $2x(2xy-5x^2+4)$

5) $-4x(x^2-xy^3+y)$

6) $-xy(x^2+2xy-3)$

7) $3x^2y(x^2-3y+2xy^2)$

8) $-xy(x^2+xy+y^2)$

9) $xy^2(x^2y-5x+10y)$

10) $-3y.(4x^2y-2xy^2-5)$

11) $x^2y(2xy+x^2-xy^2)$

12) $-2xy^2(x^2-x^3y+3)$

13) $-2x^2y(3xy^2-y^2+xy)$

14) $9x^2y(xy-2y+7xy^2)$

15) $6xy^3(3x^3y-2x^2+3xy^3)$

Bài 2: Thực hiện phép tính (Nhân đơn thức với đa thức)

1) $5(x^2-3x+1)+x(5x+15)+5$

2) $x^2(2x-y+y^2)+y^2(-2y+x-x^2)$

3) $-4x^2(x-7)+4x(x^2-5)-28x^2$

4) $2x^2(x-1)+3x(x^2-x-2)+5x^2$

5) $-4x^2y^3(2x-3y)-2xy(-4x^2y^2-4xy^3)$

6) $xy(x^2-3x+4)-x^2y(x+3)+6xy$

b) $B=x\left(x^2+xy+y^2\right)-y\left(x^2+xy+y^2\right)$ tại $x=10,\ y=-1$.

c) $C=x\left(x^2-y\right)-x^2(x+y)+y\left(x^2-x\right)$ tại $x=\dfrac{1}{2},\ y=-1$.

d) $D=x\left(x^2-y\right)-x^2(x+y)+y\left(x^2-x\right)$ tại $x=\dfrac{1}{2},\ y=-100$.

Bài 7: Tính giá trị của biểu thức

a) $A=(x-2)(x-2)-(x-1)(x+1)$ tại $x=21$.

b) $B=(x-1)(x-7)-(2x-6)(x-1)$ tại $x=0$.

c) $C=(2x+y)(2+y)+(2x+y)(y-2)$ tại $x=1,\ y=-1$.

d) $D=(x-1)(x+2)-x(x-2)-3x$ tại $x=100$.

Bài 8: Tính giá trị của các biểu thức sau

1) $A=x^3-30x^2-31x+1$ tại $x=31$

2) $B=x^3-17x^2-18x+2$ tại $x=18$.

3) $C=x^4-17x^3+17x^2-17x+20$ tại $x=16$

4) $D=x^4+10x^3+10x^2+10x+10$ tại $x=-9$

5) $E=x^5-8x^4+9x^3-15x^2+6x+1$ tại $x=7$

6) $F=x^5-15x^4+16x^3-29x^2+13x$ tại $x=14$

7) $G=x^5-100x^4+100x^3-100x^2+100x-9$ tại $x=99$.

Bài 9: Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến.

1) $A=x\left(x^2+x+1\right)-x^2(x+1)-x+5$

2) $B=2x(x-1)-x(2x+1)-(3-3x)$

3) $C=2x(6x-4)-5x^2(8+3x)+2\left(5x^2+4x+1\right)+3x^2(5x+6)$

4) $D=-2(x-7)(x+3)+(5x-1)(x+4)-3x^2-27x$

5) $E=\left(x^2+x+1\right)\left(2x^2-x+3\right)-\left(2x^4+x^3+4x^2-x-2\right)-(3x-5)-3$

Bài 10: Tìm x biết

1) $3(5x-1)-x(x-2)+x^2-13x=7$

2) $4(x+2)-7(2x-1)+9(3x-4)=30$

3) $2(5x-8)-3(4x-5)=4(3x-4)+11$

4) $3x(x-2)-3\left(x^2+1\right)=x^2+1-x(x-2)$

5) $5(3x+5)-4(2x-3)=5x+3(2x+12)$

6) $(7x+7)+3x(2x-1)-2x(3x+15)=-42$

7) $\left(x^2+xy+y^2\right)(-2xy)+xy\left(x^2-xy+y^2\right)$

8) $-4x\left(3x^2-x+4\right)-3x\left(-4x^2+x-5\right)$

9) $5x\left(\dfrac{1}{5}x-2\right)-3\left(6-\dfrac{1}{3}x^2\right)$

10) $3x\left(\dfrac{4}{3}x-1\right)-4x\left(\dfrac{-1}{2}x+3\right)+15x$

Bài 3: Thực hiện phép tính (Nhân đa thức với đa thức)

1) $\left(3x^2-4\right)(x+3y)$

2) $(x+3)\left(x^2+3x\right)$

3) $(xy-1)(xy+5)$

4) $(3x+5y)(2x-7y)$

5) $-(x-1)\left(-x^2+2y\right)$

6) $\left(-x^2+2y\right)\left(x^2+2y\right)$

7) $(x+3y)(x-3y+2)$

8) $(x+2y)(x-2y+3)$

9) $\left(x^2-xy+y^2\right)(x+y)$

10) $\left(x^2-xy+y^2\right)(x+y)$

11) $(5x-2y)\left(x^2-xy+1\right)$

12) $\left(x^2y^2-xy+y\right)(x-y)$

13) $\left(x^2-2xy+y^2\right)(x-y)$

14) $-(x-y)\left(x^2+xy-1\right)$

15) $-\left(x^2-2y\right)\left(x+y^2-1\right)$

16) $\left(\dfrac{1}{2}x-1\right)(2x-3)$

17) $\left(x-\dfrac{1}{2}y\right)\left(x-\dfrac{1}{2}y\right)$

18) $\left(x^2-2x+3\right)\left(\dfrac{1}{2}x-5\right)$

Bài 4: Thực hiện phép tính (Nhân đa thức với đa thức)

1) $x^2(x-1)-\left(x^2+1\right)(x+2)$

2) $x\left(x-y^2\right)-\left(x^2-y\right)(y+1)$

3) $(x-5)\left(x^2+26\right)+(5-x)(1-5x)$

4) $(x-y)\left(x^2+y\right)-(x-1)\left(x^2+y^2\right)$

5) $(3x-2)(2x-1)+(-5x-1)(3x+2)$

6) $(3x-5)(2x+11)-(2x+3)(3x+7)$

7) $(2x+3)(x-4)+(x-5)(x-2)$

8) $(12x-5)(4x-1)+(3x-7)(1-16x)$

Bài 5: Thực hiện phép tính (Nhân đa thức với đa thức)

1) $3(x-y)\left(2x^2-1\right)$

2) $3\left(x^2+1\right)\left(x+y^2\right)$

3) $-2\left(x^2y-1\right)(x-1)$

4) $-5\left(x^2-1\right)\left(y^2-1\right)$

5) $\dfrac{1}{2}(x-6y)(-x-y)$

6) $\dfrac{-2}{5}(3x-y)(x-2y)$

7) $3(2x-1)(3x-1)-(2x-3)(9x-1)$

8) $4(x-2)(x+1)+2(x-2)(x+2)$

9) $2(3x-1)(2x+5)-6(2x-1)(x+2)$

10) $(3x+2)(2x+9)-6(x+2)(x+1)$

11) $\left(x+\dfrac{1}{4}\right)\left(x-\dfrac{1}{4}\right)(16x-1)$

12) $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)(4x-1)$

Bài 6: Tính giá trị của biểu thức

a) $A=5x\left(x^2-3\right)+x^2(7-5x)-7x^2$ tại $x=-5$.

Bài 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC.

I. LÝ THUYẾT.

1) Chia đơn thức cho đơn thức.

- ♣ Để đơn thức A chia hết cho đơn thức B thì mỗi biến của B đều là biến của A và có số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A
- ♣ Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B ta chia hệ số với nhau và chia phần biến với nhau.

2) Chia đa thức cho đơn thức.

- ♣ Đa thức A chia hết cho đơn thức B nếu mọi hạng tử của A đều chia hết cho B
- ♣ Muốn chia đa thức A cho đơn thức B ta chia từng hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả.

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Thực hiện phép tính:

1) $-8x^2y^3:\left(-6xy^2\right)$
2) $\left(3xy^2-x^2y+2x^2y^2\right):\left(-4xy\right)$

Bài 2: Tìm đa thức A biết

1) $A.\left(2xy^2\right)=-6\left(xy^2\right)^2$
2) $-A.\left(3x^2y\right)^2=2x^5y^4+4x^4y^5$

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Thực hiện phép tính

1) $10x^2y^4:5x^2y$
2) $-6x^4y^2:3xy^2$
3) $-8xy^5:\left(-4y^5\right)$
4) $x^3y^2:\left(-7x^3y^2\right)$
5) $2xy^7:\left(-3xy^2\right)$
6) $-5x^2y^2:\left(-6xy\right)$
7) $\left(-xy\right)^{10}:\left(-2xy\right)^5$
8) $12x^4y^7:\left(-3xy^2\right)^2$
9) $\left(3x^3y^4\right)^2:\left(-2x^5y^6\right)$
10) $\frac{5}{4}x^4y^3:\frac{1}{3}x^3y^3$
11) $\frac{3}{4}x^3y^3:\left(\frac{-1}{2}x^2y^2\right)$
12) $\frac{3}{4}\left(x^2y\right)^2:\frac{1}{8}xy^2$

Bài 2: Thực hiện phép tính

1) $\left(3x^2y^2+6x^2y^3-12xy\right):3xy$
2) $\left(15x^3y^2-6x^2y-3x^2y^2\right):6x^2y$
3) $\left(9x^2y^2+18x^2y^2-3xy^2\right):9xy^2$
4) $\left(6x^3y^2-8x^2y^3+4x^3y^3\right):2x^2y^2$
5) $\left(20x^2y^2-5x^2y+15x^2y^3\right):5x^2y$
6) $\left(5x^3y^2-10x^4y+20x^2y^2\right):5x^2y$
7) $\left(15x^2y^2+12x^3y^2-10xy^3\right):3xy^2$
8) $\left(27x^4y^2-18x^3y^2+12x^2y\right):3x^2y$
9) $\left(16x^5y^6-12x^3y^4-6x^3y^2\right):4x^2y^2$
10) $\left(30x^4y^3-25x^2y^3-3x^4y^4\right):5x^2y^3$

Bài 11: Tìm x biết

1) $\left(3x-1\right)\left(2x+7\right)-\left(x+1\right)\left(6x-5\right)=7$
2) $\left(3x+2\right)\left(2x+9\right)-\left(x+2\right)\left(6x+1\right)=7$
3) $\left(12x-5\right)\left(4x-1\right)+\left(3x-7\right)\left(1-16x\right)=81$
4) $2\left(3x-1\right)\left(2x+5\right)-6\left(2x-1\right)\left(x+2\right)=-6$
5) $\left(2x-1\right)\left(3-x\right)+\left(x-2\right)\left(x+3\right)=\left(1-x\right)\left(x-2\right)$
6) $\left(2x+3\right)\left(x-4\right)+\left(x-5\right)\left(x-2\right)=\left(3x-5\right)\left(x-4\right)$
7) $\left(8x-3\right)\left(3x+2\right)-\left(4x+7\right)\left(x+4\right)=\left(2x+1\right)\left(5x-1\right)-33$

Bài 12: Chứng minh rằng:

1) $A=n\left(3n-1\right)-3n\left(n-2\right)\vdots 5,\left(\forall n\in R\right)$
2) $B=n\left(n+5\right)-\left(n-3\right)\left(n+2\right)\vdots 6,\left(\forall n\in Z\right)$
3) $C=\left(n^2+3n-1\right)\left(n+2\right)-n^3+2\vdots 5,\left(\forall n\in Z\right)$
4) $D=\left(2n+1\right)\left(n^2-3n-1\right)-2n^3+1\vdots 5,\left(\forall n\in Z\right)$
5) $E=\left[\left(n-1\right)\left(n+1\right)-\left(n-7\right)\left(n-5\right)\right]\vdots 12,\left(\forall n\in Z\right)$
6) $F=\left(6n+1\right)\left(n+5\right)-\left(3n+5\right)\left(2n-1\right)\vdots 2,\left(\forall n\in Z\right)$
7) $G=\left(5a-3\right)\left(3b-5\right)-\left(3a-5\right)\left(5b-3\right)\vdots 16,\left(\forall a,b\in R\right)$

Bài 13: Cho a và b là hai số tự nhiên. Biết a chia cho 3 dư 1, b chia 3 dư 2. Chứng minh ab chia 3 dư 2

Bài 14: Cho a,b là hai số tự nhiên, biết a chia 5 dư 1, b chia 5 dư 2. Hỏi ab chia 5 dư bao nhiêu?

11) $\left(x^3y^3-\frac{1}{2}x^2y^3-x^3y^2\right):\frac{1}{3}x^2y^2$ 12) $\left(\frac{2}{3}x^3y^2-x^2y+6x^3\right):\left(-\frac{1}{4}x^2\right)$

Bài 3: Tìm đơn thức A biết

1) $3x^2y^5:A=\frac{4}{5}y^3$ 2) $4x^5y^2:A=-\frac{1}{2}x^2y$ 3) $\frac{-2}{5}xy^5:A=\frac{15}{4}y^4$

4) $3x^2y^3.A=\frac{4}{5}x^4y^5$ 5) $-xy^3.A=\frac{7}{5}x^2y^6$ 6) $\frac{3}{4}x^2y^2.A=\frac{-5}{6}x^7y^3$

7) $A.\frac{4}{3}x^2y=\frac{6}{5}x^3y^5$ 8) $-A.\frac{1}{2}xy^3=\frac{-7}{8}x^3y^6$ 9) $-A.(-4xy)^2=\frac{6}{7}x^6y^6$

Bài 4: Tìm đơn thức B biết

1) $\left(B+2x^2y^3\right).(-3xy)=-3x^2y^2-6x^3y^4$ 2) $2xy^2\left(B-x^3y\right)=2x^3y^2-2x^4y^3$

3) $(-B-3y).\left(-3x^2y\right)=9x^2y^2+6x^5y^7$ 4) $-5x^5y\left(-xy^4+B\right)=-10x^5y^5+5x^6y^5$

5) $\left(2x^3y-5xy^3\right):3xy=B-\frac{5}{3}y^2$ 6) $\left(4x^4y^4-\frac{5}{4}x^5y^5\right):3x^2y^2=B-\frac{5}{12}x^3y^3$

CHƯƠNG 2. HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ VÀ ỨNG DỤNG

Bài 1. HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG, BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU

I. LÝ THUYẾT.

1) Hằng đẳng thức.

♣ Hằng đẳng thức là đẳng thức mà hai vế luôn cùng nhận một giá trị khi thay các chữ trong hằng đẳng thức bằng các số tùy ý.

2) Hiệu hai bình phương.

♣ Với A, B là hai biểu thức tùy ý ta có $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$

3) Bình phương của một tổng.

♣ Với A, B là hai biểu thức tùy ý ta có $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$

4) Bình phương của một hiệu.

♣ Với A, B là hai biểu thức tùy ý ta có $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$

II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Triển khai các biểu thức sau theo hằng đẳng thức

1) $(x+1)^2$ 2) $(4+x)^2$ 3) $(6-x)^2$ 4) $(x-5)^2$

5) $(5x+1)^2$ 6) $(2x+3)^2$ 7) $(2x-1)^2$ 8) $(3x-2)^2$

9) $(x+2y)^2$ 10) $(x+5y)^2$ 11) $(x-2y)^2$ 12) $(2x-y)^2$

13) $(3x+5y)^2$ 14) $(2x+3y)^2$ 15) $(2x-3y)^2$ 16) $(2x-5y)^2$

17) $\left(x^2+9\right)^2$ 18) $\left(2x^2+1\right)^2$ 19) $\left(x^2-y^2\right)^2$ 20) $\left(3x-y^2\right)^2$

21) $\left(x+2y^2\right)^2$ 22) $\left(2x+3y^2\right)^2$ 23) $\left(4x-2y^2\right)^2$ 24) $\left(4x^2-2y\right)^2$

Bài 2: Triển khai các biểu thức sau theo hằng đẳng thức

1) x^2-4 2) $1-4x^2$ 3) $4x^2-9$

4) $9-25x^2$ 5) $4x^2-25$ 6) $9x^2-36$

7) $(3x)^2-y^2$ 8) $x^2-(2y)^2$ 9) $(2x)^2-y^2$

10) $(3x)^2-9y^4$ 11) $16x^2-\left(y^2\right)^2$ 12) $x^4-\left(3y^2\right)^2$

13) $(x-1)(x+1)$ 14) $(x-5)(x+5)$ 15) $(x-6)(6+x)$

16) $(2x+1)(2x-1)$ 17) $(x-2y)(2y+x)$ 18) $(5x-3y)(3y+5x)$

19) $\left(\frac{1}{x}-5\right)\left(\frac{1}{x}+5\right)$ 20) $\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$ 21) $\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{4}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\right)$

22) $\left(\frac{x}{y}-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{x}{y}+\frac{2}{3}\right)$ 23) $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}\right)\left(\frac{y}{3}-\frac{x}{2}\right)$ 24) $\left(2x-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}+2x\right)$

25) $\left(2x+\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}-2x\right)$ 26) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{2}x\right)$ 27) $\left(\frac{2}{3}x^2-\frac{y}{2}\right)\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{y}{2}\right)$

28) $\left(3x-y^2\right)\left(3x+y^2\right)$ 29) $\left(x^2-2y\right)\left(x^2+2y\right)$ 30) $\left(x^2-y^2\right)\left(x^2+y^2\right)$

Bài 3: Rút gọn biểu thức sau:

1) $(2x+1)^2+(2x-1)^2$ 2) $-(x+1)^2-(x-1)^2$ 3) $(x+2y)^2-(x-2y)^2$

4) $(3x+y)^2+(x-y)^2$ 5) $-(x+5)^2-(x-3)^2$ 6) $(3x-2)^2-(3x-1)^2$

7) $(x-4y)^2+(x+4y)^2$ 8) $-(-2x+3)^2-(5x-3)^2$ 9) $(-2x+3)^2-(5x-3)^2$

10) $(2x+1)^2+(-3x-1)^2$ 11) $-(x-y)^2-(2x+y)^2$ 12) $-(x+1)^2+(x-1)^2$

13) $(2x+7)^2+(-2x-3)^2$ 14) $-(2x-y)^2-(x+3y)^2$ 15) $-(2x+7)^2+(-2x-3)^2$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $x(1-x)+(x-1)^2$ 2) $(x-3)^2-x^2+10x-7$

3) $(x+2)^2-(x-3)(x+1)$ 4) $(x+4)(x-2)-(x-3)^2$

5) $(x-2)^2+(x-1)(x+5)$ 6) $(x+3)(x-3)-x(23+x)$

7) $(1-2x)(5-3x)+(4-x)^2$ 8) $(x-2)(x+2)-(x-3)(x+1)$

9) $(x+1)^2+(x-2)(x+2)-4x$ 10) $(x+2)^2-(x+3)(x-3)+10$

11) $(x+4)^2+(x+5)(x-5)-2x(x+1)$ 12) $(x-1)^2-(x-4)(x+4)+(x+3)^2$

13) $(x-1)^2-2(x+3)(x-3)+4x(x-4)$ 14) $(y-3)(y+3)\left(y^2+9\right)-\left(y^2+2\right)\left(y^2-2\right)$

Bài 5: Thu gọn về hằng đẳng thức:

1) $4x^4-4x^2+1$ 2) $4x^2-12x+9$ 3) $36+x^2-12x$

4) $1-10x+25x^2$ 5) $x^4+81+18x^2$ 6) $4x^2-20x+25$

7) $x^2+4y^4-4xy^2$ 8) $x^2+10xy+25y^2$ 9) $9y^2-24xy+16x^2$

Bài 6: Thu gọn về hằng đẳng thức:

1) $(2x+1)^2+2(2x+1)+1$ 2) $(3x-2y)^2+4(3x-2y)+4$

3) $(x+3)^2+(x-2)^2-2(x+3)(x-2)$ 4) $(3x-5)^2-2(3x-5)(3x+5)+(3x+5)^2$

5) $(x-y)^2+(x+y)^2-2(x+y)(x-y)$ 6) $(5-x)^2+(x+5)^2-(2x+10)(x-5)$

7) $(x-2)^2+(x+1)^2+2(x-2)(-1-x)$ 8) $(2x+3y)^2+(2x-3y)^2-2\left(4x^2-9y^2\right)$

Bài 7: Tính

1) $A=8\left(3^2+1\right)\left(3^4+1\right).....\left(3^{16}+1\right)$

2) $B=(1-3)(3+1)\left(3^2+1\right)\left(3^4+1\right).....\left(3^{16}+1\right)$

3) $C=(5-1)(5+1)\left(5^2+1\right)\left(5^4+1\right).....\left(5^{16}+1\right)$

4) $D=15\left(4^2+1\right)\left(4^4+1\right).....\left(4^{64}+1\right)$

5) $E=24\left(5^2+1\right)\left(5^4+1\right)\left(5^8+1\right).....\left(5^{128}+1\right)+\left(5^{256}-1\right)$

Bài 8: Tính giá trị của các biểu thức sau

1) $A=(2x+3)^2-(2x-1)^2-6x$ tại $x=201$

2) $B=(2x+5)^2-4(x+3)(x-3)$ tại $x=\frac{1}{20}$

3) $C=x^2-8xy+16y^2$ tại $x-4y=5$

4) $D=9x^2+1620-12xy+4y^2$ tại $3x-2y=20$

Bài 9: Tìm x biết

1) $x^2-9=0$ 2) $25-x^2=0$ 3) $-x^2+36=0$

4) $4x^2-4=0$ 5) $4x^2-36=0$ 6) $4x^2-36=0$

7) $(3x+1)^2-16=0$ 8) $(2x-3)^2-49=0$ 9) $(2x-5)^2-x^2=0$

10) $(x+3)^2-x^2=45$ 11) $(5x-4)^2-49x^2=0$ 12) $16(x-1)^2-25=0$

Bài 10: Tìm x biết

1) $(2x-3)^2-(x-1)^2=0$ 2) $(2x+1)^2-(x-1)^2=0$ 3) $(3x-5)^2-(x+1)^2=0$

4) $(x+2)^2-(2x-5)^2=0$ 5) $(3x-1)^2-(x+5)^2=0$ 6) $(2x-3)^2-(x+5)^2=0$

7) $(3x-4)^2-(x+2)^2=0$ 8) $(2x-1)^2-(3-x)^2=0$ 9) $(5x-1)^2-(x+1)^2=0$

Bài 11: Tìm x biết

1) $(2x-1)^2-(4x^2-1)=0$
2) $(x+2)^2-x(x-3)=2$
3) $(x-5)^2-x(x+2)=5$
4) $(x-1)^2+x(4-x)=11$
5) $(x-3)(x+3)=(x-5)^2$
6) $(2x+1)^2-4x(x-1)=17$
7) $(3x+1)^2-9x(x-2)=25$
8) $(3x-2)(3x+2)-9(x-1)x=0$
9) $(x+2)^2-(x-2)(x+2)=0$
10) $(x+2)^2-(x-3)(x+3)=-3$
11) $(3x+2)^2-(3x-5)(3x+2)=0$
12) $(x+3)^2-(x+2)(x-2)=4x+17$
13) $3(x-1)^2+(x+5)(2-3x)=-25$
14) $(x+3)^2+(x-2)^2=2x^2$

Bài 12: Tìm x, y biết

1) $x^2+y^2+4y+13=6x$
2) $x^2+y^2+17=2x-8y$
3) $x^2+y^2+45=12y-6x$
4) $4x^2+9y^2+2=4x+6y$
5) $9x^2+4y^2+26+4y=30x$
6) $9x^2+y^2+20=12x+8y$
7) $x^2+49y^2+5+14y=4x$
8) $16x^2+25y^2+13=20y+24x$

Bài 13: Chứng minh rằng với mọi x thì

1) $A=x^2-x+1>0$
2) $B=x^2+x+1>0$
3) $C=x^2+2x+2>0$
4) $A=x^2-5x+10>0$
5) $B=x^2-8x+20>0$
6) $C=x^2-8x+17>0$
7) $A=x^2-6x+10>0$
8) $B=9x^2-6x+2>0$
9) $C=2x^2+8x+15>0$

Bài 14: Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

1) $A=x^2-x+3$
2) $B=x^2+x+1$
3) $C=x^2-4x+1$
4) $D=x^2-5x+7$
5) $E=x^2+2x+2$
6) $F=x^2-3x+1$
7) $G=3+x^2+3x$
8) $H=3x^2+3-5x$
9) $I=4x+2x^2+3$
10) $K=4x^2+3x+2$
11) $M=(x-1)(x-3)+11$
12) $N=(x-3)^2+(x-2)^2$

Bài 15: Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau

1) $A=4x-x^2+1$
2) $B=3-4x-x^2$
3) $C=8-x^2-5x$
4) $D=-4-x^2+6x$

5) $E=-10-x^2-6x$
6) $F=-x^2+13x+1$
7) $G=-7-4x^2+8x$
8) $H=-4x^2-12x$
9) $I=3x-9x^2-1$
10) $K=7-9x^2-8x$
11) $M=2x-4x^2-7$
12) $N=-4x^2+4x+3$

Bài 16: Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau

1) $A=-3x^2+12x-1$
2) $B=9+4x-2x^2$
3) $C=9x+2-3x^2$
4) $D=2x-2-3x^2$
5) $E=7x-3x^2+5$
6) $F=2-2x^2-9x$
7) $G=15+7x-5x^2$
8) $H=10x-6x^2+5$
9) $I=11-5x^2+10x$
10) $K=-3x^2-6x-12$

Bài 17: Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

1) $A=x^2-2x+y^2-4y+6$
2) $B=7+x^2+y^2-2(x+y)$
3) $C=2+x^2+y^2+2(x+y)$
4) $D=x^2-4x+y^2+2y-10$
5) $E=2x-2xy+2x^2+y^2$
6) $F=x^2+2y^2+2xy+5-2y$
7) $G=x^2-x+2y^2-4y+3$

Bài 18: Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau

1) $A=-x^2-4x-y^2+2y$
2) $B=1-5x^2-y^2-4xy+x$
3) $C=-x^2+2x-y^2-4y+6$
4) $D=-x^2-2x-y^2+4y+6$
5) $E=-x^2-y^2-2(x+y)+3$
6) $-F=x^2-2xy+2y^2+2y+1$

Bài 2. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU.

I. LÝ THUYẾT.

1) Lập phương của một tổng.

- Với hai biểu thức A và B tùy ý, ta có $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
- Hằng đẳng thức trên còn được viết dưới dạng $(A+B)^3 = A^3 + B^3 + 3AB(A+B)$

2) Lập phương của một hiệu.

- Với hai biểu thức A và B tùy ý, ta có $(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
- Hằng đẳng thức trên còn được viết dưới dạng $(A-B)^3 = A^3 - B^3 - 3AB(A-B)$

II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Triển khai các biểu thức sau theo hằng đẳng thức:

1) $(x+3)^3$ 2) $(1+x)^3$ 3) $(2-x)^3$ 4) $(x-3)^3$

5) $(2x+1)^3$ 6) $(3x+2)^3$ 7) $(2x-3)^3$ 8) $(3x-1)^3$

9) $(x+2y)^3$ 10) $(2x+y)^3$ 11) $(3x-y)^3$ 12) $(x-3y)^3$

13) $(2x+3y)^3$ 14) $(3x+2y)^3$ 15) $(3x-2y)^3$ 16) $(4x-y)^3$

Bài 2: Viết gọn lại thành lập phương của một tổng hoặc một hiệu

1) x^3+3x^2+3x+1 2) x^3-3x^2+3x-1 3) $x^3+6x^2+12x+8$

4) $x^3-6x^2+12x-8$ 5) $x^3-9x^2+27x-27$ 6) $-x^3+9x^2-27x+27$

7) $8x^3-12x^2+6x-1$ 8) $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$ 9) $x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$

Bài 3: Rút gọn các biểu thức sau

1) $(x-2)^3+(x+2)^3$ 2) $(x-1)^3-(x+1)^3$ 3) $(1-x)^3+(x+3)^3$

4) $(x+2y)^3-(x-2y)^3$ 5) $(y-x)^3-(2x-y)^3$ 6) $(2x+y)^3-2(y-x)^3$

7) $(2x-3)^3-2x(2x+1)^2$ 8) $(3x-1)^3-27x^2(x+1)$ 9) $(2x+1)^3-8x(x-1)^2$

Bài 4: Rút gọn các biểu thức sau

1) $(x+1)^3-(x-4)(x+4)-x^3$ 2) $(x+2)^3-x(x+3)(x-3)-12x^2-8$

3) $(x-2)^3-x(x-2)(x+2)+6x(x-3)$ 4) $x(x-5)(x+5)-(x-5)^3+100x$

5) $(x-3y)^3-(x-2y)(2y+x)$ 6) $(-x-2y)^3+x(2y-x)(x+2y)$

7) $-(2x-y)^3-x(2x-y)^2-y^3$ 8) $-x(x-y)^2+(x-y)^3+y^2(y-2x)$

Bài 5: Tính giá trị của biểu thức

1) $A=x^3-3x^2+3x+1012$ tại $x=11$. 2) $B=x^3-6x^2+12x-108$ tại $x=12$.

3) $C=x^3+9x^2+27x+2027$ tại $x=-23$ 4) $D=x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$ tại $x=-2y$

Bài 6: Tìm x biết

1) $8x^3-12x^2+6x-1=0$ 2) $x^3-6x^2+12x-8=27$

3) $x^2-8x+16=5(4-x)^3$ 4) $(2-x)^3=6x(x-2)$

5) $(x+1)^3-(x-1)^3-6(x-1)^2=-10$ 6) $(3-x)^3-(x+3)^3=36x^2-54x$

Bài 3. TỔNG VÀ HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG.

I. LÝ THUYẾT.

1) Tổng hai lập phương.

♣ Với A, B là hai biểu thức tùy ý, ta có $A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2)$

♣ Biểu thức A^2-AB+B^2 còn gọi là bình phương thiếu của một hiệu.

2) Hiệu hai lập phương.

♣ Với A, B là hai biểu thức tùy ý, ta có $A^3-B^3=(A-B)(A^2+AB+B^2)$

♣ Biểu thức A^2+AB+B^2 còn gọi là bình phương thiếu của một tổng

II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Khai triển theo hằng đẳng thức

1) x^3+1 2) x^3+8 3) x^3-8 4) x^3-27

5) x^3+y^3 6) x^3+8y^3 7) x^3-y^3 8) x^3-8y^3

9) $1+8x^3$ 10) $1+27y^3$ 11) $1-8x^3$ 12) $27x^3-1$

Bài 2: Viết thành vế kia của hằng đẳng thức

1) $(x+1)(x^2-x+1)$ 2) $(x-1)(x^2+x+1)$ 3) $(x-2)(x^2+2x+4)$

4) $(x+2)(x^2-2x+4)$ 5) $(x-3)(x^2+3x+9)$ 6) $(x-4)(x^2+4x+16)$

7) $(x-5)(x^2+5x+25)$ 8) $(2x+1)(4x^2-2x+1)$ 9) $(3x+2)(9x^2-6x+4)$

10) $(x^2+3)(x^4-3x^2+9)$ 11) $(x^2+2)(x^4-2x^2+4)$ 12) $(x^3-2)(x^6+2x^3+4)$

Bài 3: Viết thành vế kia của hằng đẳng thức

1) $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$ 2) $(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$

3) $(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)$ 4) $(3x-y)(9x^2+3xy+y^2)$

5) $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$ 6) $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

7) $(4x-3y)(16x^2+9y^2+12xy)$ 8) $(3x-4y)(9x^2+16y^2+12xy)$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $(x+1)(x^2-x+1)-(x^3-9)$ 2) $x(x-1)^2-(x+2)(x^2-2x+4)$

3) $(x+5)(x^2-5x+25)-(x+5)^3$ 4)

5) $(x+5).(x^2-5x+25)-x(x-4)^2+16x$ 6) $(x+2)(x^2-2x+4)+(1-x)(1+x+x^2)$

7) $(x+2)(x^2-2x+4)-x(x-1)(x+1)$ 8) $-(x+2)(x^2-2x+4)+x(x+4)(x-4)$

9) $(x+1)(x^2+x+1)(x-1)(x^2-x+1)$ 10) $(x-2)(x^2+2x+4)(x+2)(x^2-2x+4)$

Bài 5: Thực hiện phép tính:

1) $(-x-2)^3+(2x-4)(x^2+2x+4)-x^2(x-6)$

2) $(x-1)^3-(x+2)(x^2-2x+4)+3(x+4)(x-4)$

3) $(x+y)(x^2-xy+y^2)+3(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

4) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)+(3x-y)(9x^2+3xy+y^2)$

Bài 6: Cho biểu thức $A=(2x-1)(4x^2+2x+1)-7(x^3+1)$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức A tại $x=\frac{-1}{2}$.

Bài 7: Cho biểu thức $A=(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)+3y(x+3y)(x-3y)-x(3xy+7x-7)$.

a) Chứng minh rằng biểu thức A không phụ thuộc vào giá trị của biến y

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=-1$.

Bài 8: Cho biểu thức $A=(x-3y)(x^2+3xy+9y^2)-3y(x+3y)(x-3y)+x(3xy-7x+7)$.

a) Chứng minh rằng biểu thức A không phụ thuộc vào giá trị của biến y

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=-1$.

Bài 9: Tìm x biết:

1) $(x-1)(x^2+x+1)+x(x+2)(2-x)=5$ 2) $(2x+1)(4x^2-2x+1)-8x(x^2+2)=17$

3) $(x+1)(x^2-x+1)-x(x-2)(x+2)=21$ 4) $(x-3)(x^2+3x+9)=x(x^2-8)$

5) $(x-1)^3-(x+3)(x^2-3x+9)+3(x^2-4)=2$

10) $3(x-y)-y(y-x)$ 11) $3x(x-2)+5(2-x)$ 12) $7x(x-y)-(y-x)$

13) $3x(x-1)-2y(1-x)$ 14) $3(x-y)-5x(y-x)$ 15) $x(x-y)+y(y-x)$

16) $x(y^2-1)+4(1-y^2)$ 17) $x(2y-1)-5(2y-1)$ 18) $9(x-2y)+x(2y-x)$

19) $10x(x-y)-8y(y-x)$ 20) $3x(x-y)+6(y-x)$ 21) $5x(x-1)-15x(1-x)$

22) $10x(x-y)-6y(y-x)$ 23) $3x(x-2y)+6y(2y-x)$ 24) $20x(x+y)-8y(y+x)$

25) $xy^2(x-3)+4x(3-x)$ 26) $2x(x+y)-6x^2(x+y)$ 27) $9x^2(y+z)+3x(y+z)$

28) $2x^2(y-1)-2x(y-1)$ 29) $10xy(x-y)-6y(y-x)$

Bài 4: Phân tích thành nhân tử (Đặt nhân tử chung)

1) $x.(x-1)+(1-x)^2$ 2) $(x+1)^2-3(x+1)$ 3) $2x(x-2)-(x-2)^2$

4) $3x(x-1)^2-(1-x)^3$ 5) $3x(x+2)-5(x+2)^2$ 6) $4x(x-y)+3(y-x)^2$

Bài 5: Phân tích thành nhân tử (Nhóm hạng tử)

1) $2y(x+2)-3x-6$ 2) $3(x+4)-x^2-4x$ 3) $2(x+5)-x^2-5x$

4) $x^2+6x-3(x+6)$ 5) $x(x+y)-5x-5y$ 6) $x(x-y)+2x-2y$

7) $2x-6+5x(x-3)$ 8) $3x(x-2)-4x+8$ 9) $x(x+y)-3x-3y$

10) $x(x+y)-7x-7y$ 11) $x^2(x-y)+2x-2y$ 12) $x(x+3y)-5x-15y$

13) $2x(x-5)+3x-15$ 14) $x(x+y)+ax+ay$ 15) $a(x+y)-4x-4y$

16) $a(x-y)+bx-by$ 17) $xz+yz-5(x+y)$ 18) $5(x-y)+ax-ay$

Bài 6: Phân tích thành nhân tử (Nhóm hạng tử)

1) $x^2+3x-x-3$ 2) $x^2-xy+x-y$ 3) $xy+y^2-x-y$

4) $xy+y-2x-2$ 5) x^3-2x^2+x-2 6) x^4+x^3y-x-y

7) $x^2+xy-xz-yz$ 8) $xy+xz+3y+3z$ 9) $x^2-3x+xy-3y$

10) $xy-3x-y^2+3y$ 11) $x^2+2x-xy-2y$ 12) $3x^2-x-3xy+y$

13) $x^2+5xy+x+5y$ 14) $(x+1)y-2x-2$ 15) $x^2-2xy+x-2y$

16) $x^2-2x+2y-xy$ 17) $x^2+xy-2x-2y$ 18) $x^2-xy-6x+6y$

19) $2xy+3z+6y+xz$ 20) $3x^2-3xy-5x+5y$ 21) $x^2-6x-2xy+12y$

22) $x^2+3xy-5x-15y$ 23) $3x^2-2x-3xy+2y$ 24) $3x^2-3xy-5x+5y$

25) x^3+6x^2+x+6 26) $9x^3-9x^2y-4x+4y$ 27) $2x^2-6xy+5x-15y$

Bài 4. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ.

I. LÝ THUYẾT.

1) Phân tích bằng cách đặt nhân tử chung.

♣ Phân tích đa thức thành nhân tử là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

Chú ý:

♣ Đưa dấu "$-$" ra ngoài để có nhân tử chung $a-b=-(b-a)$

2) Phân tích bằng cách nhóm hạng tử.

3) Phân tích bằng cách dùng hằng đẳng thức.

II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Phân tích thành nhân tử (Đặt nhân tử chung)

1) x^2-x 2) x^2-8x 3) x^2+12x 4) x^3-4x

5) $3x^2-x$ 6) $2xy+y^2$ 7) x^2-xy 8) x^3-x^2y

9) $3x-3y$ 10) $10x+15y$ 11) $3x-12y$ 12) $4x-20$

13) $6x-2x^2$ 14) $2x-4x^2$ 15) $3x^2-6x$ 16) $3x^2+6x$

17) $4x^2+6x$ 18) $2x^2+6x$ 19) $2x^3-8x$ 20) $2x^3-3x^2$

21) $3x^4-24x$ 22) $4x^2-12x$ 23) $6x^3+9x^2$ 24) $9x-16x^2$

25) yx^3+8y 26) x^3y+5x^2y 27) xy^2-25x 28) $7x^2+14xy$

29) $4x^2y-6xy^2$ 30) $3xy-9x^2$ 31) $6x^2-3xy$ 32) $3xy^2-3x^3$

33) $3xy+6xz$ 34) $18x^2y-12x^3$ 35) $8xy^2-2x^2y$ 36) $3xy^2+6xyz$

Bài 2: Phân tích thành nhân tử (Đặt nhân tử chung)

1) x^3+2x^2+x 2) $x^4-4x^3+4x^2$ 3) $5x^3-10x^2+5x$

4) $2x^3-12x^2+18x$ 5) $8x^2y-8xy+2x$ 6) $5x^2y-35xy+60y$

7) $2x^2+5x^3+x^2y$ 8) $2x^3y-8x^2y+8xy$ 9) $4x^2y-8xy^2+18x^2y^2$

10) $6x^2y^2+4xy^2-12x^3y$ 11) $2x^2y-3xy^2+4x^2y^2$ 12) $-3x^2y+6x^2y^2-9xy^2$

13) $2x^3y^4-4x^5y^6+6y^7x^8$ 14) $2x^4y^3-3x^2y^4+5x^3y^4$

Bài 3: Phân tích thành nhân tử (Đặt nhân tử chung)

1) $5(x-y)-y(x-y)$ 2) $x(y+1)+8(y+1)$ 3) $5(x-y)-x(x-y)$

4) $z(x+y)-5(x+y)$ 5) $3x(x+5)-2(5+x)$ 6) $x^2(x-1)+4(x-1)$

7) $5x(x-1)-(1-x)$ 8) $x(y-1)-y(1-y)$ 9) $y(x-2)-3(2-x)$

28) $x^2y-x^3-9y+9x$ 29) x^3+2x^2-4x-8 30) $5xy^2-5x+y^2-1$

31) $4x^3-4x^2-9x+9$ 32) $10ax-5ay-2x+y$ 33) $a^3-a^2x-ay+xy$

34) $x^2+ab+ax+bx$ 35) $ax-bx+ab-x^2$

Bài 7: Phân tích thành nhân tử (Nhóm hạng tử)

1) $ax^2-3axy+bx-3by$ 2) $5x^2y+5xy^2-a^2x-a^2y$

3) $2ax^3+6ax^2+6ax+18a$ 4) $10xy^2-5by^2+2ax-ab$

5) $ax-bx+cx-3a+3b-3c$ 6) $2ax-bx+3cx-2a+b-3c$

7) $ax-bx-2cx-2a+2b+4c$ 8) $3ax^2+3bx^2+ax+bx+5a+5b$

9) $ax^2-bx^2-2ax+2bx-3a+3b$

Bài 8: Phân tích thành nhân tử (Hằng đẳng thức)

1) x^2-9 2) $49-x^2$ 3) $4y^4-1$

4) $4x^2-1$ 5) x^2-9y^2 6) $25x^2-9$

7) $4x^2-25$ 8) x^2-16y^2 9) $9x^2-1$

10) x^2+6x+9 11) $4x^2+4x+1$ 12) $10x-x^2-25$

13) $9x^2+6xy+y^2$ 14) $4x^2-12xy+9y^2$ 15) x^2+4y^2+4xy

16) x^4+4-4x^2 17) x^4+2x^2+1 18) x^4-2x^2+1

19) $1-8x^3$ 20) x^3+27 21) $8x^3-y^3$

22) $8x^3-\frac{1}{8}$ 23) $x^3+\frac{1}{27}$ 24) $x^3-\frac{8}{125}$

Bài 9: Phân tích thành nhân tử (Hằng đẳng thức)

1) $9-(x-y)^2$ 2) $(x-y)^2-4$ 3) $(x+2)^2-y^2$

4) $(x+5)^2-y^2$ 5) $(x+y)^2-9x^2$ 6) $16x^2-(x+1)^2$

7) $(4x-5)^2-25$ 8) $(x^2+1)^2-4x^2$ 9) $(2x-3)^2-25y^2$

10) $(3x+1)^2-(x+1)^2$ 11) $(x+y)^2-(x-y)^2$ 12) $(2xy+1)^2-(2x+y)^2$

13) $9(x-y)^2-4(x+y)^2$ 14) $(3x-2y)^2-(2x-3y)^2$ 15) $(4x^2-4x+1)-(x+1)^2$

Bài 10: Phân tích đa thức thành nhân tử

1) x^2-x-y^2-y 2) x^2-y^2+x-y 3) $3x-3y+x^2-y^2$

4) $5x-5y+x^2-y^2$ 5) x^2-5x-y^2-5y 6) $x^2-y^2+2x-2y$

7) x^2-4y^2+x+2y 8) $x^2-y^2-2x-2y$ 9) $x^2-4y^2+2x+4y$

10) $x(x-y)+x^2-y^2$ 11) $x^2-y^2+10x-10y$ 12) $x^2-y^2+20x+20y$

13) $4x^2-9y^2-4x-6y$ 14) $x^3-y^3+7x^2-7y^2$ 15) $x^3+4x-(y^3+4y)$

16) $x^3+y^3+2x+2y$ 17) $x^3-y^3-2x^2y+2xy^2$ 18) $x^3-4x^2+4x-xy^2$

Bài 11: Phân tích đa thức thành nhân tử

1) $x^2-2x+1-y^2$ 2) $x^2+6x+9-y^2$ 3) x^2+2x-y^2+1

4) x^2-y^2+4x+4 5) $4a^2-4a+1-b^2$ 6) x^2+4x-y^2+4

7) x^2-y^2-6y-9 8) $x^2-6x+9-y^2$ 9) $x^2+8x+16-y^2$

10) $4x^2-y^2+4x+1$ 11) $4x^2+6y-y^2-9$ 12) $x^2-6x-4y^2+9$

13) $y^2-x^2-12y+36$ 14) x^2-y^2-2y-1 15) $x^2-y^2+14x+49$

16) $1-8x+16x^2-y^2$ 17) x^2-16y^2+4x+4 18) $x^2+10x-16y^2+25$

19) $y^2-14y-25x^2+49$ 20) $x^2-4y^2+16x+64$ 21) $16y^2-4x^2-12x-9$

Bài 12: Phân tích đa thức thành nhân tử

1) $x^2-2xy-4+y^2$ 2) $4-x^2-2xy-y^2$ 3) $x^2+4y^2-4xy-4$

4) $x^2-2xy-25+y^2$ 5) $9-x^2-2xy-y^2$ 6) $x^2+2xy-9+y^2$

7) $x^2-2xy+y^2-1$ 8) $x^2-2xy+y^2-4$ 9) $x^2-2xy+y^2-49$

10) $x^2+2xy+y^2-25$ 11) $x^2-16-4xy+4y^2$ 12) $25-x^2+2xy-y^2$

13) $25-x^2+4xy-4y^2$ 14) $4x^2+4xy+y^2-9$ 15) $x^2+4xy-16+4y^2$

16) $a^2-9-8ab+16b^2$ 17) $x^2-36+4xy+4y^2$ 18) $4(x^2-y^2)+4x+1$

19) $x^2-2xy+y^2-z^2$ 20) $x^2-2xy+y^2-9z^2$ 21) $x^2+y^2-2xy-4z^2$

22) $3x^2+6xy+3y^2-3z^2$ 23) $3x^2+6xy+3y^2-12$

Bài 13: Phân tích đa thức thành nhân tử

1) $2x-2y-x^2+2xy-y^2$ 2) $x^2+y^2-2xy+2x-2y$ 3) $x^4-x^2+2xy-y^2$

4) $x^2-2xy+2x+y^2-2y$ 5) $x^2+y^2+2xy+yz+zx$

Bài 14: Phân tích đa thức thành nhân tử

1) $x^2-2x+1-y^2+2x-1$ 2) $x^2-4x+4-y^2-6y-9$

3) $4x^2-4x+1-y^2-8y-16$ 4) $x^2-2xy+y^2-z^2+2zt-t^2$

5) $(x+y)^2-2(x+y)+1$

6) $\left(x^2+x+1\right)^2+2x\left(x^2+x+1\right)+x^2$

7) $(x+y)^2-8(x+y)+12$

8) $\left(x^2+2x\right)^2-2x^2-4x-3$

9) $\left(x^2+x\right)^2+4x^2+4x-12$

10) $\left(x^2+2x\right)^2+9x^2+18x+20$

11) $\left(x^2+x\right)^2-2\left(x^2+x\right)-15$

12) $\left(x^2+4x\right)^2-2\left(x^2+4x\right)-15$

Bài 15: Phân tích đa thức thành nhân tử

1) x^3-2x^2+x
2) x^3-6x^2+9x
3) x^3-2x^2-8x
4) x^3-4x^2+4x
5) $2x^3+3x^2-2x$
6) $2x^3-8x^2+8x$
7) $4x^3+4x^2+x$
8) $3x^3-6x^2+3x$
9) x^3-7x^2+10x
10) $2x^3-12x^2+18x$
11) $2x^3-20x^2+18x$
12) a^3-8a^2+16a
13) x^8-x^2
14) x^4-27x
15) $27x^5+x^2$
16) $(x+y)^3-x^3-y^3$
17) $(x+y)^3-(x-y)^3$
18) $(x+y)^3+(x-y)^3$
19) $x^3-y^3+2x^2-2y^2$
20) $x^3-y^3-4x+4y$
21) $x^3-8y^3+x^2-4y^2$

Bài 16: Phân tích đa thức thành nhân tử

1) $x^2-4xy+3y^2$
2) $4x^2-5xy+y^2$
3) $x^2+4xy+3y^2$
4) $9x^2+6xy-8y^2$
5) $2x^2+3xy-5y^2$
6) x^2-35y^2-2xy
7) $x^2-10xy+16y^2$
8) $3x^2-10xy+8y^2$
9) $4x^2+4xy-15y^2$
10) $2x^2+10xy+8y^2$
11) $5x^2+10xy+5y^2$
12) $-7xy+3x^2+2y^2$

Dạng 2. Tìm x

Bài 17: Tìm x biết:

1) $x^2-x=0$
2) $x^2-4x=0$
3) $x^2+3x=0$
4) $x+5x^2=0$
5) $x^2-7x=0$
6) $3x^2-6x=0$
7) $x^2+7x=0$
8) $7x^2+2x=0$
9) $x^2+6x=0$
10) $2x^2-5x=0$
11) $3x^2+7x=0$
12) $5x-3x^2=0$
13) $5x^2-13x=0$
14) $-3x^2+5x=0$
15) $3x^2-7x=0$
16) $4x^3-x=0$
17) $x^3-4x=0$
18) $x^3-9x=0$
19) $x^3-16x=0$
20) $x^3-25x=0$
21) $4x^3-36x=0$

Bài 18: Tìm x biết:

1) $4x(x+1)=8(x+1)$
2) $5x(x-2)-(2-x)=0$
3) $x(x-1)-2(1-x)=0$
4) $x(x+2)-3(x+2)=0$
5) $2x(x+1)-3(x+1)=0$
6) $x^2(x-2)+3(x-2)=0$
7) $2x(x-5)-7(5-x)=0$
8) $3x(x-2)+2(x-2)=0$
9) $x(3x+2)-x(2x+3)=0$
10) $5x(x-1)=x-1$
11) $x(x+2)-x-2=0$
12) $x(x-2)+x-2=0$
13) $x(x-3)-x+3=0$
14) $2x(x-1)-x+1=0$
15) $x(x+3)-2x-6=0$
16) $2x(x+5)-x-5=0$
17) $x(x-3)+2x-6=0$
18) $x(x-1)+2x-2=0$
19) $5x(x-3)-x+3=0$
20) $x(x-3)-2x+6=0$
21) $2(x+3)-x^2-3x=0$
22) $x(2x-1)+4x-2=0$
23) $x(x-4)+3x-12=0$
24) $4x(x-2)-6+3x=0$
25) $x(x-20)-x+20=0$
26) $2(x+5)-x^2-5x=0$
27) $3x(x-5)-x^2+25=0$
28) $8x(x-5)-3x+15=0$
29) $3x(x-5)-2x+10=0$
30) $8x(x-5)-2x+10=0$

Bài 19: Tìm x biết:

1) $x^2+2x-3x-6=0$
2) $x^2-8x+3x-24=0$
3) $x^2+4x-5x-20=0$
4) $x^2+20x-x-20=0$
5) $x^2+10x-2x-20=0$
6) $x^2+12x+2x+24=0$
7) $x^3-4x^2-x+4=0$
8) $x^3-3x^2+3x-1=0$
9) $x^3+3x^2-4x-12=0$
10) $2x^2-2x=(x-1)^2$
11) $(x-3)^2+3-x=0$
12) $(x-2)^2-4x+8=0$
13) $3(x-6)^2=60-10x$
14) $(x+3)^2-6x-18=0$
15) $(x-4)^2-4x+16=0$
16) $2(x-5)-x^2+25=0$
17) $x(x+1)-x^2+1=0$
18) $4x^2-25+(2x+5)^2=0$
19) $x^2-4+(x+2)(x-3)=0$
20) $2x(x-1)-(1-x)^2=0$
21) $x^2-1+(x+1)(x-3)=0$

Bài 20: Tìm x biết:

1) $x^2+x-12=0$
2) $x^2-8x+7=0$
3) $x^2-4x-5=0$
4) $x^2-8x-9=0$
5) $x^2-4x+3=0$
6) $x^2+5x+4=0$
7) $x^2-5x+6=0$
8) $x^2-4x+3=0$
9) $x^2+3x-18=0$
10) $x^2-3x-10=0$
11) $x^2+3x-10=0$
12) $x^2-2x-35=0$
13) $x^2-7x+12=0$
14) $x^2-7x+12=0$
15) $4x^2-12x+9=0$
16) $8x^2+30x+7=0$
17) $3x^2+5x+2=0$
18) $9x^2-30x+24=0$

CHƯƠNG 5. DỮ LIỆU VÀ BIỂU ĐỒ.

Bài 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

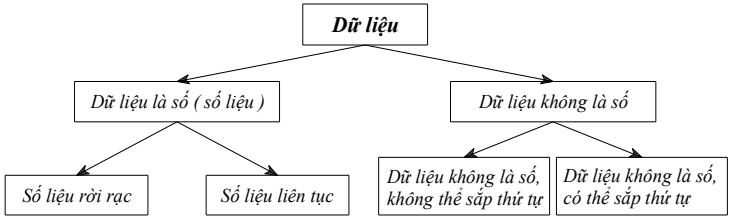
I. LÝ THUYẾT.

1) Thu thập dữ liệu.

- ♣ Thu thập dữ liệu có thể là trực tiếp hoặc gián tiếp:
- ♣ Thu thập dữ liệu trực tiếp là việc thu thập dữ liệu thông qua quan sát, làm thí nhiệm, lập bảng hỏi, phỏng vấn, …..
- ♣ Thu thập dữ liệu gián tiếp là việc thu thập dữ liệu từ những nguồn có sẵn như sách, báo, mạng internet, …..
- ♣ Để có thể đưa ra các kết luận hợp lí, dữ liệu thu thập được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.

2) Phân loại dữ liệu.

- ♣ Số liệu nhận giá trị tùy ý trong một khoảng nào đó gọi là số liệu liên tục (dạng số liệu hay gặp là: chiều cao, cân nặng, nhiệt độ, …..)
- ♣ Số liệu không phải là số liệu liên tục gọi là số liệu rời rạc (dạng số liệu hay gặp là số học sinh trong lớp, số sản phẩm của công nhân, ….)



II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Em hãy thu thập các dữ liệu sau và cho biết dữ liệu mà em thu thập được là trực tiếp hay gián tiếp.

a) Họ và tên các bạn tổ của mình.

b) Số trang của mỗi chương trong sách Toán 8 mà em đang hoc.

Bài 2: Em muốn ước lượng thời gian tự học của các bạn ở nhà,

a) Em muốn thu thập dữ liệu này em sẽ làm gì? Đó là cách thu thập gián tiếp hay trực tiếp.

b) Dữ liệu mà em thu thập được là số liệu hay không, nếu có thì nó có phải là liên tục không?

Bài 3: Cô Hải giao cho cả lớp một bài toán tìm x để về nhà làm

a) Để thu thập kết quả của bài toán đó, cô Hải có thể sử dụng phương pháp thu thập nào?

b) Dữ liệu thu thập được có phải là số liệu hay không? Đây là dữ liệu liên tục hay rời rạc.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Dữ liệu thu thập được ở mỗi câu sau thuộc loại dữ liệu nào?

a) Tên các hãng điện thoại.

b) Số tiền có trong túi.

c) Số điểm trong túi kiểm tra của một học sinh?

Bài 2: Dữ liệu thu thập được ở mỗi câu sau thuộc loại dữ liệu nào?

a) Tên các môn học mà em đang học.

b) Thời gian ngủ trưa của các thành viên trong gia đình em.

c) Số sản phẩm bán được của một cửa hàng bán quần áo.

Bài 3: Nên sử dụng phương pháp thu thập dữ liệu nào để có được dữ liệu ở mỗi câu sau:

a) Tên của các loại chim đẹp nhất.

b) Tên món ăn mà mẹ em hay nấu.

c) Số lần bố mẹ cho đi chơi trong một tháng của bản thân.

Bài 4: Theo WHO khuyến cáo, thuốc lá điện tử (làm nóng) tạo ra chất khí độc hại, có nhiều chất độc giống như trong khói thuốc lá điếu thông thường.

a) Em thu thập dữ liệu các chất độc hại đó bằng cách nào? Cách thu thập đó là trực tiếp hay gián tiếp.

b) Em hãy thu thập thêm các dữ liệu về tác hại của thuốc lá điện tử và cho biết các dữ liệu đó có phải là số liệu hay không, hay là loại dữ liệu gì?

Bài 5: Cho các dãy dữ liệu là số liệu sau, em hãy cho biết đâu là dữ liệu liên tục, đâu là dữ liệu rời rạc

a) Nhiệt độ không khí trung bình 5 ngày trong tháng $1/2023$ là $17,3^0C$; $17,5^0C$; $18,1^0C$; $17,9^0C$; $16,9^0C$.

b) Số đôi giày của các thành viên trong một gia đình: 2; 4; 6; 3.

c) Số công tơ điện của một hộ gia đình trong 5 giờ liên tiếp là $133,4kW.h$; $134,1kW.h$; $135,0kW.h$; $137,7kW.h$; $140,2kW.h$

d) Số học sinh vi phạm nội quy của lớp $8A$ trong 4 tuần của tháng 3 là: 6; 3; 7; 6.

Bài 6: Để mừng thọ các cụ vào đầu xuân. Bác tổ trưởng hội người cao tuổi trong thôn cần lên danh sách các cụ năm nay tròn 70 tuổi, 80 tuổi và 90 tuổi để mừng thọ.

a) Bác tổ trưởng có cách nào để thu thập dữ liệu trên? Cách đó là trực tiếp hay giáp tiếp?

b) Trong các dữ liệu bác tổ trưởng thu được, dữ liệu nào không phải là số, dữ liệu nào là số. Dữ liệu là số có phải là dữ liệu liên tục hay không? Dữ liệu không phải là số có thể sắp thứ tự hay không?

Bài 2. BIỂU DIỄN DỮ LIỆU BẰNG BẢNG, BIỂU ĐỒ.

I. LÝ THUYẾT.

1) Lựa chọn biểu đồ tranh hay biểu đồ cột.

Nhận xét:

Ở biểu đồ tranh thì các giá trị của mỗi đối tượng phải có mối quan hệ nhất định và các biểu tượng phải vẽ là rất nhiều.

Kết luận:

- ♣ Có thể dùng biểu đồ tranh hay biểu đồ cột để biểu diễn số lượng các đối tượng khác nhau. Tuy nhiên khi dùng biểu đồ tranh mà phải vẽ rất nhiều biểu tượng thì ta nên dùng biểu đồ cột.

2) Lựa chọn biểu đồ cột hay biểu đồ đoạn thẳng.

Nhận xét:

Đối với biểu đồ cột, do chứa các cột để thể hiện giá trị của mỗi đối tượng nên ta thể hiện được ít các đối tượng hơn so với biểu đồ đường.

Kết luận:

- ♣ Nếu muốn biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian ta dùng biểu đồ đoạn thẳng. Khi số lượng thời điểm quan sát ít ta có thể biểu diễn bằng biểu đồ cột.

3) Lựa chọn biểu đồ cột kép hay biểu đồ quạt tròn.

Nhận xét:

Ở biểu đồ hình quạt tròn thì tổng các thành phần là 100% nên ta phải đưa số liệu các đơn vị về phần trăm, còn biệt đồ hình cột kép chủ yếu để so sánh hai đối tượng theo cùng một thời gian.

Kết luận:

- ♣ Khi muốn so sánh hai tập dữ liệu với nhau ta dùng biểu đồ cột kép. Khi muốn biểu diễn tỉ lệ các phần trong tổng thể ta dùng biểu đồ hình quạt tròn.

II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Cho biểu đồ thể hiện số điểm tốt đạt được của các tổ trong tuần.

Tổ 1	Tổ 2	Tổ 3	Tổ 4
✿✿✿✿	✿✿	✿✿✿	✿✿✿✿✿
✿ : 5 điểm tốt			

a) Biểu đồ trên là biểu đồ gì? mỗi biểu tượng bông hoa ứng với bao nhiêu điểm tốt.

b) Lập bảng thống kê và vẽ biểu đồ khác thể hiện dữ liệu trong bảng thống kê.

Bài 7: Để khen thưởng cho các con cháu trong họ có thành tích xuất sắc trong năm học, bác trưởng họ đã kêu gọi các gia đình trong họ có con em có giấy khen mang bản photo đến nộp để nhận phần thưởng?

a) Các làm của bác trưởng họ là phương pháp thu thập dữ liệu gián tiếp hay trực tiếp.

b) Nếu các cháu được giấy khen tiên tiến thì thưởng 200000 đồng, còn giấy khen học sinh giỏi là 300000 đồng, học sinh đỗ giải Huyện, TP là 500000 đồng. Vậy dữ liệu mà bác trưởng họ thụ được gồm những dữ liệu gì?

Bài 2: Cho biểu đồ ở *Hình* 1 thể hiện sĩ số học sinh khối lớp 8

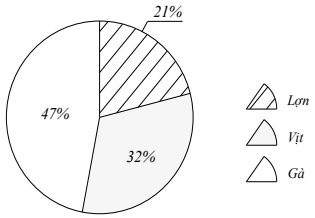
a) Đây là biểu đồ gì?

b) Lập bảng thống kê cho biểu đồ trên và vẽ biểu đồ khác thể hiện bảng thống kê vừa lập.

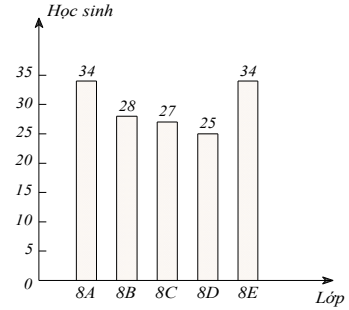
Bài 3: Cho biểu đồ ở *Hình* 2 thể hiện tỉ lệ phần trăm các loại gia cầm trong một trang trại.

a) Đây là biểu đồ gì? có bao nhiêu loại gia cầm trong trang trại này.

b) Lập bảng thống kê cho biểu đồ trên.



Hình 2



Hình 1

Bài 4: Cho bảng thống kê về thời gian tự học của bạn Tiến như sau

Thứ	2	3	4	5	6	7	CN
Thời gian (phút)	80	100	60	70	90	60	0

a) Vẽ biểu đồ thích hợp cho bảng thống kê trên.

b) Với bảng thống kê trên, có thể vẽ được những biểu đồ nào thì phù hợp.

Bài 5: Cho bảng thống kê thể hiện điểm cộng và trừ về thành tích thi đua của khối 8 trong 1 tuần.

Lớp	$8A_1$	$8A_2$	$8A_3$	$8A_4$
Điểm cộng	25	28	19	15
Điểm trừ	8	10	8	6

Vẽ biểu đồ thích hợp cho bảng thống kê trên.

Bài 6: Cho bảng thống kê thể hiện tỉ lệ phần trăm xếp loại học lực của lớp $8B$ trong học kì 1

Học lực	Giỏi	Khá	Trung bình
Tỉ lệ phần trăm	25%	60%	15%

Vẽ biểu đồ thích hợp thể hiện bảng thống kê trên.

Bài 7: Cho bảng thống kê về tỉ lệ phần trăm yêu thích môn học của lớp $8C$.

Môn học yêu thích	Toán	Văn	Anh	Khoa học
Tỉ lệ phần trăm	30%	25%	20%	25%

a) Vẽ biểu đồ cột thể hiện bảng thống kê trên.

b) Vẽ biểu đồ quạt tròn thể hiện bảng thống kê trên

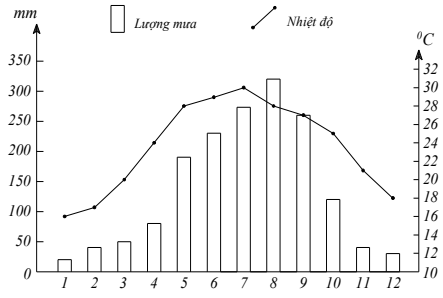
c) Có nhận xét gì về việc so sánh hai biểu đồ trên và việc bảng thống kê cho tỉ lệ phần trăm nhưng lại được biểu thị trên biểu đồ cột.

Bài 8: Cho bảng thống kê về số học sinh đạt học sinh giỏi cấp huyện môn Toán của bốn trong trường.

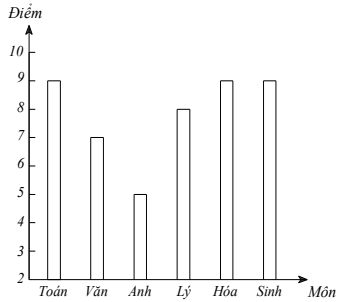
Khối lớp	6	7	8	9
Số học sinh	16	24	20	25

a) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng thể hiện bảng thống kê trên.

b) Hãy tính toán và vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể hiện biểu đồ trên.



Hình 3



Hình 4

Bài 4: Biểu đồ *Hình* 4 về số điểm đạt được của một số môn trong đợt kiểm tra giữa học kì 2 của bạn Hòa.

a) Bạn Hòa có điểm môn nào cao nhất, thấp nhất? Là bao nhiêu điểm?

b) Bạn Hòa có bị môn nào dưới trung bình không? Có môn nào được điểm suất xắc không?

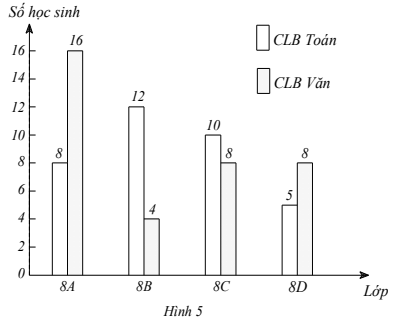
c) Lập bảng thống kê bảng điểm cho bạn Hòa và chỉ ra điểm giống và khác nhau giữ điểm của bản thân với điểm của bạn Hòa?

Bài 5: Biểu đồ ở *Hình* 5 thể hiện số lượng học sinh khối lớp 8 tham gia hai câu lạc bộ Toán và Văn của trường.

a) Lập bảng thống kê cho biểu đồ trên.

b) Cho biết về sự khác nhau về việc tham gia đăng kí hai câu lạc bộ Toán và Văn của hai lớp $8A$ và $8B$.

c) Nếu lớp $8A$ có số lượng tham gia câu lạc bộ môn Toán chiếm 20% tổng số học sinh cả lớp. Hãy tính xem lớp $8A$ có bao nhiêu học sinh.



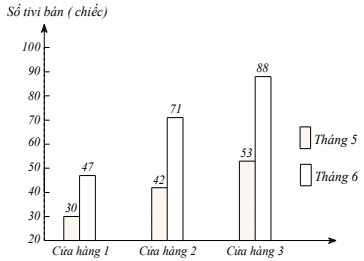
Hình 5

d) Hãy so sánh tỉ số học sinh tham gia CLB Toán và CLB Văn của hai lớp $8A$ và $8B$.

Bài 6: Biểu đồ ở *Hình* 6 thống kê số lượng ti vi bán được của ba cửa hàng trong tháng 5 và tháng 6 của năm 2018.

a) So sánh số lượng ti vi bán được của mỗi cửa hàng trong tháng 5 và tháng 6.

b) Cửa hàng 3 bán được nhiều ti vi nhất trong cả tháng 5 và tháng 6. Em có thể đưa ra một lí do phù hợp nhất để giải



Hình 6

Bài 3. PHÂN TÍCH SỐ LIỆU THỐNG KÊ DỰA VÀO BIỂU ĐỒ.

I. LÝ THUYẾT.

1) Các lưu ý khi đọc và diễn giải biểu đồ.

- ♣ Trong biểu đồ cột, khi gốc của trục đứng khác 0 thì tỉ lệ chiều cao của các cột không bằng tỉ lệ số liệu mà chúng biểu diễn.
- ♣ Trong biểu đồ đoạn thẳng, khi các trục quan sát trên trục ngang không đều nhau, ta không thể dựa vào độ dốc để kết luận về độ tăng hoặc giảm của đại lượng được biểu diễn

2) Đọc và phân tích số liệu từ biểu đồ.

- ♣ Khi phân tích số liệu, ta có thể kết hợp thông tin từ hai hay nhiều biểu đồ.
- ♣ Để so sánh sự thay đổi theo thời gian của hai hay nhiều đại lượng, người ta thường biểu diễn chúng trên cùng một biểu đồ.

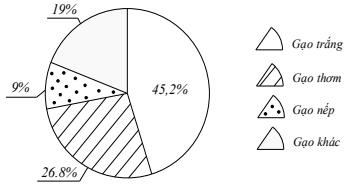
II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Cho biểu đồ xuất khẩu các loại gạo của nước ta trong năm 2020.

a) Lập bảng thống kê cho biểu đồ trên.

b) Loại gạo nào nước ta xuất khẩu nhiều nhất và ít nhất chiếm bao nhiêu phần trăm.

c) Biết rằng tổng lượng gạo xuất khẩu là 6,15 triệu tấn gạo. Hãy tính xem số lượng gạo thơm nước ta xuất khẩu trong năm 2020.



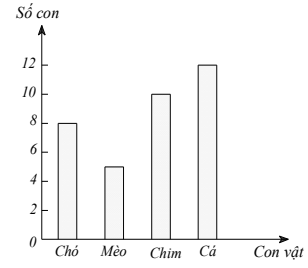
Hình 1

Bài 2: Biểu đồ ở *Hình* 2 thể hiện số các con vật nuôi của các bạn trong lớp $8B$

a) Lập bảng thống kê cho biểu đồ trên.

b) Con vật nào được nuôi nhiều nhất, ít nhất, là bao nhiêu?

c) Trong các con vật nuôi trên, số con vật nào nhiều gấp đôi con vật nào?



Hình 2

Bài 3: Cho biểu đồ về lượng mưa và nhiệt độ trong năm 2022 của Hà Nội (*Hình* 3).

a) Tháng nào có nhiệt độ cao nhất, thấp nhất? Vì sao lại có sự khác biệt này?

b) Tháng nào có lượng mưa nhiều nhất, ít nhất?

c) Em thích tháng nào nhất trong năm và tháng đó có nhiệt độ và lượng mưa như thế nào?

thích cho kết quả này được không?

Em đồng ý với những nhận xét nào sau đây:

+ Cửa hàng 3 bán ti vi với giá rẻ nhất.

+ Cửa hàng 3 chăm sóc khác hàng tốt nhất.

+ Cửa hàng 3 có nhiều loại ti vi cho người mua hàng lựa chọn.

+ Cửa hàng 3 ở vị trí thuận lợi cho việc đi lại mua bán của người mua hàng?

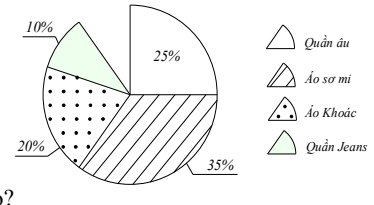
c) Số lượng ti vi mà cả ba cửa hàng bán được trong tháng 6 nhiều hơn số lượng ti vi mà cả ba cửa hàng bán được trong tháng 5 là bao nhiêu chiếc? Em có biết giải bóng đá World Cup 2018 diễn ra vào tháng nào không? Sự kiện đó có liên quan đến việc mua bán ti vi trong tháng 6 hay không?

d) Lập bảng thống kê cho biểu đồ trên.

Bài 7: Một cửa hàng bán quần áo đưa ra chương trình khuyến mại giảm giá như biểu đồ ở *Hình* 6

a) Trong các mặt hàng trên, sản phẩm nào được giảm giá nhiều nhất, ít nhất với mức giảm bao nhiêu phần trăm?

b) Hãy giải thích vì sao trong biểu đồ trên tổng các thành phần lại không phải 100%. Với các số liệu ở biểu đồ ta có thể biểu diễn bằng biểu đồ nào?



Hình 7

c) Cô Hải đã mua 2 chiếc áo sơ mi với giá mỗi chiếc sau khi giảm giá là $325\,000$ đồng và 4 chiếc quần âu. Khi đó tổng số tiền hóa đơn cô Hải thanh toán tại quầy là $1\,850\,000$ đồng. Em hãy tính xem mỗi chiếc áo sơ mi và mỗi chiếc quần âu cô Hải mua trị giá bao nhiêu tiền nếu chưa được giảm giá?

CHƯƠNG VI. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.

Bài 1. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. LÝ THUYẾT.

1) Phân thức đại số.

♣ Một phân thức đại số *(hay nói gọn là phân thức)* là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là hai đa thức và B khác đa thức 0

♣ A được gọi là tử thức *(hoặc tử)* và B được gọi là mẫu thức *(hoặc mẫu)*

Nhận xét:

♣ Mỗi đa thức cũng được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1. Đặc biệt, số 0 và số 1 cũng được coi là những phân thức đại số.

2) Hai phân thức bằng nhau.

♣ Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ gọi là bằng nhau nếu $A.D = B.C$. Kí hiệu $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

3) Điều kiện xác định và giá trị của phân thức tại một giá trị đã cho của biến.

♣ Điều kiện của phân thức $\frac{A}{B}$ là điều kiện của biến để giá trị của mẫu thức B khác 0

♣ Để tính giá trị của phân thức tại những giá trị cho trước của biến ta thay giá trị cho trước của biến vào phân thức đó rồi tính giá trị của biểu thức số nhận được.

Chú ý:

♣ Ta chỉ cần quan tâm tới điều kiện xác định của biến khi tính giá trị của phân thức.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Viết tử thức và mẫu thức của phân thức $\frac{5x-2}{3}$

Bài 2: Trong các cặp phân thức sau, cặp phân thức nào có mẫu giống nhau?

a) $\frac{-20x}{3y^2}$ và $\frac{4x}{5y^2}$ b) $\frac{3x-1}{x^2+1}$ và $\frac{3x-1}{x+1}$ c) $\frac{x-1}{3x+6}$ và $\frac{x+1}{3(x+2)}$

Bài 3: Vì sao các kết luận sau đúng?

a) $\frac{-6}{-4y} = \frac{3y}{2y^2}$ b) $\frac{x+3}{5} = \frac{x^2+3x}{5x}$ c) $\frac{3x(4x+1)}{16x^2-1} = \frac{-3x}{1-4x}$

Bài 4: Viết điều kiện xác định của phân thức $\frac{x^2+x-2}{x^3+2}$. Tính giá trị của phân thức trên lần lượt tại $x=0;\ x=1;\ x=2$.

Bài 5: Một ô tô chạy với vận tốc trung bình là $x\left(km/h\right)$

a) Viết biểu thức biểu thị thời gian ô tô *(tính bằng giờ)* chạy hết quãng đường $120\,km$.

b) Tính thời gian ô tô đi được $120\,km$ trong trường hợp vận tốc trung bình của ô tô là $60\,km/h$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Trong các biểu thức sau, đâu không phải là phân thức?

A. $\frac{6}{x^2}$ **B.** $\frac{-0}{x-y}$ **C.** -7 **D.** $\frac{x^2+1}{0}$

Câu 2: Mẫu thức của phân thức $\frac{x^2\left(1+x\right)}{\left(x-y\right).y^2}$ là

A. $x^2\left(1+x\right)$ **B.** $\left(x-y\right).y^2$ **C.** $\left(1+x\right)$ **D.** $\left(x-y\right)$

Câu 3: Để hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{M}{N}$ bằng nhau thì

A. $A.M=B.N$ **B.** $A.B=M.N$ **C.** $A.N=M.B$ **D.** $A.N=A.M$

Câu 4: Để tìm điều kiện xác định của một phân thức ta cần làm gì?

A. Cho mẫu thức bằng 0 rồi tìm x **B.** Cho tử thức bằng 0 rồi tìm x

C. Cho mẫu thức khác 0 rồi tìm x **D.** Cho tử thức khác 0 rồi tìm x

Câu 5: Một phân thức có điều kiện xác định của biến x là $x\neq 5$. Giá trị của phân thức tại $x=5$ là:

A. 5 **B.** 0

C. Là một giá trị khác 5 **D.** Không có giá trị

Câu 6: Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định sai

A. $\frac{x}{y}=\frac{x^2}{xy}$ **B.** $\frac{x^2-y^2}{x+y}=x-y$ **C.** $\frac{x-2}{x^2-4}=\frac{1}{x+2}$ **D.** $\frac{1}{x}=\frac{x}{1}$

Câu 7: Điều kiện xác định của phân thức $\frac{x-5}{x^2-4}$ là:

A. $x\neq 4$ **B.** $x\neq 2$ **C.** $x\neq -2$ **D.** $x\neq \pm 2$

Câu 8: Giá trị của phân thức $\frac{x^2-100}{x^{100}-y}$ tại $x=10$ là:

A. 0 **B.** $10\,000$

C. 10^{100} **D.** Không tính được vì thiếu giá trị của y

Câu 9: Để giá trị của phân thức $\frac{1}{x^2-5}$ có giá trị bằng 5 thì giá trị của x là

A. $x=\frac{\sqrt{26}}{5}$ **B.** $x=\frac{26}{\sqrt{5}}$ **C.** $x=\sqrt{\frac{26}{5}}$ **D.** $x=\sqrt{\frac{5}{26}}$

Câu 10: Để phân thức $\frac{x+4}{x^2-16}$ nhận giá trị là một số tự nhiên thì giá trị của x là:

A. $x\in\left\{0;\,1\right\}$ **B.** $x\in\left\{2;\,4\right\}$ **C.** $x\in\left\{3;\,5\right\}$ **D.** $x\in\left\{4;\,16\right\}$

II. Tự luận:

Bài 1: Hãy giải thích vì sao các phân thức sau lại bằng nhau

1) $\frac{5y}{7}=\frac{20xy}{28x}$ 2) $\frac{x^2y}{5}=\frac{3x^3y}{15x}$ 3) $\frac{1}{\left(x-y\right)^2}=\frac{\left(x-y\right)}{\left(x-y\right)^3}$

4) $\frac{\left(x+5\right)}{2x\left(x+5\right)}=\frac{3}{6x}$ 5) $\frac{x^2\left(x+2\right)}{x\left(x+2\right)^2}=\frac{x}{x+2}$ 6) $\frac{x\left(x^2-1\right)}{x+1}=x^2-x$

7) $\frac{x^3+8}{x^2-2x+4}=x+2$ 8) $\frac{3-x}{3+x}=\frac{x^2-6x+9}{9-x^2}$ 9) $\frac{x^2-x-2}{x+1}=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$

Bài 2: Các phân thức sau có bằng nhau hay không?

a) $\frac{x+3}{2x-5}$ và $\frac{x^2+3x}{2x^2-5x}$ b) $\frac{\left(x+1\right)^2}{x^2+x}$ và $x+1$ c) $\frac{\left(x-9\right)^3}{2\left(9-x\right)}$ và $\frac{\left(9-x\right)^2}{2}$

Bài 3: Tìm điều kiện xác định của các phân thức sau

1) $\frac{x-2}{x+3}$ 2) $\frac{5x}{2x+4}$ 3) $\frac{4x}{3x-7}$ 4) $\frac{8}{x+2024}$

5) $\frac{x-1}{x^2-1}$ 6) $\frac{5}{x^2-3}$ 7) $\frac{x^2}{x^2-y^2}$ 8) $\frac{3}{x^2-9y^2}$

9) $\frac{x^2-2}{\left(x-3\right)^2}$ 10) $\frac{x}{\left(4+x\right)^3}$ 11) $\frac{x^2-2}{4x^2+4x+1}$ 12) $\frac{x}{x^2-x+1}$

13) $\frac{3x-2}{2x^2-6x}$ 14) $\frac{5}{2x-3x^2}$ 15) $\frac{x+y-2}{9x^2-4y^2}$ 16) $\frac{\left(x-2\right)^2}{4x^2-1}$

17) $\frac{x+y}{\left(x-2\right)\left(x+y\right)}$ 18) $\frac{3-x}{x\left(x^2-1\right)}$ 19) $\frac{x}{\left(x^2-4\right)\left(x+1\right)}$ 20) $\frac{x-y}{\left(x+y\right)\left(x+2y\right)}$

Bài 2: TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Tính chất cơ bản của phân thức.

♣ Nếu nhân của từ và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì ta được một phân thức mới bằng phân thức đã cho.

Cụ thể: $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.M}$ với $M\neq 0$.

♣ Nếu từ và mẫu của một phân thức có nhân tử chung thì khi chia cả từ và mẫu cho nhân tử chung đó ta được một phân thức bằng phân thức đã cho.

Cụ thể: $\frac{A:N}{B:N}=\frac{A}{B}$ *(N là một nhân tử chung)*

Chú ý:

♣ Nếu đối dấu cả từ và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$\frac{A}{B}=\frac{-A}{-B}$ hoặc $\frac{A}{-B}=\frac{-A}{B}$

2) Vận dụng

♣ Muốn rút gọn một phân thức đại số ta làm như sau:

+ Phân tích tử và mẫu thành nhân tử *(nếu cần)* để tìm nhân tử chung

+ Chia cả từ và mẫu cho nhân tử chung đó.

♣ Quy đồng mẫu thức nhiều phân thức là làm cho các phân thức đã cho thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho

+ Phân tích các mẫu thành nhân tử rồi tìm mẫu thức chung

+ Tìm nhân tử phụ bằng cách chia mẫu thức chung cho các mẫu.

+ Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Dùng tính chất cơ bản của phân thức , giải thích vì sao các kết luận sau đúng.

a) $\frac{(x-2)^3}{x^2-2x}=\frac{(x-2)^2}{x}$

b) $\frac{1-x}{-5x+1}=\frac{x-1}{5x-1}$

Bài 2: Tìm đa thức thích hợp cho dấu ? $\frac{y-x}{4-x}=\frac{7}{x-4}$

Bài 4: Tính giá trị của các phân thức sau

1) $\frac{3x^2-x}{x+1}$ tại $x=-2$

2) $\frac{1}{x^2-4x}$ tại $x=-3$

3) $\frac{x^2+2x+1}{(x-3)^2}$ tại $x=5$

4) $\frac{x^2-4}{x(x-2)}$ tại $x=0$

Bài 5: Cho phân thức $A=\frac{x^2-4}{4x+8}$

a) Tìm điều kiện xác định của A

b) Tính giá trị phân thức A tại $x=3$

c) Tìm giá trị của x để phân thức A có giá trị bằng 0

Bài 6: Cho phân thức $B=\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

a) Tìm điều kiện xác định của B

b) Tìm giá trị của x để phân thức có giá trị bằng 2

Bài 7: Cho phân thức $C=\frac{x^2+4x+4}{x+2}$

a) Tìm điều kiện xác định của C

b) Tính giá trị của phân thức C tại $x=1$

c) Tìm giá trị của x để phân thức C nhận giá trị bằng 1

Bài 8: Cho phân thức $D=\frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$

a) Tìm điều kiện xác định của D

b) Tìm giá trị của x để phân thức D nhận giá trị bằng 0

c) Tính giá trị của phân thức D tại $x=0$

Bài 9: Tìm các giá trị của x để các phân thức sau nhận giá trị bằng 0

1) $A=\frac{x^2-4}{x^2+2x}$

2) $B=\frac{x^2-4}{x-3}$

3) $C=\frac{x^2-2x+1}{2x+1}$

4) $D=\frac{3x^2+5x-2}{3x^2-7x+2}$

5) $E=\frac{x^3+x^2-x-1}{x^3+2x-5}$

6) $G=\frac{2x^2+10x+12}{x^3-4x}$

Câu 3: Chọn câu đúng thể hiện cách rút gọn một phân thức

A. $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.M}(M\neq 0)$ **B.** $\frac{A}{B}=\frac{A:M}{B:M}$ (M *là nhân tử chung của* A,B)

C. $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B:M}(M\neq 0)$ **D.** $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.M}$ (M *là nhân tử chung của* A,B)

Câu 4: Nhân tử chung của tử và mẫu của phân thức $\frac{x(x-1)}{(x-1)^3}$ là

A. $x(x-1)$ **B.** $(x-1)^3$ **C.** $(x-1)$ **D.** x

Câu 5: Mẫu thức chung của hai phân thức $\frac{1}{x-y}$ và $\frac{1}{x+y}$ là

A. $(x-y)$ **B.** $(x+y)$ **C.** $(x-y)(x+y)$ **D.** $\frac{x-y}{x+y}$

Câu 6: Để đổi dấu mẫu phân thức $\frac{x-1}{-5}$ vẽ phân thức có mẫu dương ta được phân thức

A. $\frac{x-1}{5}$ **B.** $\frac{1-x}{5}$ **C.** $\frac{1-x}{-5}$ **D.** $-\frac{x-1}{-5}$

Câu 7: Quy đồng mẫu hai phân thức $\frac{1}{x}$ và $\frac{3}{x-y}$ ta được hai phân thức lần lượt là

A. $\frac{x-y}{x}$ và $\frac{3}{x-y}$ **B.** $\frac{x-y}{x(x-y)}$ và $\frac{3x}{x(x-y)}$

C. $\frac{x-y}{x(x-y)}$ và $\frac{3}{x(x-y)}$ **D.** $\frac{1}{x(x-y)}$ và $\frac{3}{x(x-y)}$

Câu 8: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể quy đồng mẫu hai phân thức đó

B. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể rút gọn hai phân thức đó

C. Để chứng minh hai phân thức bằng nhau ta có thể dùng tích chéo.

D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 9: Rút gọn phân thức $\frac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$ ta được phân thức nào?

A. $a+b+c$ **B.** $a+b-c$ **C.** $(a+b+c)^2$ **D.** $(a+b-c)^2$

Bài 3: Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{5x+10}{25x^2+50}$ b) $\frac{45x(3-x)}{15x(x-3)^2}$ c) $\frac{(x^2-1)^2}{(x+1)(x^3+1)}$

Bài 4: Cho phân thức $P=\frac{x+1}{x^2-1}$

a) Rút gọn phân thức đã cho, kí hiệu Q là phân thức nhận được.

b) Tính giá trị của P và Q tại $x=11$. So sánh hai kết quả đó

Bài 5: Tìm a sao cho hai phân thức sau bằng nhau $\frac{5x}{x+1}$ và $\frac{ax(x-1)}{(1-x)(x+1)}$

Bài 6: Quy đồng mẫu thức các phân thức sau

a) $\frac{1}{x^3-8}$ và $\frac{3}{4-2x}$ b) $\frac{x}{x^2-1}$ và $\frac{1}{x^2+2x+1}$

Bài 7: Quy đồng mẫu thức các phân thức sau

a) $\frac{1}{x+2}$; $\frac{x+1}{x^2-4x+4}$ và $\frac{5}{2-x}$ b) $\frac{1}{3x+3y}$; $\frac{2x}{x^2-y^2}$ và $\frac{x^2-xy+y^2}{x^2-2xy+y^2}$

Bài 8: Cho hai phân thức $\frac{9x^2+3x+1}{27x^3-1}$ và $\frac{x^2-4x}{16-x^2}$

a) Rút gọn hai phân thức đã cho

b) Quy đồng mẫu thức hai phân thức nhận được ở câu a.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm:

Câu 1: Trong các câu sau, đâu là tính chất cơ bản của phân số

A. $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.N}(N\neq 0)$ **B.** $\frac{A}{B}=\frac{A+M}{B+M}$

C. $\frac{A}{B}=\frac{A-M}{B-M}$ **D.** $\frac{A}{B}=\frac{A.M}{B.M}(M\neq 0)$

Câu 2: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Đổi dấu tử của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho

B. Đổi dấu mẫu của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho

C. Đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức, ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho

D. Cả ba ý trên đều đúng

II. Tự luận:

Bài 1: Dùng tính chất cơ bản của phân thức, rút gọn các phân thức sau

1) $\frac{3xy}{9y}$ 2) $\frac{6x^2y^2}{8xy^5}$ 3) $\frac{12x^3y^2}{18xy^5}$ 4) $\frac{15x^2y^3}{9x^3y^3}$

5) $\frac{x(x+2)}{x^2(2+x)}$ 6) $\frac{15x(x+5)^3}{20x^2(x+5)}$ 7) $\frac{45x(3-x)}{15x(x-3)^3}$ 8) $\frac{xy(3x-1)^3}{x^3(1-3x)}$

9) $\frac{4x(3x-1)^3}{8x^3(1-3x)}$ 10) $\frac{7x^5y(x-y)^2}{14xy^3(x-y)}$ 11) $\frac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^3}$ 12) $\frac{8x^3y^4(x-y)^2}{12x^2y^5(y-x)}$

13) $\frac{x-x^2}{x^2-1}$ 14) $\frac{x^2-3x}{9-x^2}$ 15) $\frac{x^2-3x}{x^3-9x}$ 16) $\frac{x^2-9}{3x-x^2}$

17) $\frac{x^2-xy}{y^2-x^2}$ 18) $\frac{2x-4y}{x^2-4y^2}$ 19) $\frac{3xy+3}{9y+3}$ 20) $\frac{2x^2+2x}{x+1}$

21) $\frac{3xy+3x}{9y+9}$ 22) $\frac{x^2-xy}{5y^2-5xy}$ 23) $\frac{10xy-5x^2}{2x^2-8y^2}$ 24) $\frac{x^2-xy}{3x^2-3xy}$

25) $\frac{3(x-3)}{x^3-9x}$ 26) $\frac{3x^2y-3x^2}{2x(y-1)}$ 27) $\frac{5x^2-10xy}{2(2y-x)^3}$ 28) $\frac{36(x-2)^3}{32-16x}$

Bài 2: Dùng tính chất cơ bản của phân thức, rút gọn các phân thức sau

1) $\frac{x^2+2x+1}{5x^3+5x^2}$ 2) $\frac{x^2-6x+9}{4x^2-12x}$ 3) $\frac{x^2+5x+6}{x^2+4x+4}$

4) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-8x+15}$ 5) $\frac{3x^2+5x-2}{x^2-3x-10}$ 6) $\frac{x^2-8x+12}{x^2-2x-24}$

7) $\frac{x^2+7x+12}{4x^2+12x}$ 8) $\frac{7x^2+14x+7}{3x^2+3x}$ 9) $\frac{2x^2-3x-20}{x^2-16}$

10) $\frac{x^3-2x^2+x}{x^2-1}$ 11) $\frac{x^3-x^2-x+1}{1-x^3}$ 12) $\frac{x^3-x^2-x+1}{1+x^3}$

13) $\frac{x^3-4x^2+4x}{x^2-4}$ 14) $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{4x^3+4x^2}$ 15) $\frac{7x^2-7x^3}{x^3-3x^2+3x-1}$

Bài 3: Tìm đa thức A để

1) $\frac{3x^2y}{9xy^2}=\frac{A}{3y}$ 2) $\frac{x-x^2}{5x^2-x}=\frac{x}{A}$ 3) $\frac{A}{2x-1}=\frac{6x^2+3x}{4x^2-1}$

4) $\frac{A}{2x+1}=\frac{6x^2-3x}{4x^2-1}$ 5) $\frac{5(y-x)^2}{5x^2-5xy}=\frac{x-y}{A}$ 6) $\frac{x^2+8}{2x-1}=\frac{3x^3+24x}{A}$

7) $\frac{3(x+y)}{2}=\frac{5x^2-5y^2}{A}$ 8) $\frac{x^3+x^2}{(x-1)(x+1)}=\frac{A}{x-1}$ 9) $\frac{5x^2-13x+6}{A}=\frac{5x-3}{2x+5}$

10) $\frac{x^2-2x}{2x^2-3x-2}=\frac{x^2+2x}{A}$ 11) $\frac{x^2-2x-8}{2x^2-8}=\frac{x-4}{A}$ 12) $\frac{A}{7x^2+9x+2}=\frac{4x-3}{7x+2}$

Bài 4: Quy đồng các phân thức sau

1) $\frac{11}{x^4y}$ và $\frac{3}{xy^3}$ 2) $\frac{2}{3x^3y^2}$ và $\frac{3}{4x^7y}$ 3) $\frac{25}{14x^2y}$ và $\frac{14}{21xy^5}$

4) $\frac{5}{x^5y^3}$ và $\frac{7}{12x^3y^4}$ 5) $\frac{5}{6xy^2}$ và $\frac{4}{9x^3y}$ 6) $\frac{4}{15x^3y^5}$ và $\frac{11}{12x^4y^2}$

7) $\frac{3x}{2x+4}$ và $\frac{x+3}{x^2-4}$ 8) $\frac{5}{2x+6}$ và $\frac{3}{x^2-9}$ 9) $\frac{1}{x+2}$ và $\frac{8}{2x-x^2}$

10) $\frac{3}{x^2-5x}$ và $\frac{5}{2x-10}$ 11) $\frac{7x-1}{2x^2+6x}$ và $\frac{5-3x}{x^2-9}$

12) $\frac{2x}{(x+2)^3}$ và $\frac{x-2}{2x.(x+2)^2}$ 13) $\frac{4x-4}{2x(x+3)}$ và $\frac{x-3}{3x(x+1)}$

Bài 5: Quy đồng các phân thức sau

1) $\frac{x+5}{x^2+4x+4}$ và $\frac{x}{3x+6}$ 2) $\frac{x+1}{x-x^2}$ và $\frac{x+2}{2-4x+2x^2}$

3) $\frac{2x}{x-8x+16}$ và $\frac{x}{3x^2-12x}$ 4) $\frac{1}{4x^2-8x+4}$ và $\frac{5}{6x^2-6x}$

5) $\frac{4x^2-2x+5}{x^3-1}$ và $\frac{1-2x}{x^2+x+1}$ 6) $\frac{1}{2x+2y}$ và $\frac{y}{x^2+2xy+y^2}$

7) $\frac{x}{x^2-2xy+y^2}$ và $\frac{x+y}{y^2-xy}$ 8) $\frac{1}{x^2-x+1}$ và $\frac{x}{x^3+1}$

Bài 6: Quy đồng các phân thức sau

1) $\frac{x}{x+1}; \frac{x^2}{1-x}$ và $\frac{1}{x^2-1}$ 2) $\frac{10}{x+2}; \frac{5}{2x-4}$ và $\frac{1}{6-3x}$

3) $\frac{x-1}{2x+2}; \frac{x+1}{2x-2}$ và $\frac{1}{1-x^2}$ 4) $\frac{x}{2x-4}; \frac{1}{2x+4}$ và $\frac{3}{4-x^2}$

5) $\frac{7}{x+2y}; \frac{4}{x-2y}$ và $\frac{x-y}{8y^2-2x^2}$ 6) $\frac{1}{3x+3y}; \frac{1}{2y+2x}$ và $\frac{1}{x^2+2xy+y^2}$

Bài 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. LÝ THUYẾT.

1) Cộng hai phân thức cùng mẫu.

♣ Muốn cộng hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức. Cụ thể $\frac{A}{M}+\frac{B}{M}=\frac{A+B}{M}$

Chú ý:

♣ Kết quả của phép cộng hai phân thức được gọi là tổng của hai phân thức đó, thường sẽ được viết dưới dạng rút gọn.

2) Cộng hai phân thức khác mẫu.

♣ Muốn cộng hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi cộng các phân thức có cùng mẫu vừa tìm được.

3) Trừ hai phân thức.

♣ Muốn trừ hai phân thức có cùng mẫu ta trừ các tử thức và giữ nguyên mẫu thức.

♣ Muốn trừ hai phân thức có mẫu thức khác nhau, ta quy đồng mẫu thức rồi trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

♣ Cũng như phép trừ phân số, ta có thể chuyển phép trừ phân thức thành phép cộng phân thức như sau $\frac{A}{B}-\frac{C}{D}=\frac{A}{B}+\frac{-C}{D}$

4) Cộng, trừ nhiều phân thức đại số.

♣ Vì trừ một phân thức cũng là cộng với phân thức đối của phân thức đó nên biểu thức gồm các phép tính cộng, trừ phân thức cũng có thể xem là chỉ gôm các phép cộng phân thức. Cụ thể $\frac{A}{B}-\frac{C}{D}+\frac{M}{N}=\frac{A}{B}+\frac{-C}{D}+\frac{M}{N}$

♣ Trong các biểu thức ta có thể đổi chỗ các số hạng kèm theo dấu của nó.

♣ Khi rút gọn một biểu thức có dấu ngoặc, ta có thể bỏ các dấu ngoặc bằng cách sử dụng quy tắc dấu ngoặc:

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Thực hiện phép tính:

a) $\frac{x^2-3x+1}{2x^2}+\frac{5x-1-x^2}{2x^2}$ b) $\frac{y}{x-y}+\frac{x}{x+y}$ c) $\frac{x}{2x-6}+\frac{9}{2x(3-x)}$

Bài 2: Thực hiện phép tính:

7) $\frac{2}{x+3}; \frac{5}{3x^3-12x}$ và $\frac{3}{(2x+4)(x+3)}$ 8) $\frac{3x+6}{x^2-4}; \frac{5x}{x^2-2x}$ và $\frac{1-x}{x^2-3x+2}$

9) $\frac{4x^2-3x+5}{x^3-1}; \frac{6}{x-1}$ và $\frac{2x}{x^2+x+1}$ 10) $\frac{1}{x^3+1}; \frac{3}{2x+2}$ và $\frac{2}{x^2-x+1}$

Bài 7: Chứng minh các phân thức sau bằng nhau

1) $\frac{9x^2-1}{12x^2+4x}$ và $\frac{9x^2-6x+1}{12x^2-4x}$ 2) $\frac{5x^2+5x}{x^2+2x+1}$ và $\frac{5x^3-5x^2+5x}{x^3+1}$

3) $\frac{2x^2-7x+6}{x^2-4}$ và $\frac{2x^2+x-6}{x^2+4x+4}$ 4) $\frac{3x^3-12x^2-15x}{6x^3+9x^2+3x}$ và $\frac{4x^2-12x-40}{8x^2+20x+8}$

Bài 8: Rút gọn rồi tính giá trị

1) $A=\frac{x^4-2x^3}{2x^2-x^3}$ tại $x=\frac{1}{5}$ 2) $B=\frac{x^2-4x+4}{x^2-6x+8}$ tại $x=\frac{1}{5}$

3) $C=\frac{2y-2x}{x^2-2xy+y^2}$ tại $x-y=\frac{-1}{2}$

Bài 9: Rút gọn các phân thức sau

1) $\frac{y^2-x^2}{x^2-3xy+2y^2}$ 2) $\frac{x^2y+2xy^2+y^3}{2x^2+xy-y^2}$ 3) $\frac{x^2+y^2-1+2xy}{x^2-y^2+1+2x}$

4) $\frac{x^2+y^2-4+2xy}{x^2-y^2+4+4x}$ 5) $\frac{5x^2+10xy+5y^2}{3y^2-3x^2}$ 6) $\frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$

7) $\frac{x^2+3xy+2y^2}{x^3+2x^2y-xy^2-2y^3}$ 8) $\frac{y^2-x^2}{x^3-3x^2y+3xy^2-y^3}$

C. $\frac{A}{M}+\frac{B}{M}=\frac{A.M+B.M}{M}$ **D.** $\frac{A}{M}-\frac{B}{M}=\frac{A-B}{M}$

Câu 2: Chọn câu sai trong các câu sau:

A. Có thể đổi chỗ các phân thức trong một biểu thức.

B. Có thể chuyển phép trừ phân thức thành phép cộng với phân thức đối.

C. Có thể dùng quy tắc dấu ngoặc để rút gọn một biểu thức có các phân thức.

D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Câu 3: Trong các phép tính sau, đâu là phép cộng hai phân thức cùng mẫu

A. $\frac{1}{x+y}+\frac{-3}{x}$ **B.** $\frac{1}{x+y}+\frac{-3}{y}$ **C.** $\frac{1}{x+y}+\frac{-3}{x+y}$ **D.** $\frac{1}{x+y}+\frac{x+y}{3}$

Câu 4: Kết quả của phép tính $\frac{3x^2}{2x^2y}-\frac{x^2}{2x^2y}$ là

A. $\frac{x^2}{2x^2y}$ **B.** $\frac{1}{2x^2y}$ **C.** $\frac{2x^2}{y}$ **D.** $\frac{1}{y}$

Câu 5: Phép tính nào cho kết quả $\frac{-2y}{(x+y)(x-y)}$

A. $\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}$ **B.** $\frac{1}{x-y}-\frac{1}{x+y}$ **C.** $\frac{x}{x-y}+\frac{y}{x+y}$ **D.** $\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}$

Câu 6: $\frac{1}{(x+1)(x+2)}$ là kết quả của phép tính nào sau đây

A. $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-2}$ **B.** $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-1}$ **C.** $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$ **D.** $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+1}$

Câu 7: Ta không nên quy đồng cho bài toán nào dưới đây?

A. $\frac{1}{x-1}-\frac{x}{1-x}$ **B.** $\frac{2}{x-y}-\frac{3}{x+y}$ **C.** $x-\frac{1}{x+y}$ **D.** $\frac{1}{a-1}+\frac{1}{a^2-1}$

Câu 8: Nếu lựa chọn mẫu chung là $4-x^2$ khi tính biểu thức $\frac{4}{x+2}+\frac{2}{x-2}+\frac{5x-6}{4-x^2}$ thì phân thức nào cần đổi dấu?

A. $\frac{4}{x+2}$ **B.** $\frac{2}{x-2}$ **C.** $\frac{5x-6}{4-x^2}$ **D.** Cả A và B

II. Tự luận.

Bài 1: Thực hiện phép tính *(cùng mẫu)*

a) $\frac{5-3x}{x+1}-\frac{-2+5x}{x+1}$ b) $\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}$ c) $\frac{3}{x+1}-\frac{2+3x}{x^3+1}$

Bài 3: Thực hiện phép tính

a) $\frac{1}{x}+\frac{2}{x+1}+\frac{3}{x+2}-\frac{1}{x}-\frac{2}{x-1}-\frac{3}{x+2}$

b) $\frac{2x-1}{x}+\frac{1-x}{2x+1}+\frac{3}{x^2-9}+\frac{1-2x}{x}+\frac{x-1}{2x+1}-\frac{3}{x+3}$

Bài 4: Thực hiện phép tính

a) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}+\frac{x}{2-x}+\frac{4-x}{5x-10}$

b) $\frac{x}{x^2+1}-\left(\frac{3}{x+6}+\frac{2-x}{x+4}\right)+\left[\frac{3}{x+6}-\left(\frac{1}{x^2+1}-\frac{x-2}{x+4}\right)\right]$

Bài 5: Thực hiện phép tính

a) $\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$ b) $\frac{x}{(x-y)^2}+\frac{y}{y^2-x^2}$

Bài 6: Một tàu du lịch chạy xuôi dòng $15\,km$, sau đó quay ngược lại để trở về điểm xuất phát và kết thúc chuyến du lịch. Biết rằng vận tốc của tàu khi nước yên lặng là $10\,km/h$ và vận tốc của dòng nước là $x\,km/h$.

a) Hãy viết các phân thức biểu thị theo x thời gian xuôi dòng, thời gian ngược dòng và tổng thời gian tàu chạy.

b) Tính tổng thời gian tàu chạy khi vận tốc dòng nước là $2\,km/h$.

Bài 7: Cho biểu thức $P=\frac{x^2-6x+9}{9-x^2}+\frac{4x+8}{x+3}$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P tại $x=7$

c) Chứng tỏ $P=3+\frac{2}{x+3}$. Từ đó tìm tất cả giá trị nguyên của x sao cho biểu thức đã cho nhận giá trị nguyên.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: Công thức nào sau đây thể hiện phép cộng hai phân thức cùng mẫu

A. $\frac{A}{M}+\frac{B}{M}=\frac{A+B}{2M}$ **B.** $\frac{A}{M}+\frac{B}{M}=\frac{A+B}{M}$

5) $\frac{4}{x+2}+\frac{3}{2-x}+\frac{12}{x^2-4}$

6) $\frac{4}{x+2}+\frac{2}{x-2}+\frac{5x-6}{4-x^2}$

7) $\frac{x^2}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}+\frac{2}{2-x}$

8) $\frac{a^2}{a+1}+\frac{1}{a-1}-\frac{2a}{a^2-1}$

9) $\frac{1}{x+2}+\frac{2}{x-2}+\frac{x}{x^2-4}$

10) $\frac{x+1}{x-3}-\frac{1-x}{x+3}-\frac{2x(1-x)}{9-x^2}$

11) $\frac{1}{x-y}+\frac{2}{x+y}+\frac{3x}{y^2-x^2}$

12) $\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y}+\frac{2xy}{y^2-x^2}$

Bài 5: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\frac{1}{3x-2}-\frac{1}{3x+2}-\frac{3x-6}{4-9x^2}$

2) $\frac{x}{x-2y}+\frac{x}{x+2y}+\frac{4xy}{4y^2-x^2}$

3) $\frac{2}{2x+3}+\frac{5}{2x-3}-\frac{2x-33}{9-4x^2}$

4) $\frac{6x}{x^2-9}+\frac{5x}{x-3}+\frac{x}{x+3}$

5) $\frac{x-1}{x+2}+\frac{4x-4}{x^2-4}-\frac{x+1}{2-x}$

6) $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}+\frac{x^2-4x-1}{x^2-1}$

7) $\frac{1}{2x-3}-\frac{1}{2x+3}-\frac{10x+9}{9-4x^2}$

8) $\frac{2x+1}{2x^2-x}+\frac{32x^2}{1-4x^2}+\frac{1-2x}{2x^2+x}$

9) $\frac{1}{3x-2}-\frac{4}{3x+2}-\frac{3x-6}{4-9x^2}$

10) $\frac{1}{2x-2y}-\frac{1}{2x+2y}+\frac{y}{y^2-x^2}$

11) $\frac{x}{2x-2}+\frac{3x}{2x+2}-\frac{2x^2}{x^2-1}$

12) $\frac{2x+1}{4x-2}+\frac{1-2x}{4x+2}-\frac{2}{1-4x^2}$

13) $\frac{1}{6x-4y}-\frac{1}{6x+4y}-\frac{3x}{4y^2-9x^2}$

14) $\frac{2x}{x^2+2xy}+\frac{y}{xy-2y^2}+\frac{4}{x^2-4y^2}$

Bài 6: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x^3+1}+\frac{1}{x^2-x+1}$

2) $\frac{x^2+2}{x^3-1}+\frac{2}{x^2+x+1}+\frac{1}{1-x}$

3) $\frac{x^3+2x}{x^3+1}+\frac{2x}{x^2-x+1}+\frac{1}{x+1}$

4) $\frac{3(x+1)^2}{x^3-1}-\frac{1-x}{x^2+x+1}+\frac{3}{1-x}$

5) $\frac{1}{x-y}-\frac{3xy}{x^3-y^3}+\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$

6) $\frac{1}{x-y}+\frac{3xy}{y^3-x^3}+\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}$

7) $\frac{4x^2-3x+17}{x^3-1}+\frac{2x-1}{x^2+x+1}+\frac{6}{1-x}$

8) $\frac{3x^2+5x+1}{x^3-1}-\frac{1-x}{x^2+x+1}-\frac{3}{x-1}$

1) $\frac{2x}{5}+\frac{2}{5}$

2) $\frac{2x+5}{3}+\frac{x-2}{3}$

3) $\frac{3x-5}{7}+\frac{4x+5}{7}$

4) $\frac{x^2+4}{x}-\frac{3x+4}{x}$

5) $\frac{5x+y^2}{x^2y}-\frac{5y-x^2}{x^2y}$

6) $\frac{4xy-5}{2xy}-\frac{6y^2-5}{2xy}$

Bài 2: Thực hiện phép tính *(đổi dấu)*

1) $\frac{x}{x-1}+\frac{1}{1-x}$

2) $\frac{11x}{2x-3}-\frac{x-18}{3-2x}$

3) $\frac{4x+5}{2x-1}+\frac{5-9x}{1-2x}$

4) $\frac{2x-7}{10x-4}-\frac{3x+5}{4-10x}$

5) $\frac{xy}{x^2-y^2}-\frac{x^2}{y^2-x^2}$

6) $\frac{4x+13}{5x(x-7)}-\frac{x-48}{5x(7-x)}$

7) $\frac{x+2}{x-1}-\frac{x-9}{1-x}-\frac{x-9}{1-x}$

8) $\frac{2x^2-x}{x-1}+\frac{x+1}{1-x}+\frac{2-x^2}{x-1}$

9) $\frac{4-x^2}{x-3}+\frac{2x-x^2}{3-x}+\frac{5-4x}{x-3}$

10) $\frac{x+1}{x-5}+\frac{x-18}{5-x}+\frac{x+2}{x-5}$

Bài 3: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x-y)}$

2) $\frac{x+6}{2x+6}+\frac{2x+3}{x(x+3)}$

3) $\frac{x}{5x+5}-\frac{x}{10x-10}$

4) $\frac{1}{xy-x^2}-\frac{1}{y^2-xy}$

5) $\frac{1}{y^2-xy}+\frac{1}{x^2-xy}$

6) $\frac{x}{y^2-xy}-\frac{y}{xy-x^2}$

7) $\frac{x+3}{x^2-1}-\frac{x+1}{x^2-x}$

8) $\frac{x+9}{x^2-9}-\frac{3}{x^2+3x}$

9) $\frac{x-12}{6x-36}+\frac{6}{x^2-6x}$

10) $\frac{3x+5}{x^2-5x}+\frac{25-x}{25-5x}$

11) $\frac{3}{2x+6}-\frac{x-6}{2x^2+6x}$

12) $\frac{y}{2x^2-xy}+\frac{4x}{y^2-2xy}$

13) $\frac{1}{x-5x^2}-\frac{25x-15}{25x^2-1}$

14) $\frac{x+1}{2x-2}+\frac{x^2+3}{2-2x^2}$

15) $\frac{7}{x}-\frac{x}{x+6}+\frac{36}{x^2+6x}$

16) $\frac{3}{2x}+\frac{3x-3}{2x-1}+\frac{2x^2+1}{4x^2-2x}$

17) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+5}+\frac{x-5}{x^2+5x}$

18) $\frac{x}{x^2-5x+6}-\frac{2}{2-x}+\frac{x}{x-3}$

19) $\frac{x-4}{x^2-2x}+\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x}$

20)

21) $\frac{1-3x}{2x}+\frac{3x-2}{2x-1}+\frac{3x-2}{2x-4x^2}$

Bài 4: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\frac{2}{x+3}+\frac{x}{3-x}-\frac{x-x^2}{x^2-9}$

2) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}-\frac{4x-4}{x^2-4}$

3) $\frac{2}{x-2}+\frac{3}{x+2}-\frac{18-5x}{x^2-4}$

4) $\frac{x+1}{x+3}-\frac{x-1}{3-x}+\frac{2x-2x^2}{x^2-9}$

9) $\dfrac{-x^2-2}{x^3-1}+\dfrac{1}{x^2+x+1}+\dfrac{1}{x-1}$

10) $\dfrac{1}{x^2+x+1}+\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{2x}{1-x^3}$

Bài 7: Thực hiện phép tính *(quy đồng)*

1) $\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{3}{x^2-4}+\dfrac{x-14}{\left(x^2+4x+4\right)(x-2)}$

2) $\dfrac{18}{(x-3)\left(x^2-9\right)}-\dfrac{3}{x^2-6x+9}-\dfrac{x}{x^2-9}$

3) $\dfrac{1}{x^2+3x+2}-\dfrac{2x}{x^3+4x^2+4x}+\dfrac{1}{x^2+5x+6}$

4) $\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{(x+3)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(4x+7)}$

Bài 8: Thực hiện phép tính

1) $A=\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}$

2) $A=\dfrac{1}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$

3) $A=\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}+\dfrac{2}{(x-2)(x-3)}-\dfrac{3}{(x-3)(x-1)}$

4) $A=\dfrac{1}{a^2+a}+\dfrac{1}{a^2+3a+2}+.....+\dfrac{1}{a^2+19a+90}$

5) $A=\dfrac{4.(x+3)^2}{(3x+5)^2-4x^2}-\dfrac{x^2-25}{9x^2-(2x+5)^2}-\dfrac{(2x+3)^2-x^2}{(4x+15)^2-x^2}$

6) $A=\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

7) $A=\dfrac{1}{(x-y)(y-z)}+\dfrac{1}{(y-z)(z-x)}+\dfrac{1}{(z-x)(x-y)}$

8) $A=\dfrac{4}{(y-x)(z-x)}+\dfrac{3}{(y-x)(y-z)}+\dfrac{3}{(y-z)(x-z)}$

9) $A=\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{2a}{a^2+b^2}+\dfrac{4a^3}{a^4+b^4}+\dfrac{8a^7}{a^8+b^8}$

10) $A=\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{4}{1+x^4}+\dfrac{8}{1+x^8}+\dfrac{16}{1+x^{16}}+\dfrac{32}{1+x^{32}}$

Bài 9: Cho $A=\dfrac{x+15}{x^2-9}+\dfrac{2}{x+3}$.

a) Rút gọn A

b) Tìm x để A có giá trị bằng $\dfrac{-1}{2}$

c) Tìm số tự nhiên x để A có giá trị nguyên

Bài 10: Cho $A=\dfrac{x}{x+2}+\dfrac{x+1}{x}$.

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức A

b) Tìm giá trị của x để $A=2$

Bài 11: Cho $A=\dfrac{2x}{x+3}+\dfrac{x+1}{x-3}+\dfrac{3-11x}{9-x^2}$

a) Rút gọn biểu thức A với $x\neq\pm3$

b) Tính giá trị của A khi $x=5$

c) Tìm gía trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên

Bài 12: Cho $A=\dfrac{x-2}{x+2}+\dfrac{x}{2-x}+\dfrac{8}{x^2-4}$

a) Rút gọn biểu thức A với $x\neq\pm2$

b) Tìm x để $A<0$

Bài 13: Cho $A=\dfrac{2+x}{2-x}-\dfrac{4x^2}{x^2-4}-\dfrac{2-x}{2+x}$

a) Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn A

b) Tìm x để $A=-3$

Bài 14: Cho $A=\dfrac{3+x}{3-x}-\dfrac{4x^2}{x^2-9}-\dfrac{3-x}{3+x}$

a) Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn A

b) Tìm x để $A=-3$

Bài 15: Cho $A=\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{2-x}{x+2}+\dfrac{12-10x}{x^2-4}$.

a) Rút gọn A

b) Tìm các giác trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên

Bài 16: Cho $A=\dfrac{2x}{x+3}+\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{x^2-x+6}{9-x^2}$

a) Rút gọn biểu thức A với $x\neq\pm3$

b) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên

Bài 17: Cho $A=\dfrac{x-2}{x+2}-\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{9x+2}{4-x^2}\ (x\neq\pm2)$

a) Chứng minh rằng $A=\dfrac{3}{x-2}$.

b) Tính giá trị của A khi $3x(2x+1)-6(2x+1)=0$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 18: Cho $P=\dfrac{5x-2}{x^2-4}-\dfrac{3}{x+2}+\dfrac{x}{x-2}\ (x\neq\pm2)$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P với x thỏa mãn $|x+3|=5$.

c) Tìm các số nguyên x để giá trị của P là số nguyên.

Bài 19: Cho phân thức $A=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-1}$ với $x\neq\pm1$.

a) Rút gọn A

b) Tìm số nguyên x để A là một số nguyên.

Bài 20: Cho $A=\dfrac{x+1}{x-2}+\dfrac{x-1}{x+2}+\dfrac{x^2+4x}{4-x^2}$ với $(x\neq\pm2)$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $x=4$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên dương.

Bài 4: PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A. LÝ THUYẾT.

1) Nhân hai phân thức

Quy tắc:

♣ Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử với nhau, các mẫu thức với nhau

Tổng quát: $\frac{A}{B}.\frac{C}{D}=\frac{A.C}{B.D}$

♣ Kết quả của phép nhân hai phân thức được gọi là tích. Thường viết dưới dạng rút gọn.

Chú ý:

♣ Cũng như phép nhân phân số, phép nhân phân thức có các tính chất sau:

+ Giao hoán $\frac{A}{B}.\frac{C}{D}=\frac{C}{D}.\frac{A}{B}$

+ Kết hợp $\left(\frac{A}{B}.\frac{C}{D}\right).\frac{E}{F}=\frac{A}{B}.\left(\frac{C}{D}.\frac{E}{F}\right)$

+ Phân phối đối với phép cộng $\frac{A}{B}.\left(\frac{C}{D}+\frac{E}{F}\right)=\frac{A}{B}.\frac{C}{D}+\frac{A}{B}.\frac{E}{F}$

2) Chia hai phân thức

Quy tắc:

♣ Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ khác 0, ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{D}{C}$.

Cụ thể $\frac{A}{B}:\frac{C}{D}=\frac{A}{B}.\frac{D}{C}$ với $\frac{C}{D}\neq 0$

Chú ý:

♣ $\frac{C}{D}.\frac{D}{C}=1$. Ta nói $\frac{D}{C}$ là phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}$

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Làm tính nhân phân thức:

a) $\left(-\frac{3x}{5xy^2}\right).\left(-\frac{5y^2}{12xy}\right)$

b) $\frac{x^2-x}{2x+1}.\frac{4x^2-1}{x^3-1}$

Bài 2: Làm tính chia phân thức:

a) $\left(-\frac{3x}{5xy^2}\right):\left(-\frac{5y^2}{12xy}\right)$

b) $\frac{4x^2-1}{8x^3-1}:\frac{4x^2+4x+1}{4x^2+2x+1}$

Bài 21: Cho $M=\frac{x+3}{x-2}+\frac{x-3}{x+2}-\frac{2x^2+3x+6}{x^2-4}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn M

b) Tính giá trị của M khi $x=3$

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

Bài 22: Cho biểu thức $B=\frac{x}{x+3}+\frac{2x}{x-3}-\frac{9-3x^2}{9-x^2}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn B

b) Tìm x để $B>0, B<0$

c) Tính giá trị của B khi x thỏa mãn $|2x+1|=5$.

d) Tìm x nguyên để B nhận giá trị nguyên.

e) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=B.\frac{x-3}{x^2-2x+3}$.

Câu 7: Để phép nhân hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ có kết quả là 0 thì

A. $A=C$ **B.** $B=0$ **C.** $D=0$ **D.** $A=0$ hoặc $C=0$

Câu 8: Phép chia $1:\frac{A}{B}$ có giá trị nguyên khi nào?

A. $1\vdots A$ **B.** $1\vdots B$ **C.** $B\vdots A$ **D.** $A\vdots B$

Câu 9: Phân thức $\frac{3}{x^2+1}$ với $x\in\mathbb{Z}$ đạt giá trị lớn nhất khi nào?

A. $x=0$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=-2$ **D.** $x\neq 0$

Câu 10: Giá trị của x để phân thức $-\frac{x-2}{x^2+5}<0$ thì

A. $x=2$ **B.** $x\neq 2$ **C.** $x>2$ **D.** $x<2$

II. Tự luận.

Bài 1: Thực hiện phép tính

1) $\frac{15x}{7y^3}.\frac{2y^2}{x^2}$ 2) $\frac{6x^3}{7y^4}.\frac{35y^2}{24x}$ 3) $\frac{4y^2}{x^4}.\frac{\left(-3x^2\right)}{8y}$

4) $\frac{-18y^3}{25x^4}:\frac{9y^3}{-15x^2}$ 5) $\frac{8y^2}{9x^2}:\frac{4y}{3x^2}$ 6) $\frac{\left(-20x\right)}{3y^2}:\frac{\left(-4x^3\right)}{5y}$

7) $\frac{(x+4)^2}{4x+12}:\frac{x+4}{3x+9}$ 8) $\frac{5x+10}{4x-8}.\frac{4-2x}{x+2}$ 9) $\frac{x^2-36}{2x+10}.\frac{3}{6-x}$

10) $\frac{x^2-4}{x^2-x}:\frac{x^2+2x}{x-1}$ 11) $\frac{4(x+3)}{3x^2-x}:\frac{x^2+3x}{1-3x}$ 12) $\frac{4x+12}{(x+4)^2}:\frac{3(x+3)}{x+4}$

13) $\left(x^2-25\right):\frac{2x+10}{3x-7}$ 14) $\frac{5x-10}{x^2+7}:(2x-4)$ 15) $\left(4x^2-16\right):\frac{3x+6}{7x-2}$

16) $\frac{x-y}{y-1}:\frac{x-y}{x-1}.\frac{x-1}{y-1}$ 17) $\frac{x+1}{x+2}.\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}$ 18) $\frac{x+1}{x+2}:\frac{x+2}{x+3}.\frac{x+3}{x+1}$

19) $\frac{x+1}{x+2}:\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}$ 20) $\frac{x^2+x}{x+2}:\frac{x+3}{x+2}.\frac{x+3}{x+1}$ 21) $\frac{x+1}{x+2}.\left(\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}\right)$

22) $\frac{x-2}{x+1}.\frac{x^2-2x-3}{x^2-5x+6}$ 23) $\frac{x+1}{x^2-2x-8}.\frac{4-x}{x^2+x}$ 24) $\frac{x^2+2}{4x+24}.\frac{x^2-36}{x^2+x-2}$

Bài 3: Tìm hai phân thức P và Q thỏa mãn:

a) $P.\frac{x+1}{2x+1}=\frac{x^2+x}{4x^2-1}$ b) $Q:\frac{x^2}{x^2+4x+4}=\frac{(x+1)(x+2)}{x^2-2x}$

Bài 4: Cho hai phân thức $P=\frac{x^2+6x+9}{x^2+3x}$ và $Q=\frac{x^2+3x}{x^2-9}$

a) Rút gọn P và Q

b) Sử dụng kết quả của câu a. Tính $P.Q$ và $P:Q$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Công thức nào thể hiện phép nhân phân thức $\frac{A}{B}$ với phân thức $\frac{M}{N}$

A. $\frac{A}{B}.\frac{M}{N}=\frac{A+M}{B.N}$ **B.** $\frac{A}{B}.\frac{M}{N}=\frac{A.N}{B.M}$

C. $\frac{A}{B}.\frac{M}{N}=\frac{A.M}{B.N}$ **D.** $\frac{A}{B}.\frac{M}{N}=\frac{A.M}{B+N}$

Câu 2: Phép nhân hai phân thức có những tính chất gì?

A. Giao hoán **B.** Kết hợp

C. Phân phối phép nhân với phép cộng **D.** Cả ba đáp án trên

Câu 3: Khi chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ thì điều kiện là gì?

A. $\frac{C}{D}\neq 0$ **B.** $\frac{C}{D}=0$ **C.** $\frac{A}{B}\neq 0$ **D.** $\frac{A}{B}=0$

Câu 4: Phép chia phân thức 1 cho phân thức $\frac{A}{B}$ ta được kết quả là

A. $\frac{A}{B}$ **B.** $\frac{B}{A}$ **C.** $\frac{1}{A}$ **D.** $\frac{1}{B}$

Câu 5: Kết quả khi tính phép nhân $\frac{x-2}{x-3}.\frac{x-3}{x-4}$ là

A. $\frac{x-2}{x-4}$ **B.** $\frac{x-4}{x-2}$ **C.** $\frac{x-2}{x-3}$ **D.** $\frac{x-3}{x-4}$

Câu 6: Kết quả của phép chia $\frac{1}{x-3}:\frac{1}{x^2-9}$ là

A. $\frac{1}{x+3}$ **B.** $\frac{x+3}{1}$ **C.** $\frac{1}{x-3}$ **D.** $\frac{x-3}{x+3}$

25) $\dfrac{x^3-8}{5x+20}.\dfrac{x^2+4x}{x^2+2x+4}$ 26) $\dfrac{(x-3)^3}{3x^2}:\dfrac{x^2-6x+9}{6x}$ 27) $\dfrac{x^2+x}{5x^2-10x+5}:\dfrac{3x+3}{5x-5}$

28) $\dfrac{6x-3}{5x^2+x}:\dfrac{1-8x^3}{25x^2+10x+1}$ 29) $\dfrac{x^2+2x+1}{x^3-1}:\dfrac{x+1}{2x^2+2x+2}$ 30) $\dfrac{x+2}{x^2-5x+6}:\dfrac{x^2+3x+2}{x-2}$

Bài 2: Rút gọn các biểu thức sau

1) $\left(\dfrac{1}{x+4}+\dfrac{8}{x^2-16}\right):\dfrac{x+1}{x-4}$ 2) $\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{x^2+3x}{2x+3}.\left(\dfrac{x+3}{x^2-3x}-\dfrac{x}{x^2-9}\right)$

3) $\dfrac{x^2-6}{x-3}+\dfrac{x^2+3x}{2x+3}.\left(\dfrac{x}{x^2-9}-\dfrac{x+3}{x^2-3x}\right)$ 4) $\left(\dfrac{x}{x^2-36}-\dfrac{x-6}{x^2+6x}\right):\dfrac{2x-6}{x^2+6x}+\dfrac{x}{6-x}$

Bài 3: Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của các biểu thức sau nhận giá trị nguyên

1) $A=\dfrac{3}{2x-1}$ 2) $A=\dfrac{5}{x^2+1}$

3) $A=\dfrac{10}{x^2+1}$ 4) $A=\dfrac{7}{x^2-x+1}$

5) $A=\dfrac{2x-1}{x+2}$ 6) $A=\dfrac{x^2+3x+5}{x-1}$

7) $A=\dfrac{3x^2-x+1}{3x+2}$ 8) $A=\dfrac{3x^2-8x+1}{x-3}$

9) $A=\dfrac{3x^2-x+3}{3x+2}$ 10) $A=\dfrac{x^2-59}{x+8}$

Bài 4: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x^2-3}{x^2-9}+\dfrac{1}{x-3}\right):\dfrac{x}{x+3}$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm các giá trị của x để $A=3$

Bài 5: Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x^2-2}{x^2+2x}+\dfrac{1}{x+2}\right):\dfrac{x+1}{x}$ với $x\neq 0,\ x\neq -2,\ x\neq -1$.

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm x để $P=\dfrac{5}{2}$

c) Tìm giá trị x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

Bài 6: Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{x}{x^2-4}+\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{2}{x-2}\right):\left(1-\dfrac{x}{x+2}\right)$ với $x\neq \pm 2$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=-4$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

Bài 7: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{4x}{x^2+2x}+\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{6-5x}{4-x^2}\right):\dfrac{x+1}{x-2}$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức A khi x thỏa mãn $x^2-2x=8$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 8: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{2x}{x-3}+\dfrac{x}{x+3}+\dfrac{2x^2+3x+1}{9-x^2}\right):\dfrac{x-1}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện xác định và thu gọn A

b) Tìm x để $A=3$

c) Tìm x để $A<1$

Bài 9: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x}{x+3}-\dfrac{2x}{3-x}+\dfrac{3x^2+9}{9-x^2}\right):\dfrac{3}{x-3}$.

a) Tìm điều kiện và rút gọn A

b) Tìm x là số nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Bài 10: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{5}{x-2}+\dfrac{4}{x^2-4}\right):\dfrac{6}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện xác định và thu gọn A

b) Tìm số x có giá trị nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Bài 11: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{x-4}{4-x^2}\right):\dfrac{1}{x^2-4}$.

a) Tìm điều kiện và thu gọn A

b) Tìm các giá trị của x để $A=14$

Bài 12: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{1}{2-2x}+\dfrac{3}{2x+2}-\dfrac{2x^2}{x^2-1}\right):\dfrac{1-2x}{x^2-1}$ với $x\neq\dfrac{1}{2},\ x\neq\pm 1$.

a) Thu gọn A

b) Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

Bài 13: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{7-2x}{x-1}+\dfrac{2x}{x+1}-\dfrac{1}{x^2-1}\right):\dfrac{3x+9}{x^2-1}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn A

b) Tính giá trị của A biết $|x-2|=1$

c) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 14: Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{2x-1}{x+3}-\dfrac{x}{3-x}-\dfrac{3-10x}{x^2-9}\right):\dfrac{x+2}{x-3}$.

a) Tìm điều kiện và rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $x^2-7x+12=0$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

Bài 15: Cho biểu thức $M=\left(\dfrac{x}{x^2-9}+\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{2}{3-x}\right):\dfrac{3}{x+3}$.

a) Tìm điều kiện của x để M được xác định

b) Rút gọn biểu thức M

c) Tính giá trị của M khi $x=-7$

d) Tìm giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

Bài 16: Cho biểu thức $A=\dfrac{x-3}{x+1}$ và $B=\dfrac{3}{x-3}-\dfrac{6x}{9-x^2}+\dfrac{x}{x+3}$ với $x\neq\pm3,\ x\neq-1$.

a) Tính giá trị của A tại x thỏa mãn $x^2+x=0$

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{x+3}{x-3}$

c) Tìm các số nguyên x sao cho biểu thức $Q=A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 17: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x^2+x}{3x+9}$ và $B=\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{x+1}-\dfrac{2x+2}{x^2-1}$ với $\left(x\neq-3, x\neq\pm1\right)$.

a) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x=2$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Đặt $P=A.B$. Tìm x để $P<1$

Bài 18: Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{a+2}{a+1}-\dfrac{a-2}{a-1}\right).\dfrac{a+1}{a}$ và $B=\dfrac{3}{a^2-1}$ với $a\neq0,\ a\neq\pm1$.

a) Tìm a để biểu thức B có giá trị bằng 1

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm giá trị của a để $A=2.B$

Bài 19: Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{4}{x+1}-1$ và $B=\dfrac{9-x^2}{x^2+2x+1}$ với $\left(x\neq\pm3,\ x\neq-1\right)$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

b) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{A}{B}$

c) Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên

Bài 20: Cho biểu thức $A=\dfrac{x-3}{x+2}$ và $B=\dfrac{6-7x}{x^2-4}+\dfrac{3}{x+2}-\dfrac{x}{2-x}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn B

b) Cho $A=\dfrac{1}{2}$. Khi đó tính giá trị của biểu thức B

c) Đặt $M=\dfrac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $|M|=-M$

Bài 21: Cho biểu thức $A=\dfrac{x+2}{x-2}-\dfrac{x-2}{x+2}$ và $B=\dfrac{-16}{x^2-4}$ với $\left(x\neq\pm2\right)$.

a) Tìm x để $A=B$

b) Tìm x để $\dfrac{A}{B}<0$

Bài 22: Cho biểu thức $A=\dfrac{9x^2+6x+5}{3x+2}$ và $B=\dfrac{1}{3x-2}-\dfrac{1}{3x+2}-\dfrac{3x-6}{4-9x^2}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$

b) Chứng minh biểu thức $B=\dfrac{1}{3x+2}$

c) Tìm x để $B=\dfrac{-1}{7}$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A:B$

Bài 23: Cho biểu thức $A=\dfrac{x^2-x-4}{x^2-9}+\dfrac{2}{x-3}-\dfrac{1}{x+3}$ và $B=\dfrac{x+2}{x+3}$ với $x\neq\pm3,\ x>-2$.

a) Tính giá trị của B khi $x=3$

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A:B.\left(x-3\right)$

Bài 24: Cho biểu thức $A=\dfrac{x}{x+5}-\dfrac{7x-15}{25-x^2}+\dfrac{3}{x-5}$ và $B=x^2-2x-15$ với $x\neq\pm5$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức A biết $|2x-1|=9$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A.B$

Bài 25: Cho biểu thức $A=\left(\frac{x-1}{x+3}+\frac{2}{x-3}+\frac{x^2+3}{9-x^2}\right):\frac{-2}{2x+1}$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A khi $|x-2|=1$

c) Tìm x để $A>0$

d) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên nhỏ nhất.

Bài 26: Cho biểu thức $A=\left(\frac{1+2x}{x+2}-\frac{x}{x-2}+\frac{x^2+8}{4-x^2}\right):\frac{-5}{x+1}$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A biết $|x+2|=1$

c) Tìm x để $A<1$

d) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên lớn nhất.

Bài 27: Cho biểu thức $Q=\left[\frac{(x-1)^2}{x^2+x}+1-\frac{1}{x}\right]:\left(\frac{x^3-1}{x^2-x}-\frac{x^3+1}{x^2+x}\right)$.

a) Tìm điều kiện xác định của Q và rút gọn Q

b) Tìm x nguyên để biểu thức Q có giá trị nguyên.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{(x-1)^2}{Q}+x+1$

Bài 28: Cho biểu thức $A=\left(\frac{2x}{x^3+x-x^2-1}-\frac{1}{x-1}\right):\left(1+\frac{x}{x^2+1}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm x để $A=\frac{2}{7}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B=\frac{A}{1-x}$

Bài 29: Cho biểu thức $Q=\left(\frac{2+x}{2-x}-\frac{4x^2}{x^2-4}-\frac{2-x}{2+x}\right):\frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$.

a) Rút gọn biểu thức Q

b) Khi $x>3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

Bài 5. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A. LÝ THUYẾT.

1) Phương trình một ẩn.

- Một phương trình với ẩn x có dạng $A(x)=B(x)$, trong đó vế trái $A(x)$ và vế phải $B(x)$ là hai biểu thức của cùng một biến x
- Số x_0 gọi là nghiệm của phương trình $A(x)=B(x)$ nếu giá trị của $A(x)$ và $B(x)$ tại x_0 bằng nhau.
- Giải một phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó.

Chú ý:

- Tập hợp tất cả các nghiệm của một phương trình được gọi là tập nghiệm của phương trình đó và thường được kí hiệu là S.

2) Phương tình bậc nhất một ẩn và cách giải.

Khái niệm:

- Phương trình dạng $a.x+b=0$ với a, b là hai số đã cho và $a\neq 0$ được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn x

3) Phương trình đưa được về dạng $a.x+b=0$.

- Bằng cách chuyển vế và nhân cả hai vế của phương trình với một số khác 0, ta có thể đưa một phương tình ẩn x về phương trình dạng $a.x+b=0$ và do đó có thể giải được chúng.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Hãy chỉ ra các phương trình bậc nhất một ẩn trong các phương trình sau

a) $x+1=0$ b) $0.x-2=0$ c) $2-x=0$ d) $3x=0$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

a) $5x-4=0$ b) $3+2x=0$ c) $7-5x=0$ d) $\frac{3}{2}+\frac{5}{3}x=0$

Bài 3: Giải các phương trình sau

a) $7x-(2x+3)=5(x-2)$ b) $x+\frac{2x-1}{5}=3+\frac{3-x}{4}$

Bài 4: Ở một số quốc gia, người ta dùng cả hai đơn vị đo nhiệt độ là độ Fahrenheit (^0F) và độ Celcius (^0C), liên hệ với nhau bởi công thức $C=\frac{5}{9}(F-32)$. Hãy tính độ Fahrenheit tương ứng với 10^0C.

Bài 5: Hiện nay tuổi của bố bạn Nam gấp ba lần tuổi của Nam. Sau 10 năm nữa thì tổng số tuổi của Nam và bố là 76 tuổi. Gọi x là số tuổi hiện nay của Nam.

a) Biểu thị tuổi hiện nay của bố bạn Nam theo tuổi hiện tại của Nam.

b) Viết phương trình biểu thị sự kiện sau 10 năm nữa thì tổng số tuổi của Nam và bố là 76 tuổi.

c) Giải phương trình nhận được ở câu b để tính số tuổi của Nam và bố hiện nay.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Trong các phương trình sau, đâu là phương trình bậc nhất một ẩn

A. $3x-y=0$ **B.** $2y+1=0$ **C.** $4+0.x=0$ **D.** $3x^2=8$

Câu 2: Điều kiện để phương trình dạng $a.x+b=0$ là phương trình bậc nhất một ẩn là

A. $a=0$ **B.** $a\neq 0$ **C.** $b=0$ **D.** $b\neq 0$

Câu 3: Quy tắc nào sau đây không được dùng trong việc giải phương trình bậc nhất một ẩn

A. Quy tắc chuyển vế **B.** Quy tắc nhân

C. Quy tắc phá ngoặc **D.** Quy tắc làm tròn

Câu 4: Phương trình bậc nhất một ẩn $a.x+b=0$ với hệ số $b=3$ là phương trình nào trong các phương trình sau

A. $3x+1=0$ **B.** $x-3=0$ **C.** $-x+3=0$ **D.** $3x-3=0$

Câu 5: Phương trình bậc nhất một ẩn $a.x+b=0$ với $a\neq 0$ có mấy nghiệm

A. 1 nghiệm **B.** 2 nghiệm **C.** 3 nghiệm **D.** 0 nghiệm

Câu 6: Phương trình $4.x-2=0$ có nghiệm là

A. $x=2$ **B.** $x=0$ **C.** $x=-2$ **D.** $x=\dfrac{1}{2}$

Câu 7: Đưa phương trình $2\left(x+2\right)=1-2x$ về dạng $a.x+b=0$ ta được

A. $4x+3=0$ **B.** $-2x+1=0$ **C.** $4x+5=0$ **D.** $2x+4=0$

Câu 8: Đưa phương trình $\dfrac{2x-1}{6}=\dfrac{7-3x}{2}$ về dạng $a.x+b=0$ ta được

A. $5x-8=0$ **B.** $11x-22=0$ **C.** $9x-10=0$ **D.** $6x-2=0$

Câu 9: Phương trình $\dfrac{x+1}{65}+\dfrac{x+3}{63}=\dfrac{x+5}{61}+\dfrac{x+7}{59}$ có nghiệm là

A. $x=4$ **B.** $x=66$ **C.** $x=-66$ **D.** $x=9$

Câu 10: Phương tình $3x+m-x-1=0$ nhận $x=-3$ là nghiệm thì m là:

A. $m=-3$ **B.** $m=0$ **C.** $m=7$ **D.** $x=-7$

II. Tự luận

Bài 1: Trong các phương trình sau, chỉ ra các phương trình bậc nhất một ẩn

1) $2x=0$ 2) $6-3x=0$ 3) $x^2+8=0$ 4) $0x-5=0$

5) $-\dfrac{3}{2}-5x=0$ 6) $3.\left(-x\right)=0$ 7) $x^2-2x=0$ 8) $\dfrac{1}{2}x-3=0$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

1) $x-4=0$ 2) $2x-3=0$ 3) $15-5x=0$

4) $3x-12=0$ 5) $3x+1=0$ 6) $4x-8=0$

7) $3x-8=0$ 8) $3x-9=0$ 9) $7x-3=0$

10) $2x-11=0$ 11) $12-4x=0$ 12) $-2x-10=0$

13) $-3x-5=0$ 14) $-3x+5=0$ 15) $-7x-1=0$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

1) $4x-5=7$ 2) $3x-6=9$ 3) $3x-1=-5$

4) $-2x-7=-9$ 5) $-6+3x=-2$ 6) $7-4x=-1$

7) $x+5=4x$ 8) $3x-2=5x$ 9) $2x-4=5x$

10) $-3x-5=7x$ 11) $-2x+8=-4x$ 12) $x-5=-x$

13) $x-3=1-2x$ 14) $7+x=11-3x$ 15) $5-3x=6x+7$

16) $x+2=-6x+16$ 17) $2x-6=x+1$ 18) $3x-7=12-x$

19) $7x-8=4x+7$ 20) $3x+1=7x-11$ 21) $15x-10=6x+6$

22) $2x=7+x$ 23) $3x+1=5x+2$ 24) $2x-4=3x+1$

25) $6x-4=7-5x$ 26) $4x-3=2x+2$ 27) $3x-4=5x+6$

Bài 4: Giải các phương trình sau:

1) $\dfrac{3x}{4}=6$ 2) $\dfrac{2x}{-3}=8$ 3) $\dfrac{4x}{3}=-6$

4) $x-\left(8-x\right)=4$ 5) $3x-\left(3+x\right)=0$ 6) $2\left(x+3\right)-4=0$

7) $5\left(x-3\right)=3x-5$ 8) $-3\left(x-1\right)=3-2x$ 9) $2\left(x+3\right)=5-2x$

10) $7\left(5-x\right)=11-5x$ 11) $3\left(x+2\right)=2x+1$ 12) $2\left(3x-1\right)-3x=10$

13) $1+\dfrac{x}{9}=\dfrac{4}{3}-\dfrac{1}{2}$ 14) $\dfrac{1}{6}+\dfrac{x}{4}=2-\dfrac{x}{3}$ 15) $7+\dfrac{5x}{3}=x-2$

16) $x+4=\dfrac{2}{5}x-3$ 17) $4+\dfrac{x}{5}=\dfrac{5}{3}+\dfrac{1}{15}$ 18) $\dfrac{x}{5}+3=\dfrac{1}{4}-2$

Bài 6. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A. LÝ THUYẾT.

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

- *Bước 1:* Lập phương trình:
  + Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
  + Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
  + Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.
- *Bước 2:* Giải phương trình.
- *Bước 3:* Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Chị Linh làm việc trong một ngân hàng và được thưởng tết bằng $2,5$ tháng lương. Tổng thu nhập một năm của chị Linh gồm lương 12 tháng và thưởng tết là 290 triệu đồng. Hỏi lương hàng tháng của chị Linh là bao nhiêu?

Bài 2: Bác Hưng đầu tư 300 triệu đồng vào hai khoản: mua trái phiếu doanh nghiệp với lãi suất 8% một năm và gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Cuối năm bác Hưng nhận được 22 triệu đồng tiền lãi. Hỏi bác Hưng đã đầu tư vào mỗi khoản bao nhiêu tiền?

Bài 3: Nhân dịp khai chương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiêu mặt hàng để thu hút khách hàng. Tổng giá niêm yết của một chiếc tivi loại A và một chiếc tủ lạnh loại B là $36,8$ triệu đồng. Trong dịp này, ti vi loại A được giảm 30% và tủ lạnh loại B được giảm 25% nên bác Cường đã mua một chiếc ti vi và một chiếc tủ lạnh nối trên với tổng số tiền là $26,805$ triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi chiếc ti vi loại A và mỗi chiếc tủ lạnh loại B là bao nhiêu?

Bài 4: Bạn Nam đi xe đạp rời nhà lúc 14 giờ với vận tốc $12\,km/h$. Khi Hùng đến nhà Nam vào lúc 14 giờ 10 phút thì mẹ Nam chỉ hướng đi của Nam cho Hùng và Hùng đi xe đạp đuổi theo với vận tốc $18\,km/h$. Hỏi đến lúc mấy giờ thì Hùng đuổi kịp Nam.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Trong bước lập phương trình để giải một bài toán không có nội dung nào sau đây?

A. Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.

B. Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

19) $\frac{2x}{3}+\frac{3x-1}{6}=\frac{x}{2}$ 20) $\frac{x+2}{3}-\frac{3}{4}=\frac{x-1}{2}$ 21) $\frac{x-3}{5}+\frac{1+2x}{3}=6$

22) $\frac{x-2}{4}+\frac{x+1}{6}=\frac{2x}{3}$ 23) $\frac{2x+1}{3}+\frac{3x-2}{2}=\frac{1}{6}$ 24) $\frac{x}{3}+\frac{2x-6}{6}=2-\frac{x}{3}$

25) $\frac{3x+2}{2}+\frac{5-2x}{3}=\frac{11}{6}$ 26) $\frac{x+2}{4}+\frac{2x-3}{3}=\frac{x-12}{6}$ 27) $\frac{2x-1}{3}-\frac{x-1}{2}+\frac{x+1}{6}=1$

28) $\frac{3x+2}{2}-\frac{3x+1}{6}=\frac{5}{3}+2x$ 29) $\frac{2x-1}{3}-\frac{5x+2}{7}=x+13$

Bài 5: Giải các phương trình sau:

1) $\frac{x-3}{13}+\frac{x-3}{14}=\frac{x-3}{15}+\frac{x-3}{16}$ 2) $\frac{x+1}{10}+\frac{x+1}{11}+\frac{x+1}{12}=\frac{x+1}{13}+\frac{x+1}{14}$

3) $\frac{x-2}{7}+\frac{x-1}{8}=\frac{x-4}{5}+\frac{x-3}{6}$ 4) $\frac{x+1}{15}+\frac{x+2}{14}=\frac{x+3}{13}+\frac{x+4}{12}$

5) $\frac{x-1}{2015}+\frac{x-3}{2013}=\frac{x-5}{2011}+\frac{x-7}{2009}$ 6) $\frac{x+1}{94}+\frac{x+2}{93}+\frac{x+3}{92}=\frac{x+4}{91}+\frac{x+5}{90}+\frac{x+6}{89}$

C. Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.

D. Giải phương trình.

Câu 2: Chọn câu sai trong các câu sau

A. Gọi số học sinh trong một lớp là x (học sinh) thì điều kiện là $x \in \mathbb{N}^*$

B. Gọi thời gian làm của một cộng nhân là x (ngày) thì điều kiện là $x > 0$

C. Gọi số sản phẩm của một công nhân làm trong một ngày là x thì điều kiện là $x < 0$

D. Gọi số tuổi của bạn Bình là x thì điều kiện là $x > 0$.

Câu 3: Nếu một vòi nước chảy đầy bể trong 5 giờ, thì trong 1 giờ vòi nước đó chảy được bao nhiêu phần bể?

A. 1 **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 4: Bạn An vào siêu thị mua bút và vở hết 25 nghìn đồng. Nếu gọi x là số tiền để mua vở thì số tiền mua bút (ngìn đồng) là:

A. $25+x$ **B.** $25-x$ **C.** $25x$ **D.** $\frac{25}{x}$

Câu 5: Một ô tô đi từ A đến B từ 6 giờ sáng, lúc 7 giờ sáng cùng ngày, một xe khách cũng đi từ A và tới B cùng lúc với ô tô. Vậy nếu gọi thời gian đi của xe khách là x (giờ) thì thời gian đi của ô tô là:

A. $x+1$ (giờ) **B.** $x-1$ (giờ) **C.** $2x$ (giờ) **D.** x (giờ)

Câu 6: Xe máy đi từ A đến B với vận tốc $x(km/h)$. Ô tô đi từ B về A với vận tốc nhanh hơn vận tốc của xe máy là $15\,km/h$. Vậy vận tốc của ô tô được biểu diễn theo x là:

A. $x-15\ km/h$ **B.** $15x\ km/h$ **C.** $15-x\ km/h$ **D.** $x+15\ km/h$

Câu 7: Một cảnh sát giao thông đang đứng và bắn tốc độ các phương tiện giao thông tham gia trên một đoạn đường có biển báo cho phép là $80\left(km/h\right)$. Theo luật giao thông thì vận tốc cho phép các phương tiện giao thông không vượt quá biển báo là $x\,km/h$. Một ô tô tham gia đi với vận tốc nào sau đây sẽ bị phạt $\left(km/h\right)$

A. $80+x$ **B.** $80-x$ **C.** Trên $80+x$ **D.** Dưới $80-x$

Câu 8: Trên một khúc sông, một chiếc thuyền chạy với vận tốc tối đa đang di chuyển xuôi dòng, một người đứng trên bờ đo được vận tốc của chiếc thuyền là $35\,km/h$. Biết vận tốc dòng nước là $5\,km/h$. Hỏi nếu thuyền đó chạy ngược dòng với vận tốc tối đa thì người đứng trên bờ đo được vận tốc của thuyền lúc đó là bao nhiêu?

A. $30\,km/h$ **B.** $35\,km/h$ **C.** $40\,km/h$ **D.** $70\,km/h$

II. Tự luận.

Dạng 1. Bài toán chuyển động

Bài 1: Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc $30\,km/h$. Khi đến B người đó nghỉ 10 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là $5\,km/h$. Tính quãng đường AB biết thời gian cả đi lẫn về và nghỉ là 6 giờ 40 phút

Bài 2: Anh Xuân đi ô tô từ nhà lúc 6 giờ 15 phút với vận tốc $50\,km/h$ để đến địa điểm A giao hàng. Anh giao hàng và nghỉ lại A mất 1 giờ 30 phút rồi quay về nhà. Khi đi về đến nhà anh thấy đã là 14 giờ 30 phút. Biết vận tốc lúc về chậm hơn vận tốc lúc đi là $10\,km/h$. Tính quãng đường anh Xuân đi giao hàng.

Bài 3: Một người đi xe máy từ thành phố về quê với vận tốc trung bình $30\,km/h$. Lúc lên thành phố người đó đi với vận tốc là $25\,km/h$. Nên thời gian lúc lên thành phố nhiều hơn thời gian về quê là 20 phút. Tính quãng đường từ thành phố về quê.

Bài 4: Một xe khách và một xe tải xuất phát cùng một lúc đi từ tỉnh A đến tỉnh B. Mỗi giờ xe khách chạy nhanh hơn xe tải $5\,km$ nên xe khách đến B trước xe tải 30 phút. Tính độ dài quãng đường AB biết rằng vận tốc xe tải là $40\,km/h$.

Bài 5: Lúc 6 giờ sáng một ô tô khởi hành từ A để đến B. Đến 7 giờ 30 phút một ô tô cũng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc ô tô thứ nhất là $20\,km/h$ và hai xe giặp nhau lúc 10 giờ 30 phút. Tính vận tốc của mỗi ô tô.

Bài 6: Một xe khách đi từ A đến B với vận tốc $20\,km/h$. Sau 3 giờ thì tại A có một xe con đuổi theo với vận tốc $50\,km/h$. Hỏi từ lúc bắt đầu xuất phát thì xe con mất bao lâu để đuổi kịp xe khách.

Bài 7: Hai xe khởi hành cùng lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau $130\,km$ và gặp nhau sau 2 giờ đi. Tính vận tốc mỗi xe biết rằng xe đi từ B có vận tốc nhanh hơn xe đi từ A là $5\,km/h$

Bài 8: Một xe máy khởi hành từ A đến B với vận tốc $30\,km/h$. Sau khi xe máy đi được 20 phút, trên cùng tuyến đường đó, một ô tô khởi hành từ B về A với vận tốc $45\,km/h$. Biết quãng đường AB dài $90\,km$. Hỏi sau bao lâu khể từ khi ô tô xuất phát thì hai xe giặp nhau. Vị trí giặp nhau cách A bao xa.

Bài 9: Hai ô tô khởi hành cùng lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau $150\,km$, đi ngược chiều nhau và giặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô biết rằng nếu vận tốc của ô tô đi từ A tăng thêm $15\,km/h$ thì vận tốc sẽ gấp đôi vận tốc ô tô đi từ B.

khai thác bao nhiêu tấn than.

Bài 7: Một tổ sản xuất dự định mỗi ngày may được 30 chiếc áo. Khi thực hiện nhờ cải tiến kỹ thuật tổ sản xuất may được 45 chiếc áo mỗi ngày nên đã hoàn thành sớm hơn kế hoạch 2 ngày và còn may thêm được 90 chiếc áo. Tính số áo tổ phải làm theo kế hoạch.

Bài 8: Một xưởng dệt làm theo đơn hàng thì mỗi ngày phải dệt 30 cây vải. Nhưng do có 1 người thợ nghỉ việc nên số cây vải làm ra giảm đi 5 cây mỗi ngày. Do đó xưởng đã hoàn thành đơn hàng chậm hơn 4 ngày. Hỏi đơn hàng mà xưởng nhận là bao nhiêu cây vải

Bài 9: Một tổ dự định mỗi ngày may 50 cái áo. Khi thực hiện mỗi ngày may được 55 chiếc áo. Vì vậy tổ đã may xong trước thời hạn 2 ngày và còn dư ra 15 chiếc áo. Tính số áo mà tổ phải may theo dự định.

Bài 10: Một đội máy cày dự định mỗi ngày cày 40 ha. Do siêng năng làm việc nên thực tế mỗi ngày đội làm được 52 ha. Vì vậy không những đội đã cày xong trước 2 ngày mà còn cày thêm được 4 ha. Tính diện tích mà đội đã cày trên thực tế.

Bài 11: Một đội thợ mỏ theo kế hoạch phải khai thách $50\,m^3$ than. Nhưng do siêng năng làm việc nên thực tế mỗi ngày đội đã làm được $57\,m^3$ than. Vì vậy không những xong trước 1 ngày mà đội còn vượt mức $13\,m^3$ than. Tính lượng than mà đội thợ mỏ khai thác theo kế hoạch.

Bài 13: Chị Đông phải làm một số đồ dùng trong 18 ngày. Do vượt mức mỗi ngày 5 chiếc nên sau 16 ngày thì chị đã làm xong số dụng cụ được giao và còn dư ra 20 dụng cụ nữa. Tính số dụng cụ mà chị Đông đã làm trong 1 ngày.

Bài 14: Bác thợ cả và anh công nhân cùng làm việc. Mỗi ngày bác thợ cả làm hơn anh công nhân 10 sản phẩm. Sau ba ngày làm việc cả hai làm được 930 sản phẩm. Hỏi mỗi người trong 1 ngày làm được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 15: Hai người cùng làm một công việc. Cứ người thứ hai làm được 4 sản phẩm thì người thứ nhất làm được 5 sản phẩm. Sau một ngày người thứ nhất làm hơn người thứ hai là 50 sản phẩm. Hỏi trong một ngày cả hai người làm được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 16: Hai người công nhân cùng làm 1 loại sản phẩm. Mỗi ngày người thứ hai làm được nhiều hơn người thứ nhất 5 sản phẩm. Họ cùng làm trong 8 ngày thì người thứ nhất nghỉ, người thứ hai làm tiếp 2 ngày nữa, cuối cùng cả hai người làm được 410 sản phẩm. Hỏi mỗi ngày cả hai người làm được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 11: Một xe máy và một ô tô cùng khởi hành từ tỉnh A đi đến tỉnh B. Xe máy đi với vận tốc $30\,km/h$, ô tô đi với vận tốc $40\,km/h$. Sau khi đi được $\frac{1}{2}$ quãng đường AB ô tô tăng vận tốc thêm $5\,km/h$ trên quãng đường còn lại. Do đó nó đến B sớm hơn xe máy 1 giờ 10 phút. Tính độ dài quãng đường AB

Bài 12: Hai bố con bạn Việt cùng về quê bằng xe máy. Việt khởi hành lúc 5 giờ sáng. Bố của Việt khởi hành lúc 6 giờ sáng với vận tốc nhanh hơn vận tốc của Việt là $10\,km/h$ và cả hai cùng đến quê lúc 10 giờ. Tính quãng đường từ nhà Việt về đến quê. Biết cả hai bố con cùng đi trên 1 cung đường.

Dạng 2. Bài toán năng suất làm việc

Bài 1: Một tổ sản xuất dự định làm một số sản phẩm trong một thời gian nhất định. Tổ dự định mỗi ngày làm 120 sản phẩm. Khi thực hiện, mỗi ngày tổ làm được 150 sản phẩm. Vì vậy tổ đã làm xong trước thời gian dự định là 4 ngày và còn làm thêm được 10 sản phẩm. Tính số sản phẩm mà tổ đã dự định làm.

Bài 2: Một tổ may dự định mỗi ngày may 50 cái áo. Nhưng thực tế mỗi ngày tổ đã may được 60 cái áo. Do đó không những tổ đã hoàn thành trước một ngày mà còn làm thêm được 20 cái áo nữa. Tính số lượng áo mà tổ phải may theo dự định ban đầu.

Bài 3: Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than, mỗi ngày phải khai thác được 30 tấn than. Khi thực hiện, mỗi ngày đội khai thác được 50 tấn than. Do đó đội đã hoàn thành trước kế hoạch 1 ngày và còn vượt mức 10 tấn than. Hỏi theo kế hoạch đội phải khai thác bao nhiêu tấn than?

Bài 4: Một tổ sản xuất theo kế hoạch mỗi ngày phải sản xuất 50 sản phẩm. Khi thực hiện mỗi ngày tổ sản xuất được 65 sản phẩm. Do đó tổ đã hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày và còn làm vượt mức 255 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, tổ phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm.

Bài 5: Một đội sản xuất dự định mỗi ngày làm 50 sản phẩm. Nhưng thực tế mỗi ngày làm nhiều hơn 10 sản phẩm. Vì vậy không những hoàn thành trước kết hoạch 2 ngày mà còn sản xuất thêm được 30 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch đội phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm.

Bài 6: Một đội thợ mỏ lập kế hoạch khai thác than. Theo đó mỗi ngày phải khai thác được 40 tấn than. Nhưng khi thực hiện mỗi ngày đội khác thác được 45 tấn than. Do đó đội đã hoàn thành kế hoạch trước hai ngày và còn vượt mức 10 tấn than. Hỏi theo kế hoạch đội phải

Bài 7. KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ.

A. LÝ THUYẾT

1) Khái niệm về hàm số.

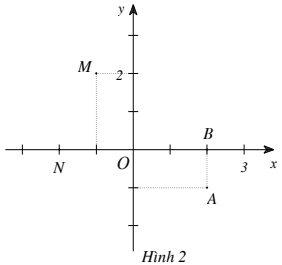
- Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x gọi là biến số.
- Khi y là hàm số của x, ta thường viết $y=f(x)$, $y=g(x)$,.....

2) Mặt phẳng tọa độ.

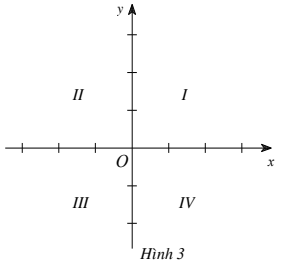
- Trong mặt phẳng tọa độ, mỗi điểm M xác định duy nhất một cặp số $(x_0;\ y_0)$ và mỗi cặp số $(x_0;\ y_0)$ xác định duy nhất một điểm M.
- Cặp số $(x_0;\ y_0)$ gọi là tọa độ của điểm M và kí hiệu là $M(x_0;\ y_0)$, trong đó x_0 là hoành độ và y_0 là tung độ của điểm M

Chú ý:

- Hệ trục tọa độ Oxy chia mặt phẳng tọa độ thành 4 góc phần tư (góc phần tư thứ I, II. III, IV) như *Hình 3*.



Hình 2



Hình 3

3) Đồ thị hàm số.

- Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x;y)$ trên mặt phẳng tọa độ.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y cho bởi các bảng sau. Đại lượng y có phải là một hàm số của x không?

Bài 17 Hai công nhân được giao một số sản phẩm. Người thứ nhất làm trong 3 giờ 20 phút, người thứ hai làm trong 2 giờ thì người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai là 10 sản phẩm. Biết rằng mỗi giờ người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai là 7 sản phẩm. Tính số sản phẩm người thứ nhất làm trong 1 giờ.

Bài 19: Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 900 sản phẩm. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ một vượt mức 20% và tổ hai vượt mức 15% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1055 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 20: Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được 900 sản phẩm. Do cải tiến kĩ thuật nên tổ một vượt mức 15% và tổ hai vượt mức 10% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ vượt mức 110 sản phẩm. Hỏi mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

Bài 21: Hai đội trồng cây rừng trong tháng trước được 700 cây. Trong tháng này đội A vượt mức 60% và đội B vượt mức 40%. Tính xem mỗi đội trong tháng trước trồng được bao nhiêu cây. Biết rằng tháng này cả hai đội trồng được 1100 cây.

Bài 22: Hai lớp $9A$ và $9B$ có 80 học sinh. Trong đợt góp sách ủng hộ mỗi em lớp $9A$ góp 2 quyển và mỗi em lớp $9B$ góp 3 quyển nên cả hai lớp góp được 198 quyển. Tìm số học sinh ở mỗi lớp.

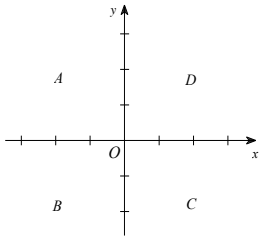
Bài 23: Hai lớp $8A$ và $8B$ của một trường THCS có 90 học sinh. Trong đợt quyên góp sách ủng hộ học sinh vùng lũ lụt, mỗi bạn lớp $8A$ ủng hộ 3 quyển, mỗi bạn lớp $8B$ ủng hộ 2 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp biết rằng cả hai lớp ủng hộ được 222 quyển sách.

Bài 24: Một miếng đất hình chữ nhật có chiều rộng bé hơn chiều dài $25\,m$. Nếu giảm chiều dài đi $25\,m$ thì diện tích sẽ nhỏ hơn diện tích ban đầu là $1000\,m^2$. Tính các kích thước ban đầu của miếng đất.

Bài 25: Một trường tổ chức cho 250 người gồm giáo viên và học sinh đi trải nhiệm thực tế. Biết giá vé vào cổng và $160\,000$ đồng/ người. Nhưng vì là học sinh được giảm 10%. Do đó nhà trường chỉ phải chi trả $36\,240\,000$ đồng. Hỏi trong đó có bao nhiêu giáo viên, bao nhiêu học sinh.

Bài 26: Hai lớp $8A$ và $8B$ có tất cả 76 học sinh. Biết rằng 25% số học sinh lớp $8A$ đạt loại Giỏi và 20% số học sinh lớp $8B$ đạt loại Giỏi và tổng số học sinh giỏi của cả hai lớp là 17 em. Tính số học sinh mỗi lớp.

Câu 4: Hệ trục tọa độ Oxy chia mặt phẳng tọa độ thành 4 phần, góc phần tư thứ ba nằm ở góc nào trong hình bên.



A. Góc A **B.** Góc B

C. Góc C **D.** Góc D

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)=2x-1$. Giá trị của $f(0)$ là

A. $f(0)=0$ **B.** $f(0)=x$

C. $f(0)=2$ **D.** $f(0)=-1$

Câu 6: Điểm nằm trên trục hoàng sẽ có tung độ là bao nhiêu?

A. -1 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 5

Câu 7: Điểm trong mặt phẳng tọa độ có hoành độ âm và tung độ dương sẽ nằm ở góc phần tư thứ mấy

A. I **B.** II **C.** III **D.** IV

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)=x+5$, điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số.

A. $A(0;\ 3)$ **B.** $(1;\ 5)$ **C.** $(5;\ 1)$ **D.** $(2;\ 7)$

Câu 9: Điểm $A(3;\ -2)$ trên mặt phẳng tọa độ, nối điểm A tới gốc O và một điểm B bất kì nằm trên trục hoành $(B\neq O)$. Khi đó chiều cao của ΔABC ứng với đáy BO là:

A. 3 **B.** -2 **C.** 2 **D.** 0

Câu 10: Hàm số $y=f(x)=mx+2$ đi qua điểm $A(-3;-4)$ thì giá trị của m là:

A. -3 **B.** 2 **C.** -4 **D.** 0

II. Tự luận.

Bài 1: Cho hàm số $y=f(x)=3x-5$. Tính $f(0);\ f(2)$

Bài 2: Cho hàm số $y=f(x)=1-8x$. Tính $f(-1);\ f\left(\frac{1}{2}\right);\ f(3)$

Bài 3: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{6}{x-5}$. Tính $f(0);\ f(6);\ f(-2)$

Bài 4: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{-2}{3}x+1$. Tính $f(-3);\ f(-1);\ f(6)$

Bài 5: Cho hàm số $y=f(x)=2x^2+5x-3$. Tính $f(1);\ f(0);\ f\left(\frac{3}{2}\right)$

a)

x	-3	-1	0	2	4
y	1	1	1	1	1

b)

x	-2	1	0	1	2
y	-2	1	0	2	2

Bài 2: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{4}{x}$

x	-2	?	2	3	?
$y=f(x)$	?	-4	?	?	8

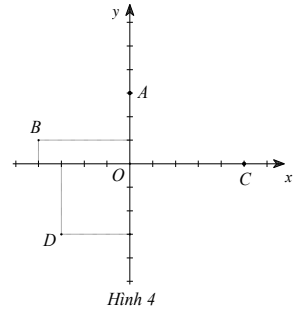
a) Tính $f(-4);\ f(8)$

b) Hoàn thành bảng sau vào vở:

Bài 3:

a) Xác định tọa độ của các điểm $A;\ B;\ C;\ D$ trong Hình 4.

b) Xác định các điểm $E(0;-2)$ và $F(2;-1)$ trong Hình 4.



Hình 4

Bài 4: Hàm số $y=f(x)$ được cho bởi bảng sau

x	-2	-1	0	1	2
$y=f(x)$	-5	-2,5	0	2,5	5

Vẽ đồ thị của hàm số $y=f(x)$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Đại lượng y gọi là hàm số của x khi nào?

A. Khi mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị của y.

B. Khi mỗi giá trị của x ta phải xác định được 2 giá trị của y.

C. Khi hai giá trị của x ta luôn xác định được 3 giá trị của y

D. Cả ba câu trên đều sai.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ, có mấy trục tọa độ

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 3: Điểm $M(x_0;\ y_0)$ thì y_0 gọi là gì?

A. Hoành độ **B.** Tung độ **C.** Gốc tọa độ **D.** Giao điểm

Bài 6: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x-3}{-x+1}$. Tính $f(-1);\ f(0);\ f(-3)$

Bài 7: Cho hàm số $y=f(x)=5-2x$

a) Tính $f(-2);\ f(-1);\ f(0);\ f(3)$

b) Tìm giá trị của x khi $f(x)=5;\ f(x)=3;\ f(x)=-1$

Bài 8: Cho hàm số $y=f(x)=2x-1$

a) Tính $f(-2);\ f(3);\ f\left(-\dfrac{1}{4}\right)$

b) Tính x khi $y=0;\ y=-2;\ y=\dfrac{-2}{3}$

Bài 9: Cho hàm số $y=f(x)=2x+1$

a) Tính $f\left(\dfrac{1}{2}\right);\ f(4);\ f(-2)$

b) Tính giá trị của x tại $y=-1$

Bài 10: Cho hàm số $y=f(x)=-3x+7$

a) Tính $f(-1);\ f\left(\dfrac{4}{3}\right)$

b) Tìm x biết $f(x)=\dfrac{8}{5}$

Bài 11: Cho hàm số $y=f(x)=2x^2+3$

a) Tính $f(0);\ f\left(\dfrac{1}{2}\right)$

b) Tìm x biết $f(x)=11$

Bài 12: Cho hàm số $y=f(x)=3x^2-7$

a) Tính $f(0);\ f(-1)$

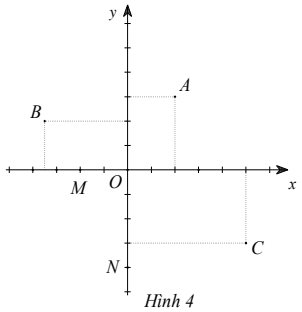
b) Tìm x biết $f(x)=5$

Bài 13: Cho *Hình 4.*

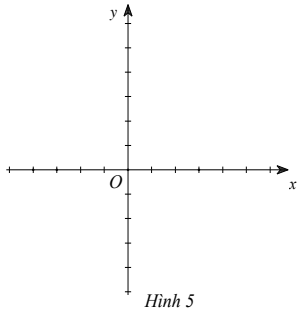
a) Biết tên tọa độ các điểm có trong hình

b) Điểm N nằm trên trục nào? tọa độ điểm N có gì đặc biệt?

c) Điểm M nằm trên trục nào? tọa độ nào bằng 0.



Hình 4



Hình 5

Bài 14: Vẽ vào hệ trục tọa độ ở *Hình 5* các điểm $A(-3;0),\ B(0;5),\ C(-4;-3)$

Bài 15: Vẽ hệ trục tọa độ Oxy và đánh dấu vị trí các điểm sau

$H\left(\dfrac{5}{2};-2\right),\ G\left(-\dfrac{9}{4};\ 3\right),\ K(0;-3),\ I(-1;\ 0)$

Bài 2: Cho hàm số bậc nhất $y=ax+3$

a) Tìm hệ số a, biết rằng khi $x=1$ thì $y=5$

b) Với giá trị a vừa tìm được, hãy hoàn thành bảng giá trị sau vào vở.

x	-2	-1	0	1	2
y					

Bài 3: Vẽ đồ thị của các hàm số sau

a) $y=2x-6$ b) $y=-3x+5$ c) $y=\frac{3}{2}x$

Bài 4: Giá điện thoại cố định của một hãng viễn thông bao gồm cước thuê bao là $22\,000$ đồng/ tháng và cước gọi là 800 đồng/ phút.

a) Lập công thức tính số tiền cước điện thoại y (đồng) phải trả trong tháng khi gọi x phút.

b) Tính số tiền cược điện thoại phải trả khi gọi 75 phút.

c) Nếu số tiền cước điện thoại phải trả là $94\,000$ đồng thì trong tháng đó thuê bao đã gọi bao nhiêu phút.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: Hàm số bậc nhất được cho bởi công thức nào sau đây

A. $y=ax+b\left(a\neq 0\right)$ **B.** $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$

C. $y=\frac{1}{ax+b}\left(a\neq 0\right)$ **D.** $y=\frac{1}{ax}$

Câu 2: Đồ thị của hàm số $y=ax+b$ với $a\neq 0$ là gì?

A. Một đường thẳng **B.** Một đoạn thẳng

C. Một đường cong **D.** Một Parabol

Câu 3: Khi $b=0$ thì đồ thị của hàm số $y=ax+b\left(a\neq 0\right)$ luôn đi qua điểm nào?

A. $O\left(0;\ 0\right)$ **B.** $A\left(1;\ 1\right)$ **C.** $M\left(1;-1\right)$ **D.** $N\left(-1;\ 1\right)$

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất?

A. $y=\frac{-1}{x+2}$ **B.** $y=\frac{1}{2}x-3$ **C.** $y=x^2-1$ **D.** $y=5-\frac{6}{x}$

Câu 5: Đồ thị của hàm số $y=3x-1$ giao với trục tung tại điểm A có tọa độ là

A. $A\left(3;-1\right)$ **B.** $\left(0;\ 3\right)$ **C.** $A\left(-1;\ 0\right)$ **D.** $A\left(0;-1\right)$

Bài 8. HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ ĐỒ THỊ

A. LÝ THUYẾT

1) Khái niệm hàm số bậc nhất.

♣ Hàm số bậc nhất là hàm số cho bởi công thức $y=ax+b$, trong đó a,b là các số cho trước và $a\neq 0$.

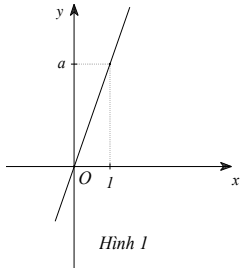
2) Đồ thị của hàm số bậc nhất.

♣ Đồ thị của hàm số $y=ax+b\left(a\neq 0\right)$ là một đường thẳng.

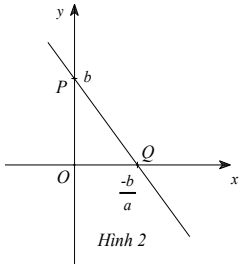
♣ Đồ thị của hàm số $y=ax+b\ \left(b\neq 0\right)$ còn được gọi là đường thẳng $y=ax+b$

♣ Cách vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất:

+ Khi $b=0$ thì $y=ax$. Đồ thị của hàm số $y=ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O\left(0;\ 0\right)$ và điểm $A\left(1;\ a\right)$ như *Hình 1*



Hình 1



Hình 2

+ Khi $b\neq 0$, ta xác định hai điểm đặc biệt trên đồ thị là giao của đồ thị với hai trục tọa độ như sau:

Cho $x=0\Rightarrow y=b$ ta được điểm $P\left(0;\ b\right)$ thuộc trục tung Oy

Cho $y=0\Rightarrow x=\frac{-b}{a}$ ta được điểm $Q\left(-\frac{b}{a};\ 0\right)$ thuộc trục hoành Ox.

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm P, Q ta được đồ thị của hàm số $y=ax+b$ như *Hình 2*

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Trong các hàm số sau, những hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định các hệ số a, b của chúng

a) $y=0.x-5$ b) $y=1-3x$ c) $y=-0,6.x$ d) $y=\sqrt{2}\left(x-1\right)+3$

e) $y=2x^2+1$

Câu 6: Đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{2}x$ giao với trục hoành tại điểm nào?

A. $O(0;\ 0)$ **B.** $A(1;\ 1)$ **C.** $N(2;-2)$ **D.** $M(2;\ 1)$

Câu 7: Cho hàm số $y=-2x+3$. Đồ thị của hàm số đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-5;\ 4)$ **B.** $\left(\frac{1}{2};\ 0\right)$ **C.** $\left(\frac{3}{4};-3\right)$ **D.** $\left(\frac{9}{2};-6\right)$

Câu 8: Cho hàm số bậc nhất $y=(a+1)x+5$ với $a+1$ là hệ số của x. Để đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(5;\ 2)$ thì giá trị của a là:

A. $a=\frac{-1}{5}$ **B.** $a=\frac{-8}{5}$ **C.** $a=5$ **D.** $a=\frac{-5}{8}$

Câu 9: Đồ thị của hàm số bậc nhất $y=\frac{x-4}{5}$ luôn cắt trục tung tại điểm có tung độ là

A. 1 **B.** -4 **C.** $\frac{-4}{5}$ **D.** $\frac{1}{5}$

Câu 10: Hệ số b của đường thẳng $y=2(3x-5)-7$ là

A. -7 **B.** -5 **C.** 6 **D.** -17

Câu 11: Biến đổi hàm số $y=2x+3y+1$ về hàm số bậc nhất ta được

A. $y=-x-\frac{1}{2}$ **B.** $3y=2x+1$ **C.** $y=-x+1$ **D.** $y=2x+1$

II. Tự luận.

Bài 1: Cho các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất

1) $y=-3x$ 2) $y=x-99$ 3) $y=6-0x$

4) $y=\left(2+\sqrt{3}\right)x-\sqrt{5}$ 5) $y=\sqrt{2}.x-1$ 6) $y=3(1-x)-x$

7) $y=\frac{2}{-3}x-\frac{1}{2}$ 8) $y=\frac{x+4}{-3}$ 9) $y=\frac{x}{5}-\frac{1}{5}$

10) $y=\frac{1}{6}x$ 11) $y=3-\frac{\sqrt{5}}{-\sqrt{3}}x$ 12) $y=x+\frac{1}{x}$

13) $y=\frac{2}{2x+1}$ 14) $y=\frac{6}{x}-3$ 15) $y=\frac{x-3}{x+2}$

16) $y=\frac{2x-5}{\sqrt{5}}$ 17) $y=\frac{x}{x-1}$ 18) $y=3-(-3x)$

Bài 2: Cho hàm số $y=f(x)=(2a-3)x+x+4$

a) Tìm hệ số a để hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc nhất.

b) Tìm hệ số a biết $f(2)=3$

Bài 3: Cho hàm số bậc nhất $y=(a+1)x+5$ với a là một số cho trước và $a\neq -1$.

a) Tìm a để hàm số đi qua điểm $A(5;\ 2)$

b) Tìm a để hàm số đi qua điểm $B(3;\ 6)$

Bài 4: Cho hàm số bậc nhất $y=(m-3)x$

a) Xác định hệ số a, b của hàm số trên

b) Xác định m để hàm số đi qua $A(1;\ 2)$

c) Xác định m để hàm số đi qua $B(1;-2)$

Bài 5: Cho hàm số $y=f(x)=(6-3m)x+m-6$

a) Tìm m để $f(2)=0$.

b) Biết $f(-1)=8$. Xác định hệ số a, b của hàm số trên

Bài 6: Cho hàm số $y=(3-2m)x-1$

a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;-3)$

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m vừa tìm được.

Bài 7: Cho hàm số $y=(a-1)x+a$. Xác định a để hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ 2

Bài 8: Cho hàm số $y=(a-1)x+a$. Xác định a để hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -3

Bài 9: Cho hàm số $y=2x+b$. Tìm b trong các trường hợp sau:

a) Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3

b) Đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1;\ 5)$

Bài 10: Cho hàm số bậc nhất $y=(k-2)x+k^2-2k$

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $k=3$

b) Tìm k để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2

Bài 11: Cho hàm số bậc nhất $y=(m^2+1)x+m+2$ với m là tham số.

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $m=1$

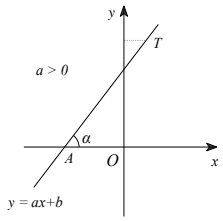
Bài 9. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. LÝ THUYẾT

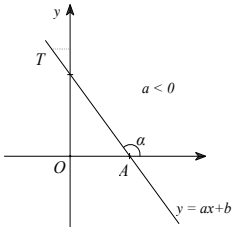
1) Hệ số góc của đường thẳng

Trong mặt phẳng Oxy, góc α tạo bởi đường thẳng $y=ax+b\ (a\neq 0)$ và trục Ox là góc tạo bởi tia Ax và tia AT. Trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y=ax+b$ với trục Ox. T là một điểm nào đó thuộc đường thẳng $y=ax+b$ và có tung độ dương *(Hình 2 và 3)*.

Chú ý rằng: $0^0<\alpha<180^0$



Hình 2



Hình 3

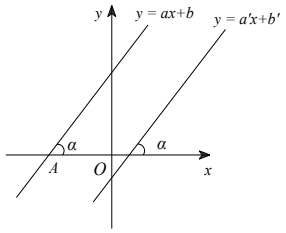
- Ta gọi a là hệ số góc của đường thẳng $y=ax+b\ (a\neq 0)$

Nhận xét:

- Khi hệ số góc $a>0$, đường thẳng $y=ax+b$ đi lên từ trái sang phải, góc tạo bởi đường thẳng này với trục Ox là mộ góc nhọn. (Hình 2)
- Khi hệ số góc $a<0$, đường thẳng $y=ax+b$ đi xuống từ trái sang phải, góc tạo bởi đường thẳng này và trục Ox là góc tù. (Hình 3)

2) Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau.

- Hai đường thẳng $y=ax+b\ (a\neq 0)$ và $y=a'x+b'\ (a'\neq 0)$ song song với nhau khi $a=a';\ b\neq b'$ và ngược lại.
  Trùng nhau khi $a=a';\ b=b'$ và ngược lại *(Hình 4)*



Hình 4

- Hai đường thẳng $y=ax+b\ (a\neq 0)$ và $y=a'x+b'\ (a'\neq 0)$ cắt nhau khi $a\neq a'$ và ngược lại.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm $(1;-2)$ và có hệ số góc là 3

Bài 2: Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng có hệ số góc là -2 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3

b) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3

Bài 12: Cho hàm số $y=ax+b$

a) Xác định $a,\ b$ biết đồ thị hàm số đi qua $A(2;\ 5)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 3.

b) Vẽ đồ thị hàm số với $a,\ b$ vừa tìm được.

Bài 13: Vẽ đồ thị hàm số $y=3x-4$

Bài 14: Vẽ đồ thị hàm số $y=2x-3$

Bài 15: Vẽ đồ thị hàm số $y=5x-3$

Bài 16: Vẽ đồ thị hàm số $y=-3x+2$

Bài 17: Vẽ đồ thị hàm số $y=-3x+4$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: Hệ số góc của đường thẳng $y=ax+b\ (a\neq 0)$ là:

A. b **B.** a **C.** $-a$ **D.** $-b$

Câu 2: Hai đường thẳng $y=ax+b\ (a\neq 0)$ và $y=a'x+b'\ (a'\neq 0)$ song song với nhau khi nào

A. $a=a';\ b=b'$ **B.** $a\neq a';b=b'$ **C.** $a\neq a';b\neq b'$ **D.** $a=a';b\neq b'$

Câu 3: Hai đường thẳng $y=ax+b\ (a\neq 0)$ và $y=a'x+b'\ (a'\neq 0)$ có $a\neq a'$. Vậy hai đường thẳng này có vị trí như thế nào?

A. Song song **B.** Cắt nhau

C. Trùng nhau **D.** Cả ba câu trên đều sai

Câu 4: Góc tạo bởi đường thẳng $y=3x-4$ với trục Ox là góc gì?

A. Góc nhọn **B.** Góc vuông **C.** Góc tù **D.** Góc bẹt

Câu 5: Góc tạo bởi trục Ox với đường thẳng nào sau đây là góc tù

A. $y=3x-1$ **B.** $y=-3+x$ **C.** $y=-2(x-1)$ **D.** $y=4x$

Câu 6: Cho ba đường thẳng $(1): y=3x-2$, $(2): y=x-2$ và $(3): y=2(x-2)+x$ trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định sai

A. Đường thẳng (1) song song (3) **B.** Đường thẳng (1) cắt (2)

C. Đường thẳng (2) cắt (3) **D.** Ba đường thẳng $(1),(2),(3)$ song song

Câu 7: Đường thẳng có hệ số góc bằng 2 và đi qua điểm $(-1;\ 2)$ là:

A. $y=2x+2$ **B.** $y=2x-1$ **C.** $y=-x+2$ **D.** $y=2x+4$

Câu 8: Giá trị của m để đường thẳng $y=(m+1)x+2$ song song với đường thẳng $y=-2x$ là

A. $m=-3$ **B.** $m=-2$ **C.** $m=2$ **D.** $m=1$

Câu 9: Hai đường thẳng $(d): y=2x+4$ và $(d'): y=-x+1$ cắt nhau tại điểm có tọa độ là:

A. $(2;-1)$ **B.** $(4;\ 1)$ **C.** $(-1;\ 4)$ **D.** $(-1;\ 2)$

Câu 10: Giá trị của a để đường thẳng $y=ax-4$ cắt đường thẳng $y=2x-1$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

A. $a=\dfrac{7}{2}$ **B.** $a=\dfrac{1}{4}$ **C.** $a=\dfrac{-2}{7}$ **D.** $a=-4$

Bài 3: Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau và các cặp đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y=-x+1$ b) $y=-2x+1$ c) $y=-2x+2$ d) $y=-x$

Bài 4: Cho hai hàm số bậc nhất $y=mx+5$ và $y=(2m+1)x+3$. Tìm các giá trị của m để đồ thị của hai hàm số là:

a) Hai đường thẳng song song với nhau.

b) Hai đường thẳng cắt nhau.

Bài 5: Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng song song với đường thẳng $y=-3x+1$ và đi qua điểm $(2;\ 6)$

Bài 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $y=x$ và $y=-x+2$

a) Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng đã cho.

c) Gọi B là giao điểm của đường thẳng $y=-x+2$ và trục Ox. Chứng minh ΔOAB vuông tại A, tức hai đường thẳng $y=x$ và $y=-x+2$ vuông góc với nhau.

d) Có nhận xét gì về tích hai hệ số góc của hai đường thẳng đã cho.

Bài 7: Cho hai hàm số $y=2x-1$ và $y=-x+2$

a) Trong cùng mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ đồ thị của hai hàm số đã cho.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị trên.

Bài 8: Cho hàm số bậc nhất $y=(3-m)x+2m+1$. Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số đã cho là:

a) Đường thẳng đi qua điểm $(1;\ 2)$

b) Đường thẳng cắt đường thẳng $y=x+1$ tại một điểm nằm trên trục tung.

Bài 9: Cho hàm số bậc nhất $y=(m+2)x+3$

a) Tìm m để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y=-x$

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m vừa tìm được ở câu a

c) Tìm giao điểm A của đồ thị hàm số tìm được ở câu a và đồ thị hàm số $y=x+1$. Tính diện tích của ΔOAB trong đó B là giao điểm của đồ thị hàm số $y=x+1$ với trục Ox

Bài 3: Tìm các giá trị của m để các cặp đường thẳng sau song song với nhau

1) $(d): y = mx - 7$ và $(d'): y = 2x$ với $m \neq 0$

2) $(d): y = (m+2)x + 4$ và $(d'): y = x - 3$ với $m \neq -2$

3) $(d): y = (1-m^2)x + 2$ và $(d'): y = -3x - m$ với $m \neq \pm 1$

4) $(d): y = (5m-2)x - 1$ và $(d'): y = m(m+2)x + 2$ với $m \neq \left\{0; -2; \frac{2}{5}\right\}$

5) $(d): y = (2-m^2)x + m - 5$ và $(d'): y = mx + 3m - 7$ với $m \neq \left\{\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 0\right\}$

6) $(d): y = (m-1)x + 2$ và $(d'): y = (3-m)x + 1$ với $m \neq \{1; 3\}$

7) $(d): y = (m^2+m)x + 2$ và $(d'): y = (m+1)x - m$ với $m \neq \{0; 1\}$

8) $(d): y = mx + (m-2)$ và $(d'): y = (5-m)x + (4-m)$ với $m \neq \{0; 5\}$

Bài 4: Cho đường thẳng $(d): y = 2mx + 3$ và $(d): y = (m+1)x + 2$. Tìm m để:

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.

b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

Bài 6: Cho đường thẳng $(d): y = mx + 3$ và $(d'): y = (2m+1)x - 5$. Tìm m để:

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.

b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

Bài 7: Cho đường thẳng $(d): y = (m-2)x - 3$ và $(d'): y = 2x - (m-1)$. Tìm m để:

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.

b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

c) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 8: Cho đường thẳng $(d): y = 2x + 3m$ và $(d'): y = (2m+1)x + 2m - 3$. Tìm m để

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.

b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

c) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.

II. Tự luận

Dạng 1.

Bài 1: Tìm hệ số góc của đường thẳng $(d): y = 2x - 5$ với trục hoành.

Bài 2: Tìm góc tạo bởi đường thẳng $(d): y = -3x - 7$ với trục hoành.

Bài 3: Tìm hệ số góc của đường thẳng $(d): y = ax + 3$ biết (d) đi qua $A(2; 6)$.

Bài 4: Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm $A(2; 1)$.

Bài 5: Tìm hệ số góc của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm $B(1; -2)$.

Bài 6: Tìm giá trị của b để đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua $A(2; 5)$ và có hệ số góc là -3.

Bài 7: Cho đường thẳng $y = (1-4m)x + m - 2$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc nhọn.

b) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc tù.

Bài 8: Cho đường thẳng có hàm số $y = (2m-1)x + m^2 + 2$

a) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc nhọn.

b) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục Ox một góc tù.

Dạng 2.

Bài 1: Cho các đường thẳng sau

$(d_1): y = \frac{3}{2}x + 2$ $(d_2): y = \frac{3}{2}x - 1$ $(d_3): y = \frac{1}{2}x - 3$

$(d_4): y = x - 3$ $(d_5): y = \frac{1}{2}x + 3$ $(d_6): y = x + 2$

a) Chỉ ra các cặp đường thẳng song song

b) Chỉ ra vị trí tương đối của d_2 và d_5

Bài 2: Cho các đường thẳng sau

$(d_1): y = 2x + 1$ $(d_2): y = 5 + 2x$ $(d_3): y = 3 - 2x$

$(d_4): y = \frac{x+3}{2}$ $(d_5): y = \frac{-3}{2}x + 4$ $(d_6): y = \frac{1}{2}x - 9$

a) Chỉ ra những cặp đường thẳng song song.

b) Đường thẳng nào cắt đường thẳng (d_5)

Bài 9: Cho đường thẳng $(d): y=(m+1)x+3$ và $(d'): y=(3-2m)x+1$. Tìm k để:

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.

b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

c) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 10: Cho đường thẳng $(d): y=2x+3m$ và $(d'): y=(2m+1)x+2m-3$. Tìm m và k để

a) (d) và (d') là hai đường thẳng cắt nhau.

b) (d) và (d') là hai đường thẳng song song.

c) (d) và (d') là hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 11: Cho đường thẳng $(d): y=ax+2$. Tìm a để đường thẳng (d)

a) Cắt đường thẳng $y=4x-5$.

b) Song song với đường thẳng $y=-3x+1$.

Bài 12: Cho đường thẳng $(d): y=(m+3)x+m+1$ và $(d'): y=(2-m)x-m$.

a) Tìm m để (d) và (d') song song.

b) Chứng minh khi $m=-1$ thì (d) cắt (d').

Bài 13: Cho đường thẳng $(d): y=(m+6)x+2$ và $(d'): y=m(3m+4)x-5$.

a) Tìm m để (d) và (d') song song

b) Chứng minh $m=-2$ thì (d) song song (d').

Bài 14: Tìm a, b để $(d): y=ax+b$ đi qua $A(2;\ 1)$ và song song với $(d'): y=3x-1$.

Bài 15: Tìm a, b để $(d): y=ax+b$ đi qua $A(4;-5)$ và song song với $(d'): y=3x+1$.

Bài 16: Tìm a, b để $(d): y=ax+b$ đi qua $A(-4;\ 5)$ và song song với $(d'): y=2x+1$.

Bài 17: Tìm a, b để $(d): y=ax+b$ đi qua $A(1;-2)$ và song song với $(d'): y=-x-2$.

Bài 18: Tìm a, b để $(d): y=ax+b$ đi qua $A(1;-8)$ và song song với $(d'): y=-3x+9$.

Bài 19: Xác định hàm số $y=ax+b$ trong các trường hợp sau:

a) Hệ số góc bằng 3 và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;\ 2)$.

b) Đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1;\ 5)$ và song song với đường thẳng $y=-3x$.

Bài 20: Cho đường thẳng $(d): y=-3x$ và đường thẳng $(d'): y=x+2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d''): y=ax+b$ đi qua $A(-1;\ 3)$ và song song với (d').

Bài 21: Xác định hàm số $y=ax+b$ trong các trường hợp sau:

a) Hệ số góc bằng 3 và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ -2.

b) Hệ số góc bằng -5 và đồ thị hàm số đi qua $A(-2;\ 3)$.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;\ 7)$ và song song với đường thẳng $y=7x$.

Bài 22: Cho hàm số $(d): y=(m-2)x+3$.

a) Xác định m để (d) đi qua $A(1;-1)$. Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được.

b) Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị đi qua $B(-2;\ 2)$ và song song với đường thẳng (d)

Bài 23: Cho hàm số $(d): y=\frac{3}{2}x$ và $(d'): y=3x-3$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(t): y=ax+b$ song song với (d) và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -6

Bài 24: Cho hàm số $y=(2a-5)x+a-2$ có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Tìm a để đường thẳng (d) cắt trục Oy tại điểm có tung độ 2.

b) Tìm a để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y=3x+1$

Dạng 3

Bài 1: Cho hàm số $(d): y=(m-1)x+2m-3$ với m là tham số. Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=2x+1$ tại 1 điểm nằm trên trục tung.

Bài 2: Cho đường thẳng $y=(1-4m)x+m-2$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $\frac{3}{2}$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $\frac{1}{2}$.

Bài 3: Cho hàm số $(d): y=mx+5$ với m là tham số. Tìm giá trị của m để (d) cắt đường thẳng $y=-3x+m+1$ tại một điểm trên trục tung.

Bài 4: Cho hàm số bậc nhất $y=ax-4$. Xác định a trong các trường hợp sau:

a) Đồ thị của hàm số cắt đường thẳng $y=2x-1$ tại điểm có hoành độ bằng 2

b) Đồ thị của hàm số cắt đường thẳng $y=-3x+2$ tại điểm có tung độ bằng 5

Bài 5: Tìm m để hai đường thẳng:

a) $(d): y=2x+(m-1)$ và $(d'): y=3x-5$ cắt nhau tại 1 điểm thuộc trục hoành.

b) $(d): y=2x+(3+m)$ và $(d'): y=3x+(5-m)$ cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung.

Bài 6: Cho hàm số $(d): y=(m-2)x+m$ với $m\neq 2$.

a) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua $A(0;\ 5)$.

b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=2x+3$ tại 1 điểm trên trục tung.

Bài 7: Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a, b để (d) song song với đường thẳng $y=2x$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3.

Bài 8: Cho hàm số $(d): y=(3-m)x+m-1$.

a) Tìm m để (d) song song với đồ thị hàm số $y=2x+3$.

b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=x+3m-2$ tại một điểm trên trục tung.

Bài 9: Cho hàm số $(d): y=(m-3)x+5-m$.

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua $A(2;\ 5)$.

b) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y=2x-4$ tại 1 điểm nằm trên Oy

Bài 10: Cho hàm số $(d): y=(2-m)x+3m-1$.

a) Tìm m để hàm số trên là hàm bậc nhất. vẽ đồ thị với $m=-1$.

b) Tìm m để (d) song song với $(d'): y=-x+m-3$.

c) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $(d''): y=-x+2$ tại một điểm thuộc trục tung.

Bài 11: Cho hàm số $(d): y=(m+1)x+2m$ và $(d'): y=(2m+1)x+3m$.

a) Tìm m để đồ thị hai hàm số trên song song với nhau.

b) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm trên trục hoành.

Bài 12: Cho hai đường thẳng $(d): y=3x-7$ và $(d'): y=\frac{2}{3}x+m$.

a) Vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi $m=2$.

b) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm trên trục hoành.

Bài 13: Cho hàm số $(d): y=2x+4$ và $(d'): y=(m-2)x+m+2$.

a) Khi $m=0$ vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ

b) Tìm giao điểm (d) và (d') khi $m=0$

c) Tìm m để (d) song song với (d').

d) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm thuộc trục hoành.

Bài 14: Cho hàm số bậc nhất $(d): y=(m-1)x-4$ với $m\neq 1$.

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $m=2$.

b) Tìm m để (d) song song với đường thẳng $y=-3x+2$.

c) Tìm m để (d) cắt $(d'): y=x-7$ tại một điểm nằm bên trái trục tung.

Bài 15: Cho hai đường thẳng $(d): y=4x+m$ và $(d'): y=-3x+2-m$.

a) Vẽ đồ thị hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi $m=-4$.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d').

c) Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm nằm bên phải trục tung.

Bài 16: Cho hàm số $(d): y=x-2$.

a) Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Tìm a, b để $y=ax+b$ để đường thẳng này đi qua $A(1;-5)$ và song song với (d).

c) Tìm m để $(d'): y=(m-3)x+5$ với $m\neq 3$ cắt (d) tại một điểm nằm bên phải trục tung.

Bài 17: Cho đường thẳng $(d): y=x+4$ và $(d'): y=-2x-2$.

a) Vẽ độ thị của (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d''): y=ax+b$ song song với (d) và (d'') cắt (d') tại A có hoành độ -3

Bài 18: Cho hàm số $(d): y=\frac{-1}{2}x$ và hàm số $(d'): y=2x+3$.

a) Vẽ hai hàm số trên cùng một hệ tọa độ Oxy

b) Tìm a, b để $(d''): y=ax+b$ song song với (d) và cắt (d') tại 1 điểm trên trục tung.

Bài 19: Cho hàm số $(d): y=-2x+3$ và hàm số $(d'): y=x+1$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d''): y=ax+b$ song song với (d) và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ -4.

Bài 20: Cho hàm số $(d): y = 3x - 2$ và hàm số $(d'): y = -2x + 3$

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d''): y = ax + b$ song song với (d) và cắt (d') tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 21: Cho hàm số $(d): y = \frac{-1}{2}x$ và $(d'): y = x + 2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm a, b để $(d''): y = ax + b$ song song với (d) và cắt (d') tại 1 điểm có tung độ bằng -3.

Bài 22: Cho hai đường thẳng $(d): y = 2x - 4$ và $(d'): y = -3x + 5$.

a) Đường thẳng (d) và (d') có cắt nhau không? Vì sao?

b) Vẽ (d) trên mặt phẳng tọa độ.

c) Tìm a, b để $(d''): y = ax + b$ cắt (d) tại một điểm trên trục tung và đi qua $A(1; -1)$.

Bài 23: Cho đường thẳng $(d): y = (3 - m)x - m + 5$ với m là tham số. Xác đinh m để:

a) Cắt đường thẳng $y = 2mx + 8$.

b) Song song với đường thẳng $y = 2x - 1$.

c) Cắt đường thẳng $y = -x + 9$ tại điểm có tung độ là 5.

d) Cắt đường thẳng $y = -3x + 12$ tại 1 điểm trên trục hoành.

Dạng 4.

Bài 1: Cho hai đường thẳng $(d): y = 3x - 1$ và $(d'): y = 5x - 2$. Xác định giao điểm của 2 đường thẳng.

Bài 2: Cho hai đường thẳng $(d): y = \frac{1}{2}x - 3$ và $(d'): y = \frac{3}{2}x + 5$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Bài 3: Cho hàm số $(d): y = 2x$ và $(d'): y = x + 1$.

a) Hai đường thẳng trên có trị trí tương đối như thế nào?

a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Bài 4: Cho hai hàm số $(d): y = 2x - 3$ và $(d'): y = \frac{-1}{2}x + 2$.

b) Hai đường thẳng trên có trị trí tương đối như thế nào?

c) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Bài 5: Cho hàm số $(d): y = 2x + 3$ và hàm số $(d'): y = \frac{-1}{2}x - 2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Bài 6: Cho hai đường thẳng $(d): y = 2x + 1$ và $(d'): y = -x - 2$.

a) Vẽ đồ thị (d), (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (d') bằng phép tính.

Bài 7: Cho đường thẳng $(d): y = 2x + 5$ và đường thẳng $(d'): y = -x - 1$.

a) Vẽ đồ thị hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d').

Bài 8: Cho hai đường thẳng $(d): y = x + 1$ và $(d'): y = 4 - 2x$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng trên.

b) Đường thẳng $(d''): y = 3x + 2m$ với m là tham số. Tìm m để ba đường thẳng trên đồng quy.

Bài 9: Cho hai hàm số bậc nhất $(d): y = x + 1$ và $(d'): y = -2x + 4$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của đồ thị hai hàm số trên.

b) Với điểm $B(19; 38)$ và O là gốc tọa độ. Chứng minh ba điểm O, A, B thẳng hàng.

Bài 10: Cho hàm số $(d): y = \frac{3}{2}x - 2$ và $(d'): y = -2x + 5$. Tìm tọa độ giao điểm (d) với (d')

Bài 11: Cho hai hàm số $(d): y = 2x - 3$ và $(d'): y = \frac{-1}{2}x + 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng trên.

b) Tìm m để đường thẳng $(d''): y = (m - 2)x + m + 8$ đi qua điểm A.

Bài 12: Cho hai hàm số $(d): y = \frac{2}{3}x$ và $(d'): y = \frac{-1}{3}x + 3$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai hàm số bằng phép tính.

Bài 13: Cho đường thẳng $(d): y = 2x + 2$.

a) Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) với đường thẳng $(d'): y = x - 3$.

Bài 22: Cho hai hàm số $(d): y = 2x - 3$ và $(d'): y = \frac{1}{2}x + 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng trên

b) Tìm m để đường thẳng $(d''): y = 3x - 2m - 3$ và hai đường thẳng trên đồng quy.

Bài 23: Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = 2x + m - 5$.

a) Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng (d) với hai trục tọa độ khi $m = 4$.

b) Tìm giá trị m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = (m^2 + 1)x - 4$.

c) Tìm giá trị m để đường thẳng (d) đồng quy với hai đường thẳng $y = 4x - 3$ và $y = 3x + 4$

c) Cho đường thẳng $(d''): y = mx + 5$. Tìm giá trị của m để 3 đường thẳng trên cùng đi qua 1 điểm.

Bài 14: Cho hai đường thẳng $(d): y = (2 + m)x + 1$ và $(d'): y = (1 + 2m)x + 2$.

a) Tìm điều kiện của m để (d) cắt (d').

b) Với $m = -1$ vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ rồi tìm tọa độ giao điểm.

Bài 15: Cho hai đường thẳng $(d): y = -3x + 2$ và $(d'): x - 2y = 3$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d').

b) Tìm m để (d), (d') và đường thẳng $(d''): y = (-2m + 1)x + m + 1$ đồng quy.

Bài 16: Cho ba đường thẳng sau: $(d): y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$ và $(d_1): y = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2}$ và $(d_2): y = mx + \frac{7}{2}$.

Tìm m để ba đường thẳng trên cùng đi qua một điểm.

Bài 17: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = (m - 1)x - m$ với m là tham số.

a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(-1; -3)$.

b) Tìm m để (d) đồng quy với hai đường thẳng $(d'): y = x - \frac{2}{3}$ và $(d''): y = -x + 1$.

Bài 18: Cho hàm số bậc nhất $(d): y = (2m - 1)x + 3$. Tìm m để đường thẳng (d) và hai đường thẳng $y = x + 3$ và $y = 2x + 1$ đồng quy.

Bài 19: Cho hàm số $(d): y = (3 - 2m)x + 3m - 5$ với m là tham số.

a) Tìm m để (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1

b) Tìm m để (d) đồng quy với đường thẳng $(d'): y = 3x + 3$ và $(d''): y = -x - 5$.

Bài 20: Cho hai đường thẳng $(d): y = x + 2$ và $(d'): y = 2x + 1$. Tìm m để đường thẳng $(d''): y = (m^2 + 1)x + m$ đồng quy.

Bài 21: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = (m - 1)x - m$ với m là tham số.

a) Vẽ đường thẳng (d) khi $m = 3$.

b) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(-1; -3)$.

c) Tìm m để (d) với hai đường thẳng $y = x - \frac{2}{3}$ và $y = -x + 1$ đồng quy.

Chương VIII. MỞ ĐẦU VỀ TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Bài 1. KẾT QUẢ CÓ THỂ VÀ KẾT QUẢ THUẬN LỢI

A. LÝ THUYẾT.

1. Kết quả có thể của hành động, thực nghiệm.

♣ Trong thực tế, ta thường gặp các hành động, thực nghiệm mà kết quả của chúng không thể biết trước khi thực hiện. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp ta có thể xác định được tất cả các kết quả có thể xảy ra *(gọi tắt là các kết quả có thể)* của hành động, thực nghiệm đó.

2. Kết quả thuận lợi cho một biến cố.

♣ Xét một biến cố E, mà E có xảy ra hay không xảy ra tùy thuộc vào kết quả hành động và thực nhiệm T

♣ Một kết quả có thể của T để biến cố E xảy ra được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố E.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK).

Bài 1: Vuông thực nghiệm gieo một con xúc xắc.

a) Liệt kê các kết quả có thể của thực nghiệm trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

+ A: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là hợp số ".

+ B: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 5 ".

+ C: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là số lẻ ".

Bài 2: Một hộp dựng 12 tấm thẻ, được ghi số từ 1 tới 12. Bạn Nam rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp.

a) Liệt kê các kết quả có thể xảy ra của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

+ A: " Rút được tấm thẻ ghi số chẵn ".

+ B: " Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố ".

+ C: " Rút được tấm thẻ ghi số chính phương ".

Bài 3: Bạn An có 16 cuốn sách, trong đó có 4 cuốn sách tiểu thuyết, 5 cuốn sách Lịch sử, 3 cuốn sách Khoa học tự nhiên và bốn cuốn sách Toán. Các cuốn sách này được xếp tùy ý trong tủ sách. Bạn Bình đến chơi và lấy ngẫy nhiên một cuốn sách trong tủ sách của An.

a) Liệt kê các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

+ E: " Bình lấy được một cuốn tiểu thuyết ".

+ F: " Bình lấy được một cuốn sách khoa học tự nhiên hoặc cuốn sách toán ".

+ G: " Bình lấy được một cuốn sách không phải là sách Lịch sử"

Bài 4: Trong một hộp có 10 tấm thẻ giống nhau được đánh số 11; 12; 13;.....; 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp.

a) Liệt kê các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

+ E: " Rút được tấm thẻ ghi số là bội của 3 "

+ F: " Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố "

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: Khi rút một lá bài trong bộ bài, đâu là kết quả có thể của hành động trên

A. Rút được lá 15 cơ **B.** Rút được lá 52

C. Rút được lá J bích **D.** Rút được lá 0 rô

Câu 2: Khi gieo một con xúc xắc, có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra

A. 1 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 6

Câu 3: Một hộp đựng 10 chiếc bút bi gồm 3 màu xanh, 4 màu đen và 3 màu đỏ. Không nhìn và lấy ngẫu nhiên một chiếc bút. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra

A. 10 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 6

Câu 4: Trên bàn bi – a có 15 viên bi được đánh số từ 1 tới 15 và một viên bi không đánh số. Một người đánh một lần và có một viên bi vào lỗ. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra:

A. 1 **B.** 16 **C.** 15 **D.** 0

Câu 5: Khi nhận kết quả chấm bài kiểm tra môn Toán của bạn Nam. Xét biến cố " Điểm kiểm tra của Nam đạt điểm tối đa ". Kết quả thuận lợi cho biến cố trên là:

A. Điểm 10 **B.** Điểm 9 **C.** Điểm 1 **D.** Điểm 0

Câu 6: Một nhà hàng phục vụ du khách, sau khi phục vụ xong sẽ để du khách tự đánh giá các cấp độ phục vụ theo mức độ: Không hài lòng gồm 1 sao, 2 sao. Hài lòng gồm: 3 sao. Rất hài lòng là 4 sao và Tuyệt vời là 5 sao. Kết quả thuận lợi cho biến cố " Phục vụ rất hài lòng trở lên" là:

A. 4 hoặc 5 sao **B.** 1 hoặc 2 sao **C.** 4 sao **D.** 5 sao

Câu 7: Một kệ gồm 30 tủ để đựng đồ dụng cụ học sinh, trong đó các tủ được đánh số từ 1 tới 10 ở tầng 3, các tủ được đánh số từ 11 tới 20 là các tử ở tầng thứ 2, còn các tủ được đánh số từ 21 tới 30 ở tầng 1. Cô giáo đưa cho mỗi bạn một chiếc chìa khóa tủ được đánh số ứng với số trên tủ . Với biến cố " Số trên chìa khóa là tủ tầng 1 ". có bao nhiêu kết quả thuận

lợi cho biến cố trên.

A. 30 **B.** 20 **C.** 10 **D.** 0

Câu 8: Một hộp có 5 viên bi được đánh số từ 1 tới 5. Bạn Nam lấy cùng lúc ngẫu nhiên 2 viên bi. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra:

A. 10 **B.** 15 **C.** 20 **D.** 25

Câu 9: Gieo cùng lúc hai viên xúc xắc, số các kết quả có thể xảy ra là:

A. 10 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 36

II. Tự luận.

Bài 1: Một hộp có chứa 10 quả bóng giống nhau được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp.

a) Viết các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

+ A: " Quả bóng lấy ra được đánh số chẵn"

+ B: " Quả bóng lấy ra được đánh số lớn hơn 5 "

Bài 2: Một hộp đựng 5 quả bóng được đánh số 0; 2; 4; 6; 8. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong hộp.

a) Viết các kết quả có thể xảy ra cho hành động trên.

b) Viết các kết quả thuận lợi cho biến cố:

+ A: " Lấy được quả bóng đánh số là số chẵn ".

+ B: " Lấy được quả bóng đánh số là số lẻ "

+ C: " Lấy được quả bóng đánh số là số nguyên tố "

Bài 3: Một hộp có 4 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp.

a) Viết các kết quả có thể xảy ra cho hành động trên.

b) Viết các kết quả thuận lợi cho biến cố:

+ A: " Lấy được quả bóng màu đen"

+ B: " Lấy được quả bóng là bóng màu vàng"

Bài 4: Một hộp bút có 2 chiếc bút chì màu xanh và 3 chiếc bút chì màu đen. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút chì.

a) Có bao nhiêu kết quả xảy ra cho hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố A: " Lấy được chiếc bút chì màu xanh "

Bài 5: Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

a) Có bao nhiêu kết quả cho hành động này.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố M : " Số viết ra là số chia hết cho 10 "

Bài 6: Trong lớp học thêm có 12 bạn, trong đó có 5 bạn ở lớp $7A$, 4 bạn ở lớp $7B$ và 3 bạn ở lớp $7C$. Cô giáo muốn chọn ra một bạn để làm lớp trưởng cho lớp học thêm này.

a) Viết các kết quả xảy ra cho việc chọn lớp trưởng của cô giáo.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố:

+ A: " Bạn lớp trưởng là bạn ở lớp $7A$ "

+ B: " Bạn lớp trưởng là bạn không phải ở lớp $7C$ ".

Bài 7: Một hộp đựng 8 thẻ gồm 3 thẻ đánh chữ A, 3 thẻ đánh chữ B và 2 thẻ đánh chữ C. Rút ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp.

a) Viết các kết quả có thể cho hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố:

+ A: " Thẻ rút ra là thẻ đánh chữ B "

+ B: " Thẻ rút ra là thẻ đánh chữ không phải A ".

Bài 8: Gieo ngẫu nhiên một lần hai con xúc xắc.

a) Có bao nhiêu kết quả cho hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A: " Tổng số chấm của hai con xúc xắc là số nhỏ hơn 6 ".

Bài 9: Một hộp có 5 viên bi được đánh các chữ A, B, C, D, E. Lấy bất kì cùng lúc hai viên bi.

a) Liệt kê các kết quả cho hành động trên.

b) Viết các kết quả thuận lợi cho biến cố:

+ A: " Hai viên bi lấy ra được đánh chữ G, H ".

+ B: " Hai viên bi lấy ra được đánh các chữ khác nhau ".

Bài 2. CÁC TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ BẰNG TỈ SỐ

A. LÝ THUYẾT

1. Các tính xác suất bằng tỉ số.

♣ Giả thiết rằng các kết quả có thể có một hành động hay thực nghiệm là đồng khả năng. Khi đó xác suất của biến cố E, kí hiệu là $P(E)$, bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E và tổng số kết quả có thể. $P(E)=\dfrac{E}{M}$

♣ Việc tính xác xuất của biến cố E trong một hành động hay thực nghiệm đồng khả năng sẽ gồm các bước sau:

Bước 1. Đếm các kết quả có thể *(thường bằng cách liệt kê)*

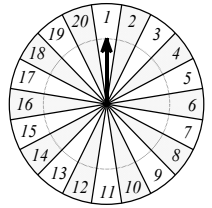
Bước 2. Chỉ ra các kết quả có thể là đồng khả năng.

Bước 3. Đếm các kết quả thuận lợi cho biến cố E

Bước 4. Lập tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố E và tổng số kết quả có thể.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Một hình tròn được chia thành 20 hình quạt như nhau, đánh số từ 1; 2; 3; ..... ; 20 và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm *(Hình 2)*. Quay tấm bìa và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bìa dừng lại. Tính xác suất để mũi tên:



a) Chỉ vào hình quạt ghi số chia hết cho 4.

b) Chỉ vào hình quạt ghi số không phải số nguyên tố.

Bài 2: Một túi đựng các viên kẹo giống hệt nhau, chỉ khác nhau, trong đó có 5 viên kẹo màu đen, 3 viên kẹo màu đỏ, 7 viên kẹo màu trắng. Lấy ngẫu nhiên một viên kẹo trong túi. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: " Lấy được viên kẹo màu đen ".

b) F: " Lấy được viên kẹo màu đen hoặc màu đỏ ".

c) G: " Lấy được viên kẹo màu trắng ".

d) H: " Không lấy được viên kẹo màu đỏ ".

Bài 3: Trong một chiếc hộp có 15 tấm thẻ giống nhau được đánh số 10; 11; ..... ; 24. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: " Rút được tấm thẻ ghi số lẻ ".

b) B: " Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố ".

Bài 4: Một hộp đựng 36 tấm thẻ giống nhau được đánh số 1; 2; 3; ..... ; 36. Bạn Nam rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: " Rút được tấm thẻ ghi số chia hết cho 4 ".

b) F: " Rút được tấm thẻ ghi số là bội của số 4 hoặc 6 ".

c) G: " Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố ".

Bài 5: Gieo một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc khác 6 ".

b) B: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc bé hơn 3 ".

c) C: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc lớn hơn 2 ".

Bài 6: Một túi đựng các quả bóng giống hệt nhau, chỉ khác màu, trong đó có 15 quả bóng màu xanh, 13 quả bóng màu đỏ và 17 quả bóng màu trắng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong túi. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) C: " Lấy được quả bóng màu xanh "

b) D: " Lấy được quả bóng màu đỏ "

c) E: " Không lấy được quả bóng màu trắng ".

Bài 7: Chọn ngẫu nhiên một số có hai chữ số. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: " Số được chọn nhỏ hơn 20 ".

b) B: " Số được chọn là số chính phương "

Bài 8: Trong một phòng có 15 học sinh lớp $8A$ gồm 9 bạn Nam, 6 bạn nữ và 15 học sinh lớp $8B$ gồm 12 bạn nam, 3 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong phòng. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: " Chọn được một học sinh nam ".

b) F: " Chọn được một học sinh nam lớp $8B$ "

c) G: " Chọn được một học sinh nữ lớp $8A$ ".

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: Công thức tính xác suất bằng tỉ số là $P(E)=\dfrac{E}{M}$. Trong đó E là gì?

A. Số các kết quả thuận lợi cho biến cố E **B.** Số các kết quả của hành động hay thực nghiệm

C. Các kết quả có thể của hành động E **D.** Cả A, B, C đều sai

Câu 2: Xác suất của một biến cố $P(E)$ có giá trị như thế nào?

A. $P(E)<0$ **B.** $0<P(E)<1$ **C.** $P(E)>1$ **D.** $0\le P(E)\le 1$

Bài 2: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A : " Mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn ".

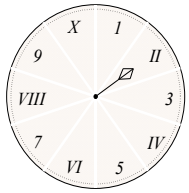
b) B : " Mặt xuất hiện có số chấm là số chia hết cho 4 ".

Bài 3: Lớp $8C$ có 42 học sinh, trong đó có 21 bạn học lực khá, 8 bạn học lực giỏi còn lại là trung bình. Cô giáo gọi ngẫu nhiên một bạn lên bảng làm bài. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A : " Bạn được gọi là bạn có học lực khá "

b) B : " Bạn được gọi là bạn có học lực trung bình "

Bài 4: Một hình tròn được chia thành 10 hình quạt như nhau, được đánh số như hình bên và được gắn vào trục quay có mũi tên cố định ở tâm. Quay tấm bìa và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tấm bìa dừng lại. Tính xác suất để mũi tên:



a) A : " Mũi tên chỉ vào các số la mã "

b) B : " Mũi tên chỉ vào các chữ cái A, B, C "

Bài 5: Trong một hộp đựng 15 thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp.

a) Tính xác suất cho biến cố A : " Số trên thẻ rút ra là số chia hết cho 5 "

b) Tính xác suất cho biến cố B : " Số trên thẻ rút ra là số có hai chữ số "

Bài 6: Bạn Bình cầm một bộ bài gồm 52 lá và đưa cho Thảo rút bất kì một lá.

a) Tính xác suất để thảo rút được lá có chất cơ.

b) Tính xác suất để thảo rút được lá hình $(\text{lá } J, Q, K)$

c) Tính xác suất để Thảo rút được lá nhỏ hơn 5

Bài 7: Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

a) Tìm xác xuất của biến cố D : " Số tự nhiên có hai chữ số này là số chia hết cho 10 ".

b) Tìm xác cuất của biến cố E : " Số tự nhiên có hai chữ số này là ước của 80 ".

Bài 8: Bạn Cường viết ngẫu nhiên các số từ 1 đến 100 vào một tờ giấy sau đó bạn Bình khoanh vào một số bất kì các số mà bạn Cường đã viết. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A : " Bình khoanh vào số có hai chữ số mà các chữ số của nó toàn là số chẵn"

b) B : " Bình khoanh vào số có một chữ số "

c) C : " Bình khoanh vào số có hai chữ số và các chữ số của nó giống nhau "

Câu 3: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc, xác suất mặt xuất hiện là số chẵn là:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** 0 **D.** 1

Câu 4: Rút một lá phiếu trong 10 lá phiếu có ghi lần lượt các số có một chữ số. Xác suất để rút được lá phiếu có ghi số 100 là:

A. 100 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 10

Câu 5: Lấy bất kì một số trong các số tự nhiên có hai chữ số. Xác suất để lấy được số có giá trị nhỏ hơn 10 là:

A. 1 **B.** 0 **C.** 10 **D.** 90

Câu 6: Trong một hộp có 20 thẻ gồm 4 thẻ được đánh số 1, 4 thẻ được đánh số 2, 6 thẻ được đánh số 3, 3 thẻ được đánh số 4 và 3 thẻ được đánh số 5. Xác suất cho biến cố " Thẻ rút ra là thẻ đánh số 3 là:

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{3}{10}$ **C.** $\frac{3}{20}$ **D.** $\frac{5}{20}$

Câu 7: Lớp $8A$ có 35 học sinh, trong đó có 5 bạn thích môn Mỹ thuật, 12 bạn thích môn Âm nhạc còn lại các bạn thích Bơi. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp đi thi môn năng khiếu. Xác suất bạn được chọn là bạn thích môn Âm nhạc là:

A. $\frac{12}{35}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** $\frac{18}{35}$ **D.** $\frac{1}{35}$

Câu 8: Xác suất chọn được bạn thích môn Bơi là:

A. $\frac{12}{35}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** $\frac{18}{35}$ **D.** $\frac{1}{35}$

Câu 9: Gieo cùng lúc 2 viên xúc xắc, xác suất để cả hai viên xúc xắc có cùng số chấm.

A. $\frac{1}{36}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{1}{12}$

Câu 10: Gieo cùng lúc hai đồng tiền, xác suất để cả hai cùng xuất hiện mặt ngửa là:

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 1

II. Tự luận.

Bài 1: Một hộp bút có 2 chiếc bút chì màu xanh và 3 chiếc bút chì màu đen. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút chì. Tính xác suất cho các biến cố sau:

a) A : " Lấy được chiếc bút màu đen ".

b) B : " Lấy được chiếc bút không phải màu đỏ ".

Bài 3. MỐI LIÊN HỆ GIỮA XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM VỚI XÁC SUẤT VÀ ỨNG DỤNG

A. LÝ THUYẾT.

1. Xác suất thực nghiệm của một biến cố.

♣ Giả sử trong n lần thực nghiệm hoặc n lần theo dõi *(quan sát)* một hiện tượng ta thấy biến cố E xảy ra k lần. Khi đó xác suất thực nghiệm của biến cố E bằng $\frac{k}{n}$ *(Tỉ số giữa số lần xuất hiện biến cố E và số lần thực hiện thực nghiệm hoặc theo dõi hiện tượng đó)*

2. Mối liên hệ giữ xác suất thực nghiệm với xác suất.

♣ Xác suất của biến cố E được ước lượng bằng xác suất thực nghiệm của E

$P(E) \approx \frac{k}{n}$. Trong đó: n là số lần thực nghiệm hay theo dõi một hiện tượng.

k là số lần biến cố E xảy ra.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Tung một chiếc kẹp giấy 145 lần xuống sàn nhà lát gạch đá hoa hình vuông. Quan sát thấy có 113 lần chiếc kẹp nằm hoàn toàn bên trong hình vuông và 32 lần chiếc kẹp nằm trên cạnh hình vuông. Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) E : " Chiếc kẹp giấy nằm hoàn toàn trong hình vuông "

b) F : " Chiếc kẹp giấy nằm trên cạnh của hình vuông "

Bài 2: Một nhân viên kiểm tra chất lượng sản phẩm tại một nhà máy trong 20 ngày rồi ghi lại số phế phẩm của nhà máy mỗi ngày và thu được kết quả như sau:

Số phế phẩm	0	1	2	3	≥ 4
Số ngày	14	3	1	1	1

Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) M : " Trong một ngày, nhà máy đó không có phế phẩm ".

b) N : " Trong một ngày, nhà máy đó chỉ có một phế phẩm ".

c) K : Trong một ngày, nhà máy đó có ít nhất 2 phế phẩm "

Bài 3: Thống kê thời gian của 78 chương trình quảng cáo trên đài truyền hình tỉnh X cho kết quả như sau:

Thời gian quảng cáo	Số chương trình quảng cáo
Từ $0-19$ giây	17

Bài 9: Trong một hộp có 15 quả bóng, gồm các màu xanh, đỏ và vàng. Bạn Nam lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Tính số quả bóng màu xanh biết rằng xác suất để lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{5}$.

Bài 10: Trên bàn cô giáo có 10 tờ giấy với 4 câu hỏi dễ, 4 câu hỏi trung bình và 2 câu hỏi khó. Các bạn được gọi lên bảng sẽ lựa chọn một câu hỏi để trả lời

a) Bạn Nam ở nhà mới học 7 câu hỏi trong 10 câu hỏi. Hãy tính xác xuất để bạn Nam có thể trả lời được bài.

b) Sau khi cô giáo gọi và nhiều bạn không trả lời được nên cô giáo đã bớt đi hai câu hỏi. Tính xác suất để cô giáo lấy đúng vào hai câu hỏi khó.

Bài 11: Một hộp có 5 viên bi được đánh số từ 1 tới 5. Bạn Nam lấy cùng lúc ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất cho các biến cố sau:

a) A : " Hai viên bi lấy ra là hai viên bi đánh số lẻ "

b) B : " Hai viên bi lấy ra có tổng số ghi trên bóng bằng 6 ".

Bài 12: Một hộp có 5 viên bi được đánh số từ 1 tới 5. Bạn Hương lấy hai viên bi như sau, lấy lần thứ nhất sau đó ghi lại số trên quả bóng rồi cho lại bóng vào trong hộp, sau đó lấy lần thứ hai và ghi số trên quả bóng.

a) Tính xác suất cho biến cố A : " Hai lần lấy ra có số giống nhau "

b) Tính xác suất cho biến cố B : " Số ở lần thứ nhất lớn hơn số ở lần thứ hai ".

Bài 13: Gieo cùng lúc hai viên xúc xắc. Hãy tính xác suất cho các biến cố sau:

a) A : " Cả hai viên xúc xắc đều có số chấm giống nhau "

b) B : " Tổng số chấm trên hai viên xúc sắc lớn hơn 10 "

+ Có bao nhiêu lượt khách đến tham quan di tích trong thời gian từ tháng 7 tới tháng 12.

Bài 7: Trong trò chơi " xúc xắc may mắn ", ở mỗi ván chơi, người chơi gieo đồng thời hai con xúc xắc và ghi lại tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc. Một người chơi 80 ván và ghi lại kết quả trong bảng sau:

Tổng số chấm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số ván	2	5	6	8	11	14	12	9	6	4	3

a) Giả sử người chơi thắng nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 5 hoặc 7. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E: " Người chơi thắng trong một ván "

b) Giả sử người chơi thắng nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ nhất là 10. Tính xác suất của biến cố F: " Người chơi thắng trong một ván cờ "

Bài 8: Thống kê số vụ tai nạn giao thông trong hai tháng 8 và tháng 9 của thành phố X được kết quả như bảng sau:

Số vụ tai nạn giao thông xảy ra trong một ngày	0	1	2	3	4	5	6	7	≥ 8
Số ngày	4	9	15	10	8	6	4	3	2

Từ bảng thống kê trên. Hãy dự đoán xem trong ba tháng $10,11,12$ tới tại thành phố X:

a) Có bao nhiêu ngày có nhiều nhất 3 vụ tai nạn giao thông.

b) Có bao nhiêu ngày có ít nhất 5 vụ tai nạn giao thông.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: Khi gieo một con xúc xắc, bạn Yến nhận thấy trong 10 lần gieo thì mặt 6 chấm xuất hiện 4 lần. Xác xuất thực nghiệm cho biến cố " Mặt xuất hiện 6 chấm " là

A. 6 **B.** 10 **C.** $\frac{10}{6}$ **D.** $\frac{3}{5}$

Câu 2: Khi gieo một đồng xu cân đối 14 lần, bạn Tân thấy có 9 lần xuất hiện mặt sấp. Xác suất thực nghiệm cho biến cố E: " mặt xuất hiện là mặt ngửa là:

A. $\frac{9}{14}$ **B.** $\frac{14}{9}$ **C.** $\frac{5}{14}$ **D.** $\frac{5}{9}$

Câu 3: Khi kiểm tra các hoa quả trong thùng hàng được vận chuyển về nhà, chị Hương thấy

Từ $20-39$ giây	38
Từ $40-59$ giây	19
Trên 60 giây	4

Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) E: " Chương trình quảng cáo của đài truyền hình tỉnh X kéo dài từ 20 đến 39 giây "

b) F: " Chương trình quảng cáo của đài truyền hình tỉnh X kéo dài trên 1 phút.

c) G: " Chương trình quảng cáo của đài truyền hình tỉnh X kèo dài trong khoảng từ 20 đến 59 giây ".

Bài 4: Một nhà máy sản xuất điều hòa tiến hành kiểm tra chất lượng của 600 chiếc điều hòa đã sản xuất và thấy có 5 chiếc bị lỗi. Trong một lô hàng có 1500 chiếc điều hoa. Hãy dự đoán xem có khoảng bao nhiêu chiếc điều hoa không bị lỗi.

Bài 5: Hai bạn Mai và Việt lần lượt thực hiện việc gieo đồng thời hai con xúc xắc và mỗi lần gieo sẽ nhận được số điểm bằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc. Mai gieo được 100 lần và Việt được gieo 120 lần. Mai gieo trước và ghi lại kết quả của mình như sau:

Số điểm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số lần	3	5	9	10	14	16	13	11	8	7	4

Trước khi Việt gieo hãy dự đoán xem có bao nhiêu lần số điểm của Việt nhận được là:

a) Một số chẵn.

b) Một số nguyên tố.

c) Một số lớn hơn 7

Bài 6: Một cơ quan quản lí đã thống kê được số khách đến thăm quan di tích X trong năm qua như sau:

Tháng	1 và 2	3 và 4	5 và 6	7 và 8	9 và 10	11 và 12
Số lượt khách	137	181	148	117	116	111

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố E: " Khách đến tham quan di tích trong tháng 7 và tháng 8 ".

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố F: " Khách đến tham quan di tích trong thời gian từ tháng 7 đến tháng 12.

c) Giả sử có 1196 lượt khách đến tham quan di tích. Hãy dự đoán xem:

+ Có bao nhiêu lượt khách đến tham quan di tích trong tháng 7 và tháng 8

Số lần	20	32	48

Hãy tính xác suất thực nghiệm cho các biến cố sau:

a) A : " Có một đồng sấp "

b) B : " Hai đồng xu đều sấp ".

Bài 3: Nếu tung một đồng xu 22 lần liên tiếp, có 13 lần xuất hiện mặt ngửa thì xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt sấp là bao nhiêu?

Bài 4: Gieo một con xúc xắc 11 lần liên tiếp, thấy có 5 lần xuất hiện mặt 2 chấm. Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố " Xuất hiện mặt 2 chấm khi gieo xúc xắc"

Bài 5: Gieo một con xúc xắc 6 mặt 100 lần được kết quả như sau:

Sự kiện	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần	17	18	15	14	16	20

Hãy tính xác suất thực nghiệm cho biến cố mặt xuất hiện có số chấm là số lẻ.

Bài 6: Minh bỏ 7 viên bi đen và 3 viên bi trắng vào một cái túi, mỗi lần Minh lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ túi, xem viên bi đó có màu gì rồi bỏ lại viên bi đó vào túi. Minh đã thực hiện 100 lần và thấy có 58 lần lấy được bi đen. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố " Minh lấy được viên bị đen "

Bài 7: Trong một buổi thực hành môn khoa học tự nhiên đo thể tích của một vật thể không xác định được hình dạng, lớp $6A$ có 40 học sinh thực hiện phép đo thì có 35 học sinh thực hiện thành công. Em hãy tính xác xuất thực nghiệm của sự kiện " Phép đo được thực hiện thành công".

Bài 8: Hàng ngày Sơn đều đi xe buýt đến trường. Sơn ghi lại thời gian chờ xe của mình trong 20 lần liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian chờ	Dưới 1 phút	Từ $1-5$ phút	Từ $5-10$ phút	Trên 10 phút
Số lần	4	10	4	2

Hãy tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) Sơn phải chờ xe dưới 1 phút.

b) Sơn phải chờ xe từ 5 phút trở lên.

trong thùng $10\,kg$ thì sẽ có $0,5\,kg$ quả bị dập, $1,5\,kg$ quả nhỏ hơn so với kích thước chuẩn chị cần mua. Khi kiểm tra thùng hàng tiếp theo có trọng lượng $10\,kg$. Xác xuất cho biến cố " Quả có size nhỏ hơn với kích thước chuẩn " là:

A. 1 **B.** $1,5$ **C.** $\frac{3}{20}$ **D.** $\frac{1}{20}$

Câu 4: Thầy Tuấn làm tài liệu, cứ 60 bài thì có 2 bài có lỗi sai chính tả, 3 bài có lỗi ra số lẻ. Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố " bài tập không có lỗi" là

A. $\frac{1}{30}$ **B.** $\frac{1}{20}$ **C.** $\frac{1}{12}$ **D.** $\frac{11}{12}$

Câu 5: Gieo một con xúc xắc thấy có 8 lần xuất hiện mặt 1 chấm, 4 lần xuất hiện mặt 2 chấm. Dựa vào kết quả trên hãy tính số lần xuất hiện mặt 2 chấm khi gieo 24 lần một con xúc xắc

A. 12 **B.** 24 **C.** 4 **D.** 2

Câu 6: Cho bảng thống kê về số lượng chốt đơn các mặt hàng của một shop bán hàng online trong tuần thứ nhất là:

Mặt hàng	Điện tử	Quần áo	Mỹ phẩm
Số lượng chốt đơn	42	33	15

Dựa vào bảng trên, xác suất chốt đơn của mặt hàng Mỹ phẩm là bao nhiêu?

A. $\frac{7}{15}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{11}{30}$

II. Tự luận.

Bài 1: Tung hai đồng xu cân đối 50 lần và ghi lại kết quả trong bảng sau:

Sự kiện	Hai đồng sấp	Hai đồng ngửa	Một đồng sấp, một đồng ngửa
Số lần	12	13	24

a) Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố A : " Có một đồng sấp, một đồng ngửa "

b) Tính xác suất thực nghiệm cho biến cố B : " Có một đồng ngửa ".

Bài 2: Tung hai đồng xu cân đối 100 lần được kết quả như sau

Sự kiện	Hai đồng sấp	Hai đồng ngửa	Một đồng sấp, một đồng ngửa

Bài 9: Một trò chơi có luật chơi như sau: Ở mỗi ván chơi, người chơi gieo một con xúc xắc, nếu xuất hiện mặt 6 chấm thì người chơi đó thắng cuộc. Bốn người chơi A, B, C, D chơi trò chơi đó. Mỗi người chơi 25 ván. Kết quả số ván thắng của A, B, C, D lần lượt là 4, 5, 4, 3.

a) Hãy tính xác suất thực nghiệm cho biến cố " A thắng ", " B thắng "

b) Giả sử mỗi người chơi 60 ván. Hãy dự đoán xem người C và D có bao nhiêu ván thắng.

Bài 10: Một xạ thủ bắn 200 viên đạn vào một mục tiêu và thấy có 148 viên trúng đích.

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố " Xạ thủ bắn trúng mục tiêu ".

b) Giả sử xạ thủ chỉ bắn 80 viên đạn. dự đoán xem xạ thủ bắn trúng bao nhiêu viên.

Bài 11: Trong túi có một số viên bi màu đen và một số viên bi màu đỏ. Thực hiện lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi, xem viên bi màu gì rồi trả lại viên bi vào túi. Khoa thực hiện thí nghiệm 30 lần. Số lần lấy được viên bi màu đỏ là 13.

a) Hãy tính xác suất thực nghiệm của biến cố " Khoa lấy được viên bi màu đỏ "

b) Giả sử Khoa thực hiện 50 lần. Dự đoán xem Khoa lấy được bao nhiêu viên bi màu đỏ"

PHẦN B. HÌNH HỌC

CHƯƠNG 3. TỨ GIÁC.

Bài 1. TỨ GIÁC

I. LÝ THUYẾT.

1) Tứ giác lồi.

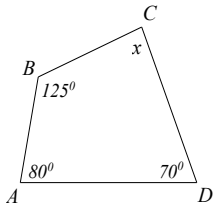
- Tứ giác $ABCD$ là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó không có hai đoạn thẳng nào cùng nằm trên một đường thẳng.
- Tứ giác lồi là tứ giác mà hai đỉnh thuộc một cạnh bất kì luôn nằm về một phía của đường thẳng đi qua hai đỉnh còn lại.
  Cụ thể: *Hình* 1 là tứ giác lồi, *Hình* 2 không phải là tứ giác lồi.
  Chương trình học chúng ta chỉ xét đến bài toán là các tứ giác lồi.
- Trong tứ giác $ABCD$ thì các điểm A, B, C, D là các đỉnh, các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA là các cạnh. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau gọi là đường chéo, như đường chéo AC, BD. Hai đường chéo cắt nhau tại một điểm nằm giữa mỗi đường.
- Trong tứ giác $ABCD$ ở *Hình* 1 ta có các góc ABC, BCD, CDA, DAB có thể viết gọn là A, B, C, D.

2) Tổng các góc của một tứ giác.

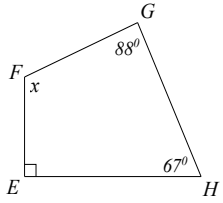
- Tổng các góc của một tứ giác bằng 360^0.

II. LUYỆN TẬP.

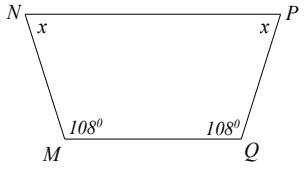
Bài 1: Tính số đo x trong các hình sau



Hình 6



Hình 7

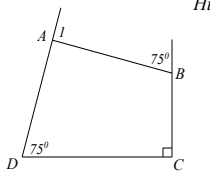


Hình 8

Bài 2: Cho *Hình* 9.

a) Tính ABC

b) Tính A_1.



Hình 9

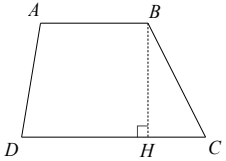
MỤC LỤC

PHẦN B. HÌNH HỌC 2
CHƯƠNG 3. TỨ GIÁC. 2
Bài 1. TỨ GIÁC 2
Bài 2. HÌNH THANG CÂN. 4
Bài 3. HÌNH BÌNH HÀNH. 6
Bài 4. HÌNH CHỮ NHẬT. 11
Bài 5: HÌNH THOI VÀ HÌNH VUÔNG. 14
CHƯƠNG 4. ĐỊNH LÍ THALÈS 21
Bài 1. ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC. 21
Bài 2. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC 24
Bài 3. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC 28
CHƯƠNG V. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG 31
Bài 1. HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG 31
Bà 2. BA TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC 36
Bài 3. ĐỊNH LÍ PYTHAGORE VÀ ỨNG DỤNG 43
Bài 4. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG 48
Bài 5. HÌNH ĐỒNG DẠNG 56
Chương VI. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN 60
Bài 1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU 60
Bài 2. HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU. 65

Bài 2. HÌNH THANG CÂN.

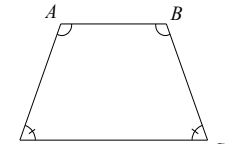
I. LÝ THUYẾT.

1) Hình thang, hình thang cân.



Hình 1

- ♣ Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.
- ♣ Hai cạnh song song AB, CD gọi là hai cạnh đáy.
- ♣ Hai cạnh còn lại AD, BC gọi là hai cạnh bên.
- ♣ Đường vuông góc từ B xuống CD là BH gọi là đường cao
- ♣ Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau
- ♣ Trong hình thang cân hai góc kề một đáy bằng nhau.
- ♣ Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau. Cụ thể $AD = BC$.

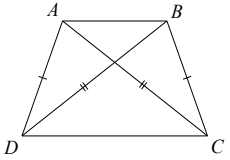


Hình 2

- ♣ Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau. Cụ thể $AC = BD$.

2) Dấu hiệu nhận biết hình thang cân.

- ♣ Nếu một hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì đó là hình thang cân. Cụ thể hình thang $ABCD$ có $AC = BD$ thì hình thang $ABCD$ là hình thang cân.



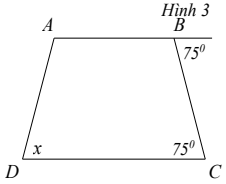
Hình 3

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Cho *Hình* 5.

a) Chứng minh $ABCD$ là hình thang.

b) Số đo x bằng bao nhiêu thì $ABCD$ là hình thang cân.

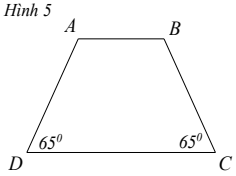


Hình 5

Bài 2: Cho *Hình* 6.

a) Cho biết hình thang $ABCD$ là hình thang gì?

b) Tính A, B.

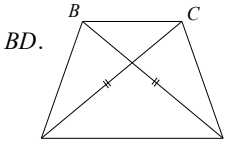


Hình 6

Bài 3: Cho hình thang $ABCD$ như *Hình* 7. biết $AC = BD$.

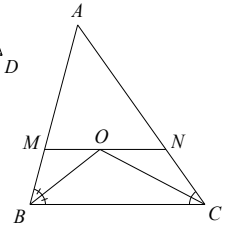
a) Hình thang $ABCD$ là hình thang gì?

b) Chứng minh $ADB = DAC$.



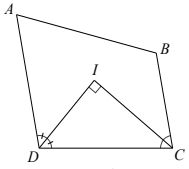
Hình 7

Bài 4: Cho ΔABC, hai đường phân giác góc B, C cắt nhau tại O. Qua O kẻ đường thẳng song song với BC, đường thẳng này cắt AB, AC lần lượt tại M và N. (*Hình* 8)



Hình 8

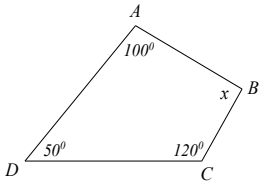
Bài 3: Cho tứ giác $ABCD$ có hai tia phân giác D, C cắt nhau tại I sao cho $I = 90^0$. Tính $C + D$ (*Hình* 10)



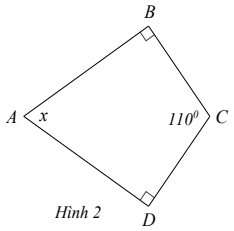
Hình 10

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

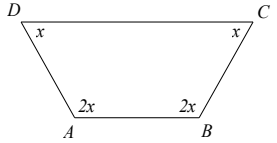
Bài 1: Tính số đo x trong các hình sau



Hình 1



Hình 2

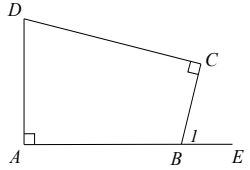


Hình 3

Bài 2: Tứ giác $ABCD$ có $A = C = 90^0$. BE là tia đối của tia BA. (*Hình* 4)

a) Tính $D + ABC$.

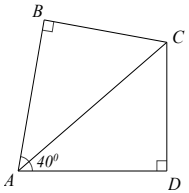
b) So sánh D và B_1.



Hình 4

Bài 3: Tứ giác $ABCD$ có AC là tia phân giác BAD và $DAC = 40^0$, $B = D = 90^0$ (*Hình* 5)

Tính BCD.

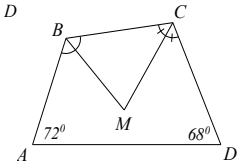


Hình 5

Bài 4: Cho tứ giác $ABCD$ có $A = 72^0$, $D = 68^0$.

Hai tia phân giác B, C cắt nhau tại M.

Tính BMC. (*Hình* 6)



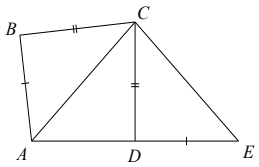
Hình 6

Bài 5: Cho tứ giác $ABCD$ có $B + D = 180^0$ và $CB = CD$.

Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DE = AB$.

a) Chứng minh $\Delta ABC = \Delta EDC$ (*Hình* 7)

b) Chứng minh AC là tia phân giác BAD.

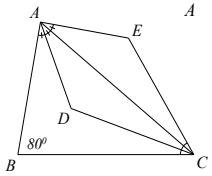


Hình 7

Bài 6: Cho *Hình* 8. Biết $B = 80^0$

a) Chứng minh $D = E$.

b) Tính tổng số đo hai góc đối nhau của tứ giác $ABCE$.



Hình 8

Bài 3. HÌNH BÌNH HÀNH.

I. LÝ THUYẾT.

1) Hình bình hành và tính chất.

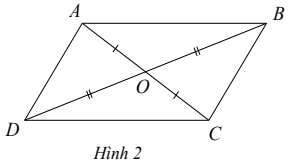
♣ Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

♣ Trong hình bình hành thì:

+ Các cạnh đối bằng nhau $AB = CD$ và $AD = BC$.

+ Các góc đối bằng nhau $A = C$, $B = D$.

+ Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường: $OA = OC$, $OB = OD$.



Hình 2

2) Dấu hiệu nhận biết:

♣ Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là một hình bình hành.

♣ Tứ giác có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau là một hình bình hành.

♣ Tứ giác có các góc đối bằng nhau là một hình bình hành.

♣ Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là một hình bình hành.

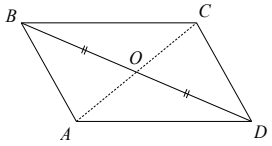
II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Cho hình hình hành $ABCD$ như *Hình* 4.

Biết $BAD = 120^0$ và O là trung điểm của BD

a) Tính số đo các góc còn lại của hình bình hành.

b) Chứng minh rằng A, O, C thẳng hàng.



Hình 4

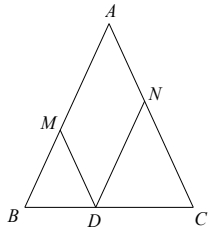
Bài 2: Cho ΔABC cân ở A có điểm D trên cạnh BC.

Kẻ $DM // AC$, $DN // AB$. (*Hình* 5)

a) Chứng minh $AMDN$ là hình bình hành.

b) ΔBDM là tam giác gì?

c) So sánh $DM + DN$ với AB.

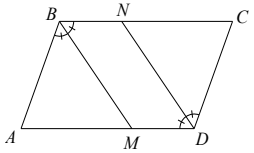


Hình 5

Bài 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB < AD$. Tia phân giác của B, D lần lượt cắt AD, BC tại M, N. (*Hình* 6)

a) ΔABM là tam giác gì?

b) Chứng minh tứ giác $BMDN$ là hình bình hành.



Hình 6

a) Tứ giác $BCOM$, $BCNO$ là các hình gì?

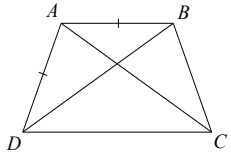
b) Chứng minh $MN = MB + NC$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB // CD$ và $AB < CD$, biết $AD = BC$ (*Hình* 1)

a) Chứng minh $AB = BC$.

b) Chứng minh DB là phân giác ADC.

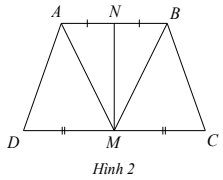


Hình 1

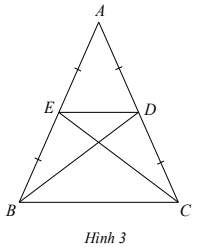
Bài 2: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB // CD$. Lấy M, N lần lượt là trung điểm CD, AB.

a) Chứng minh $AM = BM$. (*Hình* 2)

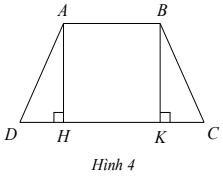
b) Chứng minh MN là đường cao của hình thang.



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Bài 3: Cho ΔABC cân tại A, hai đường trung tuyến BD, CE

a) Chứng minh ΔAED là tam giác cân. (*Hình* 3)

b) Chứng minh tứ giác $BCDE$ là hình thang cân.

Bài 4: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB // CD$ và $AB < CD$, hai đường cao AH, BK.

a) Chứng minh $\Delta AHD = \Delta BKC$. (*Hình* 4)

b) Chứng minh $AB = HK$.

c) Chỉ ra $KC = \dfrac{DC - AB}{2}$.

Bài 5: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB // CD$ và $AB < CD$.

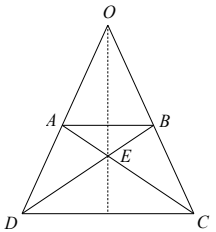
Gọi O là giao điểm của AD và BC, E là giao điểm của AC và BD. (*Hình* 5)

a) Chứng minh ΔOAB cân tại O.

b) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta BAC$.

c) Chứng minh $EC = ED$.

d) O, E và trung điểm của DC thẳng hàng.

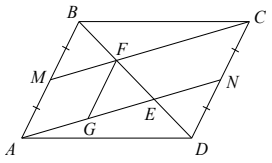


Hình 5

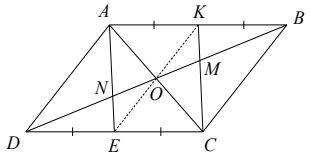
a) Chứng minh $AMCN$ là hình bình hành. (*Hình* 6)

b) Từ F kẻ đường thẳng song song với AB cắt AN tại G.

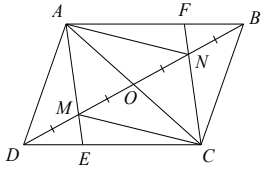
Chứng minh $BF = FE = ED$.



Hình 6



Hình 7



Hình 8

Bài 7: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, K lần lượt là trung điểm của CD và AB. Đường chéo BD cắt AE, AC, CK lần lượt tại N, O, M. (*Hình* 7)

a) Chứng minh $AECK$ là hình bình hành.

b) Chứng minh ba điểm O, E, K thẳng hàng.

c) Chứng minh $DN = NM = MB$.

d) Chứng minh $AE = 3KM$.

Bài 8: Cho hình bình hành $ABCD$, hai đường chéo cắt nhau tại O. Lấy M, N lần lượt là trung điểm của OD, OB. E là giao điểm của AM và CD, F là giao điểm của CN và AB.

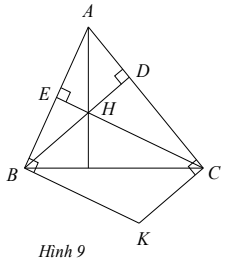
a) Chứng minh $AMCN$ là hình bình hành. (*Hình* 8)

b) Chứng minh $DE = BF$.

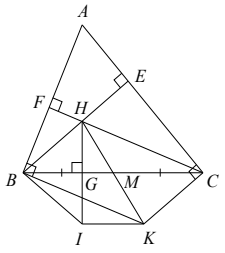
Bài 9: Cho ΔABC nhọn, các đường cao BD, CE cắt nhau tại H. Đường vuông góc với AB tại B và đường vuông góc với AC tại C cắt nhau tại K.

a) Chứng minh $AH \perp BC$. (*Hình* 9)

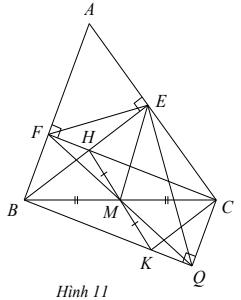
b) Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành.



Hình 9



Hình 10



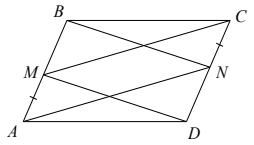
Hình 11

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Cho hình bình hành $ABCD$. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $AM = CN$.

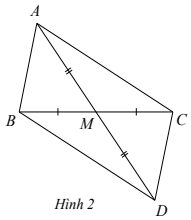
a) Chứng minh $AMCN$ là hình bình hành. (*Hình* 1)

b) Chứng minh $DMBN$ là hình bình hành.



Hình 1

Bài 2: Cho ΔABC, lấy M là trung điểm của BC, trên tia AM lấy điểm D sao cho $AM = MD$. Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. (*Hình* 2)

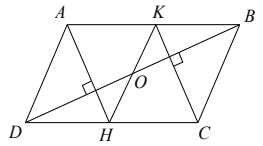


Hình 2

Bài 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB > AD$. Từ A vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt DC tại H, từ C vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt AB tại K. (*Hình* 3)

a) Chứng minh $AHCK$ là một hình bình hành.

b) Chứng minh O là trung điểm của BD thì O cũng là trung điểm của HK.

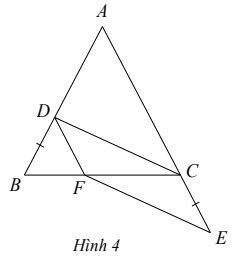


Hình 3

Bài 4: Cho ΔABC cân tại A, lấy điểm D bất kỳ trên AB, lấy điểm E trên tia đối của tia CA sao cho $CE = BD$. Từ D kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC tại F.

a) ΔDBF là tam giác gì? (*Hình* 4)

b) Chứng minh tứ giác $DCEF$ là hình bình hành.

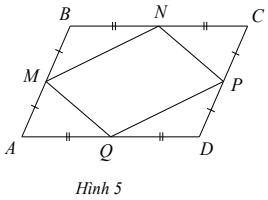


Hình 4

Bài 5: Cho hình bình hành $ABCD$, gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. (*Hình* 5)

a) Chứng minh $MN = PQ$.

b) Chứng minh $MNPQ$ là một hình bình hành.



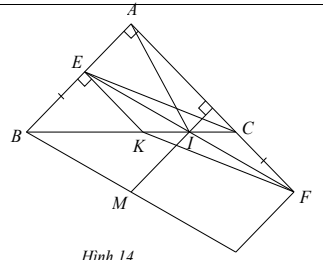
Hình 5

Bài 6: Cho hình bình hành $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. AN và CM cắt BD lần lượt tại E và F.

b) Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với AF cắt BD tại M.

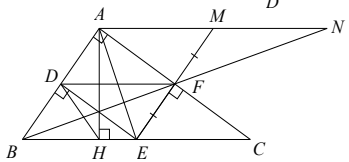
Chứng minh $AI = BM$.

c) Tìm vị trí của E trên AB để A, I, D thẳng hàng.



Hình 14

Bài 15: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH và trung tuyến AE. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của E trên AB, AC. (*Hình* 15)



Hình 15

a) Chứng minh $BDFE$ là hình bình hành.

b) Chứng minh $DFEH$ là hình thang cân.

c) Lấy M sao cho F là trung điểm của EM và N sao cho F là trung điểm của BN. Chứng minh A, N, M thẳng hàng.

Bài 10: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AB và từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC hai đường thẳng này cắt nhau tại K. (*Hình* 10)

a) Chứng minh $BHCK$ là hình bình hành

b) Chứng minh H, M, K thẳng hàng.

c) Từ H vẽ $HG \perp BC$. Trên tia HG lấy I sao cho $HG = GI$. Chứng minh tứ giác $BIKC$ là hình thang cân.

Bài 11: Cho ΔABC nhọn biết $AB < AC$. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MH lấy điểm K sao cho $MH = MK$. (*Hình* 11)

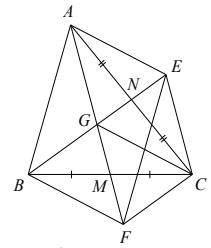
a) Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành.

b) Chứng minh $BK \perp AB, CK \perp AC$.

c) Chứng minh rằng ΔMEF là tam giác cân.

d) Vẽ $CQ \perp BK$ tại Q. Chứng minh $EF \perp EQ$.

Bài 12: Cho ΔABC nhọn, các đường trung tuyến AM, BN cắt nhau tại G. Trên tia BN lấy điểm E sao cho N là trung điểm của EG. (*Hình* 12)



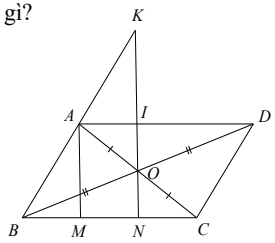
Hình 12

a) Chứng minh tứ giác $AGCE$ là hình bình hành.

b) Trên tia AM lấy điểm F sao cho $AG = GF$. Chứng minh $MG = MF, BF \,//\, AE$.

c) Để $AECF$ là hình thang cân thì ΔABC cần thêm điều kiện gì?

Bài 13: Cho ΔABC có O là trung điểm của AC. Trên tia BO lấy điểm D sao cho $OD = OB$.(*Hình* 13)



Hình 13

a) Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

b) Trên cạnh BC lấy các điểm M, N sao cho $BM = MN = NC$. Tia NO cắt AD, AB lần lượt tại I và K. Chứng minh $AI = NC$ và $AM \,//\, IN$.

Bài 14: Cho ΔABC vuông cân tại A. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm E. Trên tia đối của tia CA lấy điểm F sao cho $BE = CF$. Vẽ hình bình hành $BEFD$. Gọi I là giao điểm của EF và BC. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt BI tại K. (*Hình* 14)

a) Chứng minh tứ giác $EKFC$ là hình bình hành.

Bài 4. HÌNH CHỮ NHẬT.

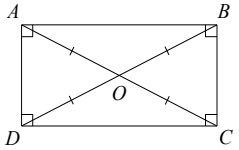
I. LÝ THUYẾT.

1) Hình chữ nhật.

- ♣ Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.
- ♣ Tứ giác có ba góc vuông cũng là hình chữ nhật.
- ♣ Vì hình chữ nhật cũng là hình thang cân, hình bình hành nên có đầy đủ các tính chất của hai hình này.
- ♣ Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. *Hình* 4. ta có $AC = BD$ và $OA = OB = OC = OD$.

2) Dấu hiệu nhận biết.

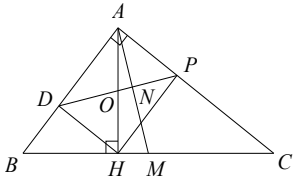
- ♣ Hình bình hành có 1 góc vuông là hình chữ nhật.
- ♣ Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.
- ♣ Nếu tam giác có một đường trung tuyến bằng nửa cạnh tương ứng thì tam giác đó là tam giác vuông.



Hình 4

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Cho ΔABC vuông tại A có AH là đường cao, đường trung tuyến AM. Qua H kẻ $HD // AC\ (D \in AB)$ và $HP // AB\ (P \in AC)$. Đoạn DP cắt AH, AM lần lượt tại O và N.



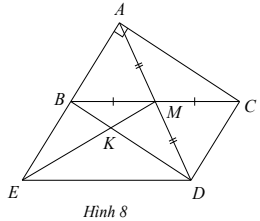
Hình 7

a) Chứng minh $AH = DP$. (*Hình* 7)

b) ΔMAC là tam giác gì?

c) Chứng minh ΔAPN là tam giác vuông.

Bài 2: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. (*Hình* 8)



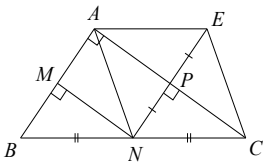
Hình 8

a) Chứng minh $ABCD$ là hình chữ nhật.

b) Lấy điểm E sao cho B là trung điểm của AE. Chứng minh $BEDC$ là hình bình hành.

c) EM cắt BD tại K. Chứng minh $EK = 2KM$.

Bài 3: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. N là trung điểm BC. Gọi M, P lần lượt là hình chiếu của N trên AB, AC. Lấy E sao cho P là trung điểm của NE. (*Hình* 9)



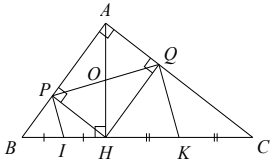
Hình 9

a) Chứng minh M, P lần lượt là trung điểm của AB, AC.

b) Tứ giác $ANCE$ là hình gì?

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Cho ΔABC vuông tại A có AH là đường cao. Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu của H xuống AB, AC. Gọi I là trung điểm của HB, K là trung điểm của HC, AH cắt PQ ở O.



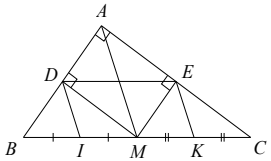
Hình 1

a) Tứ giác $APHQ$ là hình gì? (*Hình* 1)

b) Chứng minh ΔKQH là tam giác cân

c) Chứng minh $KQP = 90^0$ và $PI // QK$.

Bài 2: Cho ΔABC vuông tại A, M là trung điểm của BC. Gọi D, E lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của MB, MC.

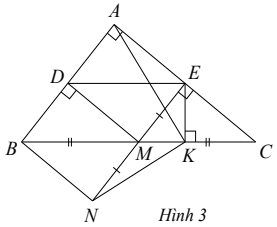


Hình 2

a) Tứ giác $DIKE$ là hình gì? (*Hình* 2)

b) ΔABC cần thêm điều kiện gì để $DIKE$ là hình chữ nhật.

Bài 3: Cho ΔABC vuông tại A có M là trung điểm của BC. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của M trên AB, AC. (*Hình* 3)



Hình 3

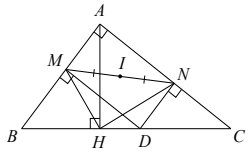
a) Chứng minh D, E lần lượt là trung điểm của AB, AC.

b) Chứng minh $BDEM$ là hình bình hành.

c) Lấy N sao cho M là trung điểm của NE.

Hạ $EK \perp BC$. Chứng minh $AK \perp KN$.

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A. Điểm D trên cạnh BC. Hạ $DM \perp AB, DN \perp AC$.



Hình 4

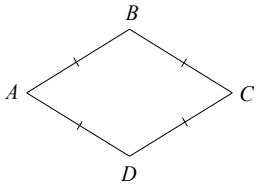
a) Tứ giác $AMDN$ là hình gì? (*Hình* 4)

b) Gọi AH là đường cao ΔABC. Tính MHN.

Bài 5: HÌNH THOI VÀ HÌNH VUÔNG.

I. LÝ THUYẾT.

1) Hình thoi.

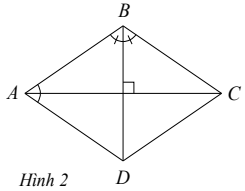


Hình 1

- ♣ Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.
- ♣ Hình thoi cũng là hình bình hành nên có tính chất của hình bình hành.
- ♣ Trong hình thoi, hai đường chéo vuông góc với nhau.
- ♣ Trong hình thoi, hai đường chéo là tia phân giác của các góc trong hình thoi.

  Cụ thể: *Hình* 2 $AC \perp BD$ và AC, BD lần lượt là phân giác A, B.

2) Dấu hiệu nhận biết.



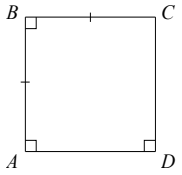
Hình 2

- ♣ Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
- ♣ Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
- ♣ Hình bình hành có một đường chéo là tia phân giác của một góc là hình thoi.

3) Hình vuông.

- ♣ Hình vuông là tứ giác có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau.
- ♣ Hình vuông cũng là hình chữ nhật, hình thoi nên có đầy đủ các tính chất của hai hình trên.
- ♣ Trong một hình vuông, hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường và là các đường phân giác của các góc hình vuông.

4) Dấu hiệu nhận biết.



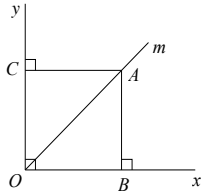
Hình 7

- ♣ Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- ♣ Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- ♣ Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác một góc là hình vuông.

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Cho $xOy = 90^0$ và tia phân giác Om. Lấy điểm A trên Om. Kẻ AB, AC lần lượt vuông góc với Ox, Oy.

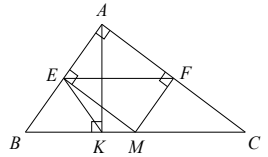
Chứng minh $OBAC$ là hình vuông.



Hình 8

Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. M là trung điểm của BC. Kẻ $ME \perp AB\ (E \in AB)$.

Kẻ $MF \perp AC\ (F \in AC)$ (*Hình* 5)



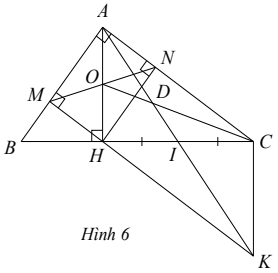
Hình 5

a) Chứng minh $EF = \dfrac{BC}{2}$.

b) Gọi AK là đường cao của ΔABC.

Chứng minh $KMFE$ là hình thang cân.

Bài 6: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. Từ H kẻ $HM \perp AB\ (M \in AB)$. Kẻ $HN \perp AC\ (N \in AC)$. Gọi I là trung điểm của HC, lấy K trên tia AI sao cho I là trung điểm của AK.



Hình 6

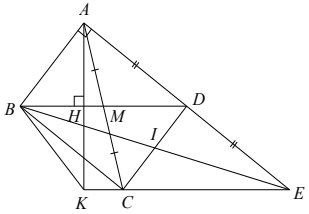
a) Chứng minh $AC \,//\, HK$. (*Hình* 6)

b) Chứng minh $MNCK$ là hình thang cân.

c) MN cắt AH tại O, CO cắt AK tại D.

Chứng minh $AK = 3AD$.

Bài 7: Cho ΔABD vuông tại A có $AB < AD$. M là trung điểm của BD. Lấy C sao cho M là trung điểm của AC. (*Hình* 7)



Hình 7

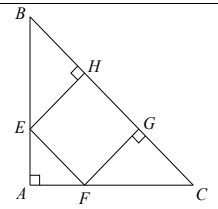
a) Chứng minh $ABCD$ là hình chữ nhật.

b) Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DA = DE$.

Gọi I là trung điểm của CD. Chứng minh $IB = IE$.

c) Kẻ $AH \perp BD$. Lấy K sao cho H là trung điểm của AK. Chứng minh $BDCK$ là hình thang cân.

Bài 2: Cho ΔABC vuông cân tại A. Trên cạnh BC lấy hai điểm H, G sao cho $BH = HG = GC$. Qua H và G kẻ các đường thẳng vuông góc với BC chúng cắt AB, AC lần lượt tại E, F.

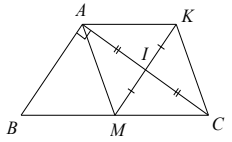


Hình 9

a) Chứng minh ΔBHE là tam giác vuông cân.

b) Chứng minh tứ giác $EFGH$ là hình vuông.

Bài 3: Cho ΔABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AC, Trên tia đối của tia IM lấy điểm K sao cho $IK = IM$. (*Hình* 10)



Hình 10

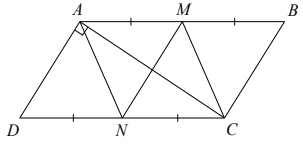
a) Chứng minh $AMCK$ là hình thoi.

b) Chứng minh $AKMB$ là hình bình hành.

c) Tìm điều kiện của ΔABC để tứ giác $AMCK$ là hình vuông.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD \perp AC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. (*Hình* 1)

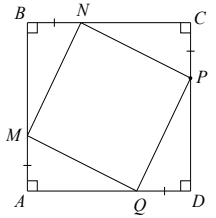


Hình 1

a) Chứng minh $MN \perp AC$.

b) Tứ giác $AMCN$ là hình gì?

Bài 2: Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy lần lượt các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = BN = CP = DQ$. (*Hình* 2)



Hình 2

a) Chứng minh $MB = NC = PD = QA$.

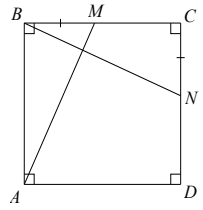
b) Chứng minh $\Delta QAM = \Delta NCP$.

c) Chứng minh $MNPQ$ là hình vuông.

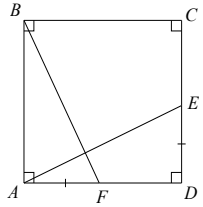
Bài 3: Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh BC lấy điểm M, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $BM = CN$. (*Hình* 3)

a) Chứng minh $AM = BN$.

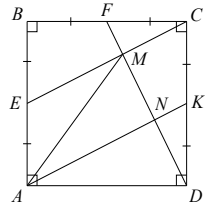
b) Chứng minh $AM \perp BN$.



Hình 3



Hình 4



Hình 5

Bài 4: Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm F, trên cạnh DC lấy điểm E sao cho $AF = DE$. (*Hình* 4)

a) Chứng minh $\Delta ABF = \Delta ADE$.

b) Chứng minh $FAE + AFB = 90^0$.

c) Chứng minh $AE \perp BF$.

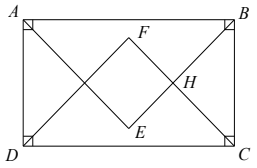
Bài 5: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD.

a) Chứng minh $AECK$ là hình bình hành. (*Hình* 5)

b) Chứng minh $DF \perp CE$ tại M.

c) AK cắt DF tại N. Chứng minh $ND = NM$.

Bài 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Tia phân giác góc C, D cắt nhau tại F. Tia phân giác góc A, B cắt nhau tại E. (*Hình* 6)



Hình 6

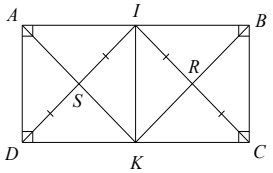
a) Tính các góc ΔDFC.

b) Chứng minh $\Delta AEB = \Delta CFD$.

c) BE cắt CF tại H. AE cắt DF tại G.

Chứng minh $GEHF$ là hình vuông.

Bài 7: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của DC. (*Hình* 7)



Hình 7

a) Chứng minh $AIKD$ và $BIKC$ là hình vuông.

b) Chứng minh ΔDIC vuông cân.

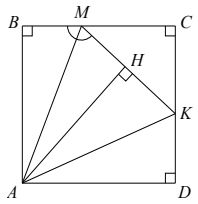
c) Gọi S và R lần lượt là tâm các hình vuông $AIKD$, $BIKC$. Chứng minh $ISKR$ là hình vuông.

Bài 8: Cho ΔDEF vuông tại D có $DE > DF$. DM là đường trung tuyến. Gọi MN là đường vuông góc kẻ từ M đến DE, MK là đường vuông góc kẻ từ M đến DF. Trên tia MN lấy H sao cho N là trung điểm của MH. (*Hình* 8)

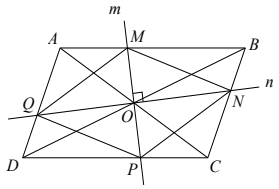
a) Tứ giác $DKMN$ là hình gì?

b) Gọi O là trung điểm của DM. Chứng minh 3 điểm H, O, F thẳng hàng.

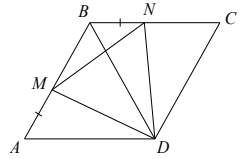
c) ΔDEF cần thêm điều kiện gì để tứ giác $DKMN$ là hình vuông.



Hình 8



Hình 9



Hình 10

Bài 9: Cho hình bình hành $ABCD$. Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại O. Đường thẳng m đi qua O cắt AB, CD lần lượt tại M và P. Đường thẳng n đi qua O và vuông góc với m cắt cạnh BC và DA lần lượt tại N và Q. (*Hình* 9)

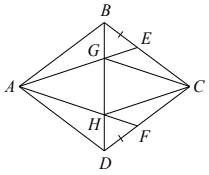
a) Chứng minh $MNPQ$ là hình bình hành.

b) Chứng minh $MNPQ$ là hình thoi.

Bài 10: Cho hình thoi $ABCD$ có $AB = BD$. Gọi M, N lần lượt trên AB, BC sao cho $AM = BN$. (*Hình* 10)

a) Chứng minh $ADM = BDN$.

b) Chứng minh ΔMDN là tam giác đều.



Hình 11

Bài 11: Cho hình thoi $ABCD$. Lấy E, F trên BC và CD sao cho $BE = DF$. Gọi G, H lần lượt là giao điểm của AE, AF với BD. Chứng minh $AGCH$ là hình thoi. (*Hình* 11)

Bài 12: Cho hình thoi $ABCD$ có B là góc tù. Từ B hạ $BM \perp AD, BN \perp CD$. Từ D hạ $DP \perp AB, DQ \perp BC$. Gọi H là giao điểm của MB và PD, K là giao điểm của BN và DQ. O là giao điểm của AC và BD. (*Hình* 12)

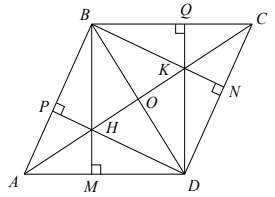
a) Chứng minh H là trực tâm ΔABD.

b) Chứng minh A, H, K, C thẳng hàng.

c) Chứng minh $PDQ = MBN$.

d) Chứng minh $PHM = QKN$.

e) Chứng minh tứ giác $BHDK$ là hình thoi.



Hình 12

Bài 13: Cho hình vuông $ABCD$. Từ điểm M thuộc cạnh BC vẽ đường thẳng cắt CD ở K sao cho $AMB = AMK$. Kẻ $AH \perp MK$ ở H. (*Hình* 13)

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta AHM$ và $AH = AD$.

b) Chứng minh $\Delta DAK = \Delta HAK$.

c) Chứng minh $MAK = \frac{1}{2}A = 45^0$.

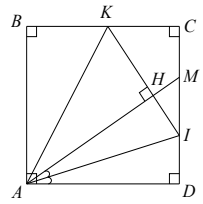
Hình 13

Bài 14: Cho hình vuông $ABCD$. M là điểm tùy ý trên cạnh DC. Tia phân giác của DAM cắt CD tại I. Kẻ $IH \perp AM$ tại H và tia IH cắt BC tại K. (*Hình* 14)

a) Chứng minh $\Delta ADI = \Delta AHI$.

b) Chứng minh $\Delta ABK = \Delta AHK$.

c) Chứng minh $IAK = 45^0$.



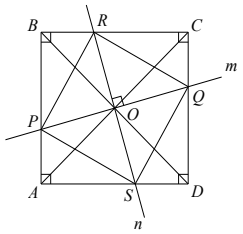
Hình 14

Bài 15: Cho hình vuông $ABCD$. O là giao điểm của hai đường chéo. Hai đường thẳng m, n vuông góc với nhau tại O. Đường thẳng m cắt AB, CD lần lượt tại P, Q. Đường thẳng n cắt BC, AD lần lượt ở R, S. (*Hình* 15)

a) Chứng minh $\Delta AOP = \Delta BOR$.

b) Chứng minh $OP = OR = OS = OQ$.

c) Chứng minh $PRQS$ là hình vuông.



Hình 15

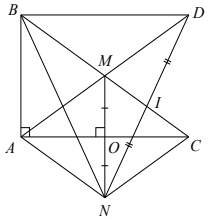
Bài 16: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$ và trung tuyến AM. (*Hình* 16)

a) Chứng minh ΔAMC cân.

b) Từ M hạ $MO \perp AC$. Trên tia MO lấy N sao cho $MO = NO$. Chứng minh $AMCN$ là hình thoi.

c) Gọi I là trung điểm của MC và D là điểm trên tia NI Sao cho $IN = ID$. Chứng minh ba điểm A, M, D thẳng hàng.

d) ΔABC cần thêm điều kiện gì về góc để M là trực tâm của ΔBND.



Hình 16

Bài 17: Cho hình bình hành $ABCD$ có $BAD = 60^0$ và $AD = 2AB$. Gọi M là trung điểm của BC, N là trung điểm của AD. (*Hình* 17)

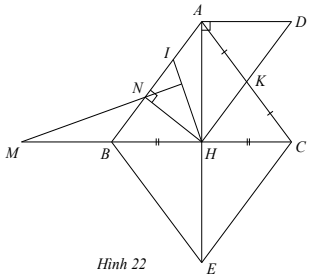
a) Chứng minh $MCDN$ là hình thoi.

b) Chứng minh $EF // BC$.

c) Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với MF tại N.

Chứng minh $AND = 90^0$.

Bài 22: Cho ΔABC cân tại A. H, K lần lượt là trung điểm của BC và AC. Trên tia AH lấy điểm E sao cho $AH = HE$. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với AH cắt HK tại D. (*Hình* 22)



Hình 22

a) Chứng minh $AKHB$ là hình thang và $ABEC$ là hình thoi.

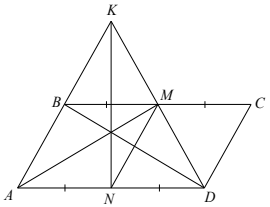
b) Chứng minh $AD = BH$.

c) Kẻ $HN \perp AB$ tại N. I là trung điểm của AN. Vẽ điểm M sao cho B là trung điểm của HM. Chứng minh $MN \perp HI$.

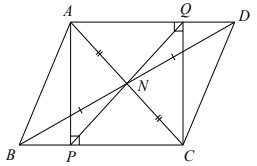
(Sử dụng đường trung bình của tam giác)

b) Chứng minh $ABMD$ là hình thang cân và $AM = BD$.

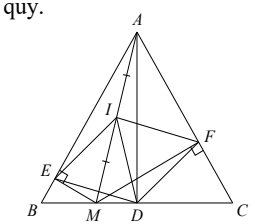
c) DM kéo dài cắt AB tại K. Chứng minh AM, DB, KN đồng quy.



Hình 17



Hình 18



Hình 19

Bài 18: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Gọi N là trung điểm của AC. Lấy điểm D trên tia BN sao cho $BN = ND$. (*Hình* 18)

a) Chứng minh $ABCD$ là hình bình hành.

b) Kẻ $AP \perp BC, CQ \perp AD$. Chứng minh P, N, Q thẳng hàng.

c) ΔABC cần thêm điều kiện gì để tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Bài 19: Cho ΔABC đều, M là điểm bất kỳ thuộc cạnh BC. E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC. I và D lần lượt là trung điểm của AM, BC. (Hình 19)

a) Chứng minh I cách đều ba điểm D, F, E.

b) Tính số đo DIE.

c) Chứng minh $DEIF$ là hình thoi.

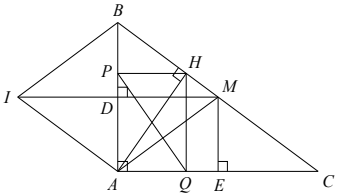
Bài 20: Cho ΔABC vuông tại A, trung tuyến AM. Kẻ $MD \perp AB$ tại D, $ME \perp AC$ tại E.

a) Chứng minh $ADME$ là hình chữ nhật. (*Hình* 20)

b) Lấy điểm I sao cho D là trung điểm của IM
Tứ giác $AMBI$ là hình gì?

c) Tìm điều kiện của ΔABC để tứ giác $AMBI$ là hình vuông.

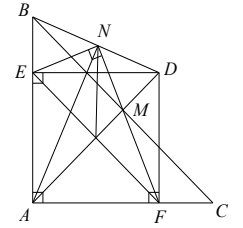
d) Vẽ đường cao AH của ΔABC, kẻ $HP \perp AB$, $HQ \perp AC$. Chứng minh $PQ \perp AM$.



Hình 20

Bài 21: Cho ΔABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D bất kì. Từ D kẻ các đường thẳng vuông góc với AB, AC lần lượt tại E, F.

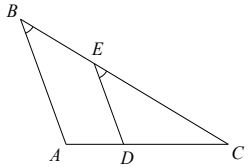
a) Chứng minh $AEDF$ là hình vuông. (*Hình* 21)



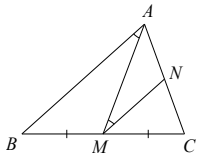
Hình 21

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

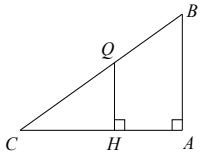
Bài 1: Viết các hệ thức theo Định lí Talès trong các hình sau:



Hình 1

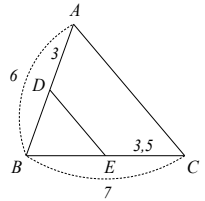


Hình 2

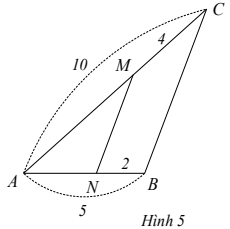


Hình 3

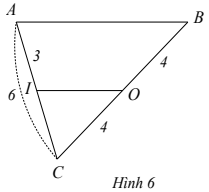
Bài 2: Cho *Hình* 4. Chứng minh $DE // AC$.



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Bài 3: Cho *Hình* 5. Chứng minh $BC // MN$.

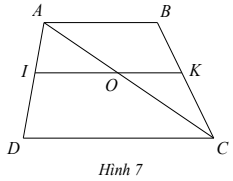
Bài 4: Cho *Hình* 6. Chứng minh $AB // IO$.

Bài 5: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$. Lấy điểm I trên cạnh AB, từ I kẻ đường thẳng song song với CD cắt AC, BC lần lượt tại O và K. (*Hình* 7)

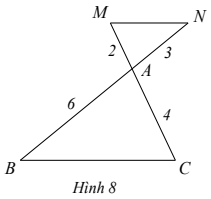
a) Chứng minh $\frac{AI}{ID}=\frac{AO}{OC}$.

b) Chứng minh $\frac{AO}{OC}=\frac{BK}{KC}$

c) Chứng minh $AI.KC=ID.BK$



Hình 7



Hình 8

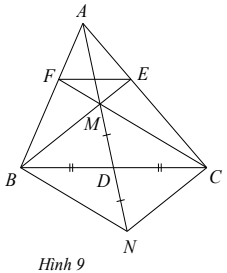
Bài 6: Cho *Hình* 8.

a) Trên tia AC lấy D sao cho $AD=2$

Trên tia AB lấy E sao cho $AE=3$. Chứng minh $MN // DE$

b) Chứng minh $MN // BC$.

Bài 7: Cho ΔABC, AD là đường trung tuyến, M là điểm nằm trên đoạn AD. BM cắt AC tại E, CM cắt AB tại F. Lấy điểm N trên tia đối của tia DM sao cho $DN=DM$. Chứng minh $EF // BC$. (*Hình* 9)



Hình 9

CHƯƠNG 4. ĐỊNH LÍ THALÈS

Bài 1. ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC.

I. LÝ THUYẾT.

1) Đoạn thẳng tỉ lệ.

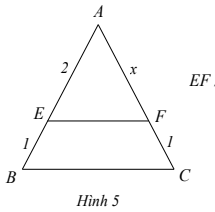
- Tỉ số của hai đoạn thẳng là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.
- Hai đoạn thẳng AB và CD gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng $A'B'$ và $C'D'$ nếu có tỉ lệ thức $\frac{AB}{CD}=\frac{A'B'}{C'D'}$ hay $\frac{AB}{A'B'}=\frac{CD}{C'D'}$.

2) Định lí Talès trong tam giác.

- Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ. *(Định lí Talès thuận)*
- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại. *(Định lí Talès đảo)*

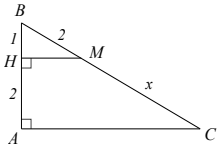
II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Tìm x trong các hình sau

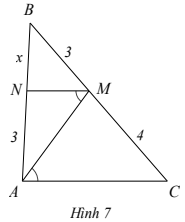


Hình 5

EF // BC



Hình 6

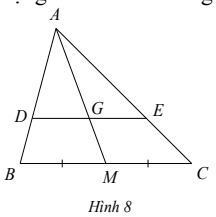


Hình 7

Bài 2: Cho ΔABC có trung tuyến AM. Qua trọng tâm G kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại D, E. (*Hình* 8)

a) Chứng minh $\frac{AD}{AB}=\frac{2}{3}$

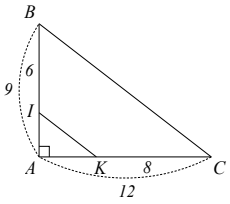
b) Chứng minh $AE=2EC$.



Hình 8

Bài 3: Cho *Hình* 9. Biết $AB=9, AC=12, IB=6, KC=8$.

Chứng minh $IK // BC$.



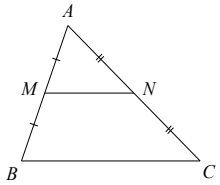
Hình 9

Bài 2. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

I. LÝ THUYẾT.

1) Định nghĩa đường trung bình của tam giác.

♣ Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm Hai cạnh của tam giác.



Hình 1

2) Tính chất đường trung bình của tam giác.

Kết luận:

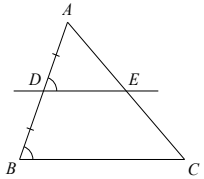
♣ Đường trung bình của tam giác song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó

Cụ thể: ΔABC có MN là đường trung bình thì $MN // BC$ và $MN = \dfrac{BC}{2}$ (*Hình* 1).

♣ Trong một tam giác, nếu một đường thẳng đi qua trong điểm một cạnh và song song với cạnh thứ hai thì nó đi qua trong điểm của cạnh thứ ba.

Cụ thể: ΔABC có $\begin{cases} DA = DB \\ DE // BC \end{cases} \Rightarrow AE = CE$. (*Hình* 4).

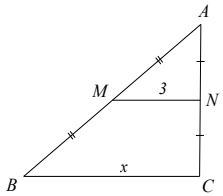
Lúc này DE sẽ là đường trung bình ΔABC.



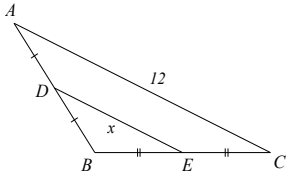
Hình 4

II. LUYỆN TẬP.

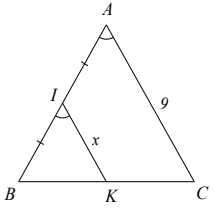
Bài 1: Tìm số đo x trong các hình sau:



Hình 6



Hình 7



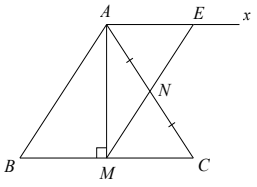
Hình 8

Bài 2: Cho ΔABC cân tại A, đường cao AM, N là trung điểm của AC. Từ A kẻ tia Ax song song với BC cắt MN tại E. (*Hình* 9)

a) Chứng minh $MB = MC$.

b) Chứng minh $ME // AB$.

c) Chứng minh $AE = MC$.



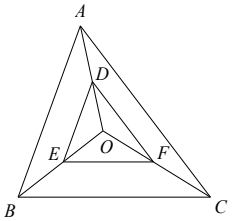
Hình 9

Bài 8: Cho ΔABC. Điểm O nằm trong tam giác. Lấy điểm D trên OA, từ D kẻ $DE // AB\ (E \in OB)$ và $DF // AC\ (F \in OC)$

a) Chứng minh $\dfrac{OE}{OB} = \dfrac{OD}{OA}$. (*Hình* 10)

b) Chứng minh $\dfrac{OF}{OC} = \dfrac{OD}{OA}$.

c) Chứng minh $EF // BC$.



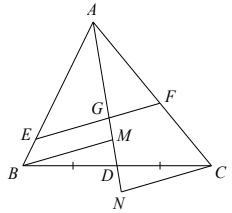
Hình 10

Bài 9: Cho ΔABC có AD là trung tuyến.

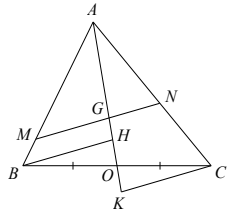
Trọng tâm là điểm G, đường thẳng đi qua G cắt AB, AC lần lượt tại E, F. Từ B và C kẻ các đường thẳng song song với EF cắt AD lần lượt tại M, N. (*Hình* 11)

a) Chứng minh $\dfrac{BE}{AE} = \dfrac{MG}{AG}$.

b) Chứng minh $\dfrac{BE}{AE} + \dfrac{CF}{AF} = 1$.



Hình 11



Hình 12

Bài 10: Cho ΔABC có trung tuyến AO, trọng tâm G, đường thẳng đi qua G cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Từ B, C kẻ các đường thẳng song song với MN cắt AO lần lượt tại H, K.

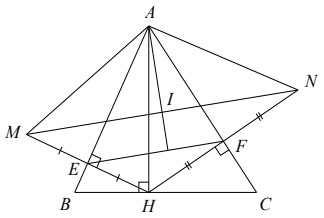
Chứng minh $\dfrac{AB}{AM} + \dfrac{AC}{AN} = 3$. (*Hình* 12)

Bài 5: Cho ΔABC nhọn, đường cao AH. Kẻ HE, HF lần lượt vuông góc với AB, AC. Lấy điểm M sao cho E là trung điểm của HM, điểm N sao cho F là trung điểm của HN. I là điểm điểm của MN. (*Hình* 5)

a) Chứng minh ΔAMN cân.

b) Chứng minh $MN // EF$.

c) Chứng minh $AI \perp EF$.



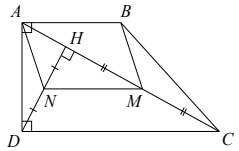
Hình 5

Bài 6: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$, $A = D = 90^0$ và $CD = 2AB$. Gọi H là hình chiếu của D trên AC và M, N lần lượt là trung điểm của HC, HD.

a) Chứng minh $MN = AB$. (*Hình* 6)

b) Chứng minh $ABMN$ là hình bình hành.

c) Chứng minh $BMD = 90^0$.



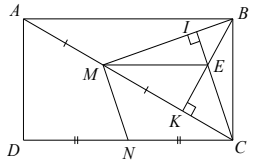
Hình 6

Bài 7: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Kẻ $BK \perp AC$. Lấy M, N lần lượt là trung điểm của AK, DC. Kẻ $CI \perp BM$ $(I \in BM)$ và CI cắt BK tại E. (*Hình* 7)

a) Chứng minh $EB = EK$.

b) Chứng minh $MNCE$ là hình bình hành.

c) Chứng minh $MN \perp BM$.



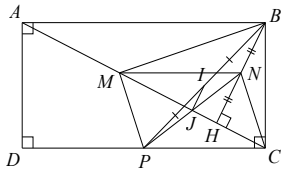
Hình 7

Bài 8: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2AD$. Vẽ $BH \perp AC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AH, BH, CD.

a) Chứng minh $MNCP$ là hình bình hành. (*Hình* 8)

b) Chứng minh $MP \perp BM$.

c) Gọi I là trung điểm của BP, J là giao điểm của MC và NP. Chứng minh $IJ // HN$.

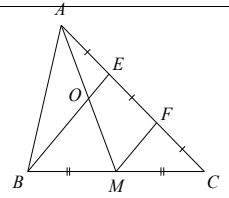


Hình 8

Bài 3: Cho ΔABC có trung tuyến AM. Trên AC lấy điểm E, F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt AM tại O. (*Hình* 10)

a) Chứng minh $OEFM$ là hình thang.

b) Chứng minh $BO = 3.OE$



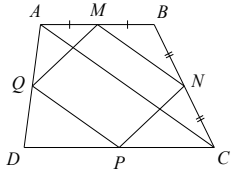
Hình 10

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Cho hình thang $ABCD$. Lấy M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA. (*Hình* 1)

a) Chứng minh $MN // AC$.

b) Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

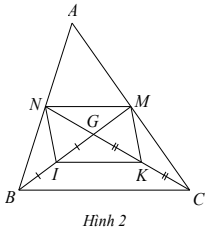


Hình 1

Bài 2: Cho ΔABC có hai đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của GB, GC. (*Hình* 2)

a) Chứng minh $MN = IK$.

b) Tứ giác $MNIK$ là hình gì?

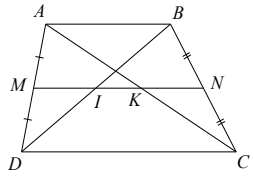


Hình 2

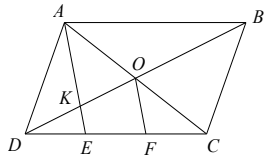
Bài 3: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC và $MN // AB$. Gọi I, K lần lượt là giao điểm của MN với BD và AC. Biết $AB = 6cm$. (*Hình* 3)

a) Tính MI.

b) Chứng minh $MI = KN$.



Hình 3



Hình 4

Bài 4: Cho hình bình hành $ABCD$ có hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại O. Trên cạnh CD lấy điểm E sao cho $ED = \dfrac{DC}{3}$, AE cắt BD tại K. Từ O kẻ đường thẳng song song với AE cắt CD tại F. (*Hình* 4)

a) Chứng minh OF là đường trung bình ΔACE.

b) Chứng minh $DE = EF = FC$.

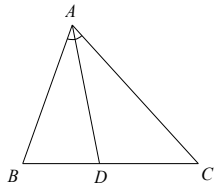
c) Chứng minh $KO = KD$.

Bài 3. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

I. LÝ THUYẾT.

1) Tính chất đường phân giác của tam giác.

- Trong một tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn thẳng đó.
- Trong ΔABC nếu $D \in BC$ và thỏa mãn $\dfrac{BD}{DC} = \dfrac{BA}{CA}$ thì AD là đường phân giác của A.



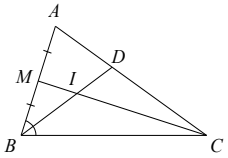
Hình 1

II. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Cho ΔABC cân tại C có $AB = 3cm$, $AC = 5cm$. Đường phân giác AD cắt đường trung tuyến CM tại I. (*Hình* 5)

a) Tính tỉ số $\dfrac{IC}{IM}$.

b) Tính tỉ số $\dfrac{CD}{CB}$.



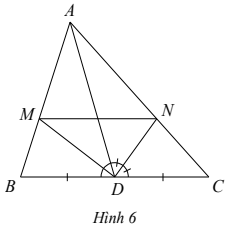
Hình 5

Bài 2: Cho ΔABC, trung tuyến AD. Vẽ tia phân giác ADB cắt AB tại M, tia phân giác ADC cắt AC tại N. (*Hình* 6)

a) Chứng minh $\dfrac{MB}{MA} = \dfrac{BD}{AD}$.

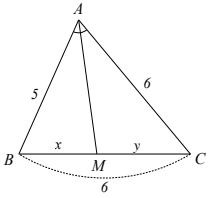
b) Chứng minh $\dfrac{MB}{MA} = \dfrac{NC}{NA}$.

c) Chứng minh $MN \,//\, BC$.



Hình 6

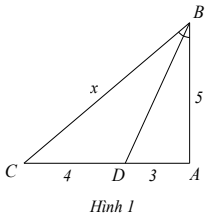
Bài 3: Tìm x, y trong *Hình* 7.



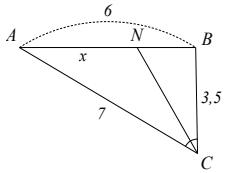
Hình 7

II. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

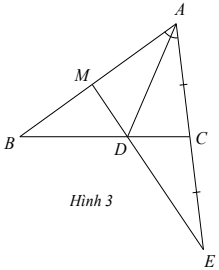
Bài 1: Tìm x trong các hình sau



Hình 1



Hình 2



Hình 3

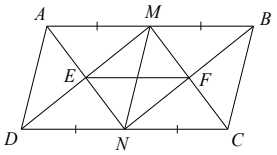
Bài 9: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2AD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD (*Hình* 9)

a) Chứng minh $AMND$ là hình thoi.

b) Chứng minh $AN \,//\, MC$.

c) Gọi E là giao điểm của AN và DM, F là giao điểm của MC với BN. Chứng minh $EF \,//\, DC$.

d) Tìm điều kiện của hình bình hành $ABCD$ để $MENF$ là hình vuông.

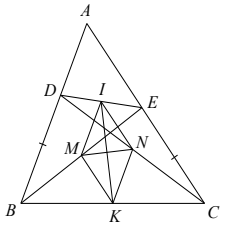


Hình 9

Bài 10: Cho ΔABC. Lấy các điểm D, E lần lượt trên AB, AC sao cho $BD = CE$. Gọi M, N, I, K lần lượt là trung điểm của BE, CD, DE và BC. (*Hình* 10)

a) Chứng minh $MK = IN$.

b) Chứng minh $MN \perp IK$.

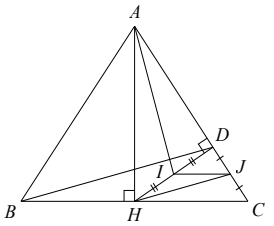


Hình 10

Bài 11: Cho ΔABC cân tại A, đường cao AH. Gọi D là hình chiếu của H trên AC. Lấy I, J lần lượt là trung điểm của HD, DC. (*Hình* 11)

a) Chứng minh $IJ \perp AH$.

b) Chứng minh $AI \perp BD$.

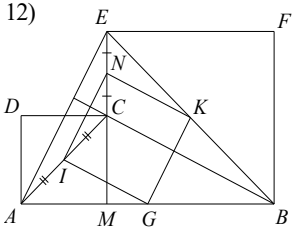


Hình 11

Bài 12: Cho đoạn thẳng AB và một điểm M thay đổi trên đoạn $AB\ (M \neq A, B)$. Vẽ các hình vuông $AMCD$ và $BMEF$ về cùng một phía đối với AB. (*Hình* 12)

a) Chứng minh $AE = BC$, $AE \perp BC$.

b) Gọi G, I, N, K lần lượt là trung điểm của AB, AC, CE, EB. Chứng minh $GINK$ là hình vuông



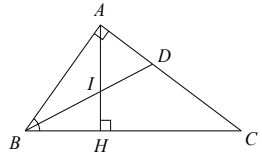
Hình 12

Bài 2: Cho ΔABC, phân giác AD. Trên tia đối của tia CA lấy E sao cho $CE = CA$. ED cắt AB tại M. (*Hình* 3)

a) Tính tỉ số $\frac{BD}{CD}$.

b) Tính tỉ số $\frac{AM}{AE}$.

Bài 3: Cho ΔABC vuông tại A có AH là đường cao, BD là đường phân giác ABC với $D \in AC$. AH cắt BD tại I.



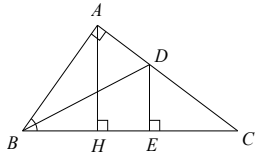
Hình 4

a) Tính tỉ số $\frac{AI}{AB}$ và $\frac{AD}{AB}$.(*Hình* 4)

b) Chứng minh ΔAID cân tại A.

c) Chứng minh $\frac{IH}{BH} = \frac{DC}{BC}$.

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Tia phân giác ABC cắt AC tại D. (*Hình* 5)

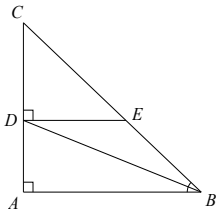


Hình 5

a) Tính tỉ số $\frac{AD}{DC}$.

b) Từ D hạ $DE \perp BC\ (E \in BC)$. Chứng minh $\frac{AB}{BC} = \frac{HE}{EC}$.

Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A, phân giác ABC cắt AC tại D. Từ D vẽ đường thẳng vuông góc với AC, đường thẳng này cắt BC tại E. (*Hình* 6)

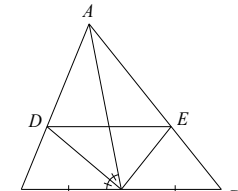


Hình 6

a) Chứng minh $DC.AB = DA.CB$

b) Chứng minh $\frac{CB}{AB} = \frac{CE}{BE}$.

Bài 6: Cho ΔABC có đường trung tuyến AM và MD là đường phân giác AMB. Từ D kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại E. (*Hình* 7)

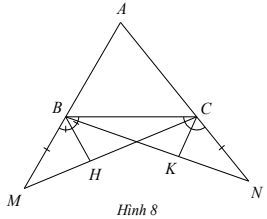


Hình 7

a) Chứng minh $\frac{EA}{EC} = \frac{AM}{BM}$.

b) Chứng minh ME là đường phân giác AMC.

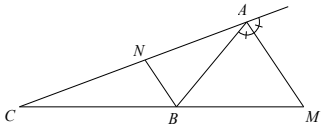
Bài 7: Cho ΔABC. Trên tia đối của tia BA lấy điểm M. Trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho $CN = BM$. BH là tia phân giác của ΔMBC và CK là tia phân giác ΔBCN.



Hình 8

Chứng minh $\frac{MH}{HC} = \frac{NK}{KB}$. (*Hình* 8)

Bài 8: Cho ΔABC có B là góc tù. Tia phân giác góc ngoài tại A cắt BC kéo dài tại M. Từ B kẻ đường thẳng song song với AM cắt AC tại N.(*Hình* 9)



Hình 9

a) Chứng minh $AC.MB = AB.MC$

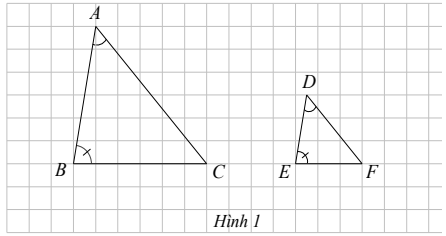
b) Chứng minh $\frac{MB}{MC} = \frac{NA}{AC}$.

CHƯƠNG V. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Bài 1. HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A. LÝ THUYẾT

1) Định nghĩa



Hình 1

♣ $\Delta A'B'C'$ gọi là đồng dạng với ΔABC nếu:

+ $\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{B'C'}{BC}=\dfrac{A'C'}{AC}$ và

$A'=A$, $B'=B$, $C'=C$.

+ Kí hiệu $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ (viết theo thứ tự cặp đỉnh tương ứng)

♣ Tỉ số $k=\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{B'C'}{BC}=\dfrac{A'C'}{AC}$ gọi là tỉ số đồng dạng của $\Delta A'B'C'$ với ΔABC.

Nhận xét:

♣ $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng k thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ với tỉ số $\dfrac{1}{k}$

♣ Hai tam giác bằng nhau gọi là hai tam giác đồng dạng với nhau theo tỉ số đồng dạng $k=1$

♣ Nếu $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ với tỉ số đồng dạng k và $\Delta DEF \backsim \Delta HIK$ với tỉ số động dạng h thì $\Delta ABC \backsim \Delta HIK$ theo tỉ số đồng dạng $k.h$

2) Định lí.

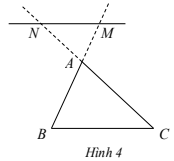
♣ Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo ra một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho

Cụ thể: ΔABC có $MN // BC$ với $M \in AB, N \in AC$ thì $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$

Chú ý:

♣ Định lí trên vẫn đúng nếu thay bằng đường thẳng cắt phần kéo dài của hai cạnh tam giác. Như trong *Hình 4.*

Khi đó $MN // BC \Rightarrow \Delta ABC \backsim \Delta AMN$



Hình 4

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Cho $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$, khẳng định nào sau đây không đúng?

a) $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ b) $\Delta BCA \backsim \Delta NPM$

c) $\Delta CAB \backsim \Delta PMN$ d) $\Delta ACB \backsim \Delta MNP$

Bài 2: Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau

b) Hai tam giác bất kì đồng dạng với nhau

c) Hai tam giác đều bất kì đồng dạng với nhau

d) Hai tam giác vuông bất kì đồng dạng với nhau

e) Hai tam giác đồng dạng thì bằng nhau

Bài 3: Trong *Hình 6*, ΔABC không cân, M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Hãy tìm trong hình năm tam giác khác nhau mà chúng đôi một đồng dạng với nhau. Giải thích vì sao chúng đồng dạng.

Bài 4: Cho ΔABC cân tại A và ΔMNP cân tại M. Biết rằng $BAC = PMN$, $AB = 2.MN$. Chứng minh $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ và tìm tỉ số đồng dạng.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: ΔABC đồng dạng với ΔPMN khi nào?

A. $\dfrac{AB}{PM}=\dfrac{BC}{MN}=\dfrac{AC}{PN}$ **B.** $A=P, B=M, C=N$

C. $AB // PM, BC // MN$ **D.** $\dfrac{AB}{PM}=\dfrac{BC}{MN}=\dfrac{AC}{PN}$ và $A=P, B=M, C=N$

Câu 2: $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo số tỉ đồng dạng k. Vậy k bằng tỉ số nào sau đây?

A. $k=\dfrac{AB}{BC}$ **B.** $k=\dfrac{AC}{DF}$ **C.** $k=\dfrac{DE}{AB}$ **D.** $k=\dfrac{DE}{DF}$

Câu 3: $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ thì

A. $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ với $k=1$ **B.** $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ với $k=0$

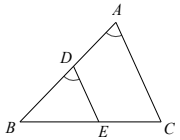
C. ΔABC không đồng dạng với $\Delta A'B'C'$ **D.** Cả ba câu A, B, C đều sai

Câu 4: $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ với tỉ số đồng dạng $\dfrac{1}{2}$, $\Delta DEF \backsim \Delta A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng 2. Thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng k là bao nhiêu?

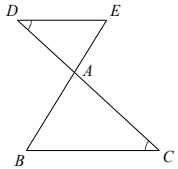
A. $k=2$ **B.** $k=1$ **C.** $k=4$ **D.** $k=\sqrt{2}$

Câu 5: Cho *Hình 6.* Biết $DE // BC$ và các kích thước như hình

Độ lớn đoạn AE là

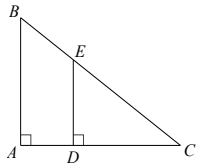


Hình 12

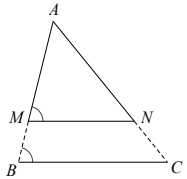


Hình 13

Bài 2: Cho các hình sau, hãy chỉ ra các tam giác đồng dạng trong mỗi hình và viết tỉ số đồng dạng *(Hình 14, 15)*



Hình 14



Hình 15

Bài 3: Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{3}{5}$.

a) $\Delta DEF \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số động dạng bao nhiêu?

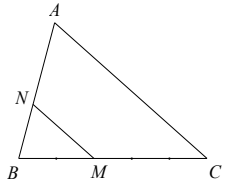
b) Giả sử $DE = 10\,cm$. Tính AB

Bài 4: Cho ΔABC. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = \frac{2}{5}BC$

Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại N

a) Chứng minh $\Delta NBM \backsim \Delta ABC$ *(Hình 16)*

b) Tính $\frac{MN}{AC}$

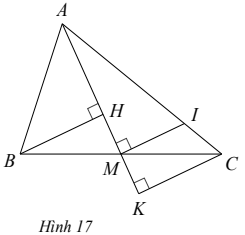


Hình 16

Bài 5: Cho ΔABC có AM là đường trung tuyến. Hạ BH, CK lần lượt vuông góc với AM *(Hình 17)*

a) Chứng minh $\Delta MBH \backsim \Delta MCK$

b) Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt AC tại I. Chứng minh $AI.KC = MI.AC$



Hình 17

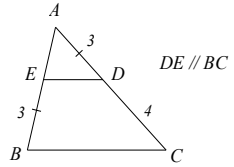
Bài 6: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$. Gọi O là giao của hai đường chéo.

a) Chứng minh $\Delta OAB \backsim \Delta OCD$. *(Hình 18)*

b) Từ O kẻ đường thẳng song song với DC cắt AD tại I. Chứng minh $\Delta DOI \backsim \Delta DBA$

A. $AE = \frac{3}{4}$ **B.** $AE = \frac{4}{3}$

C. $AE = \frac{4}{9}$ **D.** $AE = \frac{9}{4}$



Hình 6

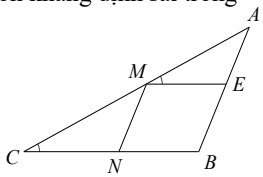
Câu 6: Cho *Hình 7*. Biết $MN // AB$. Chon khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. $\Delta MNC \backsim \Delta ABC$

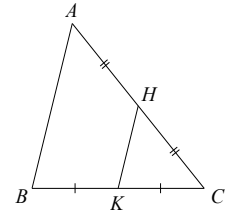
B. $\Delta AEM \backsim \Delta ABC$

C. $\Delta MNC \backsim \Delta AEM$

D. Cả ba câu A, B, C đều sai



Hình 7



Hình 8

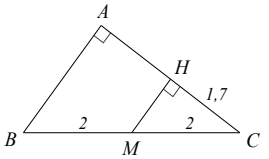
Câu 7: *Hình 8.* ΔABC có HK là đường trung bình. Khi đó $\Delta ABC \backsim \Delta HKC$ theo tỉ số k bằng bao nhiêu?

A. $k = 2$ **B.** $k = \frac{1}{2}$ **C.** $k = 1$ **D.** $k = 0$

Câu 8: Cho *Hình 9*. Độ lớn cạnh AC bằng

A. $AC = 1,7$ **B.** $AC = 4$

C. $AC = 3,4$ **D.** $AC = 3,7$

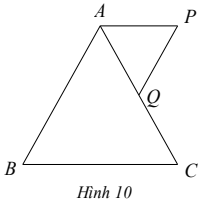


Hình 9

Câu 9: Cho *Hình 10*. Biết $\Delta ABC, \Delta APQ$ đều là các tam giác đều. Cần thêm điều kiện gì để $\Delta ABC \backsim \Delta APQ$

A. $AP // BC$ **B.** $AB // PQ$

C. $AQ = \frac{1}{2}AC$ **D.** Không cần thêm điều kiện gì

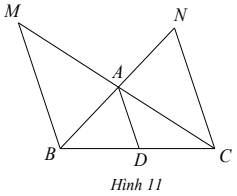


Hình 10

Câu 10: Cho *Hình 11*. Biết $MB // AD // NC$. Khi đó $\frac{1}{BM} + \frac{1}{CN}$ bằng

A. $\frac{1}{AD}$ **B.** $\frac{2}{AD}$

C. $\frac{2}{BC}$ **D.** $\frac{1}{BC}$



Hình 11

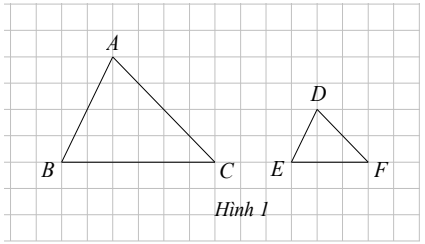
II. Tự luận.

Bài 1: Cho các hình sau, hãy chỉ ra các tam giác đồng dạng trong mỗi hình và viết tỉ số đồng dạng *(Hình 12, 13)*

Bà 2. BA TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC

A. LÝ THUYẾT

1) Trường hợp đồng dạng thứ nhất của tam giác.



Hình 1

♣ Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau theo trường hợp cạnh – cạnh – cạnh.

Cụ thể ΔABC và ΔDEF có $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}$ thì $\Delta ABC \backsim \Delta DEF\ (c-c-c)$

2) Trường hợp đồng dạng thức hai của tam giác

♣ Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau/

Cụ thể ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có:

$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$ và $B=B'$ thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'(c-g-c)$

3) Trường hợp đồng dạng thứ ba của tam giác

♣ Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Khẳng định nào sau đây chứng tỏ hai tam giác đồng dạng?

a) Ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia

b) Hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và có một cặp góc bằng nhau

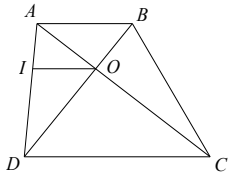
c) Hai góc của tam giác này bằng hai góc của tam giác kia

d) Hai cạnh của tam giác này bằng hai cạnh của tam giác kia

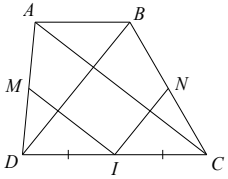
Bài 2: Cho hai tam giác đồng dạng. Tam giác thứ nhất có độ dài ba cạnh là $4\,cm,\ 8\,cm$ và $10\,cm$ Tam giác thứ hai có chu vi là $33\,cm$. Độ dài ba cạnh của tam giác thứ hai là bộ ba nào sau đây?

a) $6\,cm,\ 12\,cm,\ 15\,cm$ b) $8\,cm,\ 16\,cm,\ 20\,cm$

c) Chứng minh $AB.DO=DB.IO$



Hình 18



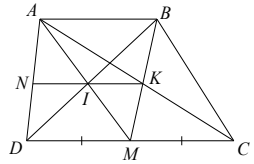
Hình 19

Bài 7: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$. Lấy I là trung điểm của DC. Từ I kẻ $IM // AC\,(M \in AD)$ và $IN // BD\,(N \in BC)$ *(Hình 19)*

a) Chứng minh $\frac{DM}{DA}=\frac{CN}{CB}$

b) Chứng minh $MI.BD=IN.AC$

Bài 8: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$. Gọi M là trung điểm của CD. AM cắt BD tại I, BM cắt AC tại K. *(Hình 20)*



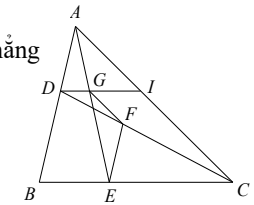
Hình 20

a) Chứng minh $\frac{IM}{IA}=\frac{KM}{KB}$

b) Chứng minh $IK // AB // CD$I

c) IK cắt AD tại N. Chứng minh I là trung điểm của KN.

Bài 9: Cho ΔABC. Lấy D thuộc AB và E thuộc BC. Đường thẳng qua D và song song với BC cắt AE tại G và cắt AC ở I. Đường thẳng qua E và song song với AB cắt CD tại F. *(Hình 21)*

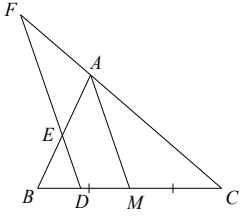


Hình 21

a) So sánh $\frac{GD}{GI}$ với $\frac{EB}{EC}$

b) Chứng minh $GF // AC$

Bài 10: Cho ΔABC, trung tuyến AM. Qua D thuộc BC vẽ đường thẳng song song với AM lần lượt cắt AB tại E và cắt AC tại F.



Hình 22

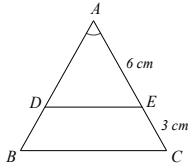
a) Chứng minh $\Delta BDE \backsim \Delta BMA$

b) Chứng minh $\frac{DF}{AM}=\frac{CD}{CM}$

c) Chứng minh $\frac{DE}{AM}+\frac{DF}{AM}=2$

Câu 5: Cho *Hình 10*. Biết $\Delta ABC, \Delta ADE$ là hai tam giác cân

Chọn kết luận đúng trong các câu sau



Hình 10

A. $\Delta ADE \backsim \Delta ABC(g-g)$ với $k=2$

B. $\Delta ADE \backsim \Delta ABC(c-c-c)$ với $k=\frac{2}{3}$

C. $\Delta ABC \backsim \Delta ADE(c-g-c)$ với $k=\frac{3}{2}$

D. $\Delta ABC \backsim \Delta ADE(g-g)$ với $k=\frac{1}{2}$

Câu 6: Hai tam giác vuông đồng dạng thì cần thêm yếu tố nào sau đây

A. Một cặp góc nhọn bằng nhau

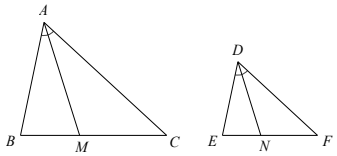
B. Hai cặp cạnh góc vuông tỉ lệ với nhau

C. Ba cặp cạnh tỉ lệ với nhau

D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 7: Cho *Hình 11*. $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$

AM, AN lần lượt là hai tia phân giác A, D. Khi đó $\Delta ABM \backsim \Delta DEN$ theo trường hợp nào?



Hình 11

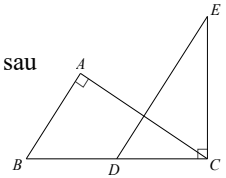
A. $g-g$

B. $c-g-c$

C. $c-c-c$

D. Cả A, B, C đều đúng

Câu 8: Cho *Hình 12*. Biết $AB \,//\, DE$. Chọn hệ thức sai trong các câu sau



Hình 12

A. $AB.EC = AC.DC$

B. $AB.DE = BC.DC$

C. $AC.DE = BC.EC$

D. $AB.AC = DE.DC$

Câu 9: $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ theo tỉ số đồng dạng $k=2$. Khi đó chu vi ΔABC gấp mấy lần chu vi ΔDEF?

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 8

Câu 10: Từ B và C của ΔABC lần lượt kẻ đường vuông góc xuống đường nào xuất phát từ A để được hai tam giác đồng dạng

A. Đường cao

B. Đường trung tuyến

C. Đường phân giác

D. Cả B, C đều đúng

c) $6\,cm,\ 9\,cm,\ 18\,cm$

d) $8\,cm,\ 10\,cm,\ 15\,cm$

Bài 3: Cho AM, BN, CP là các đường trung tuyến của ΔABC. Cho $A'M', B'N', C'P'$ là các đường trung tuyến của $\Delta A'B'C'$. Biết rằng $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

Chứng minh rằng $\frac{A'M'}{AM}=\frac{B'N'}{BN}=\frac{C'P'}{CP}$

Bài 4: Cho ΔABC có $AB=12\,cm,\ AC=15\,cm$. Trên các tia AB, AC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM=10\,cm, AN=8\,cm$. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta ANM$

Bài 5: Cho góc BAC và các điểm M, N lần lượt trên các đoạn thẳng AB, AC sao cho $ABN = ACM$

a) Chứng minh rằng $\Delta ABN \backsim \Delta ACM$

b) Gọi I là giao điểm của BN và CM. Chứng minh $IB.IN = IC.IM$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

I. Trắc nghiệm

Câu 1: ΔABC và $\Delta A'B'C'$ đồng dạng theo trường hợp góc – góc khi nào?

A. $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$

B. $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$ và $A=A'$

C. $A=A'$ và $C=C'$

D. $A=B;\ A'=B'$

Câu 2: ΔABC và ΔDEF có $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$. Cần thêm yếu tố nào để hai tam giác này đồng dạng

A. $A=D$ **B.** $B=E$ **C.** $C=F$ **D.** Cả A, B, C đều sai

Câu 3: $\Delta ABC \backsim \Delta HIK(g-g)$ khi nào?

A. $A=B,\ H=I$

B. $A=I,\ C=K$

C. $A=B+C,\ H=I+K$

D. $A=H,\ C=K$

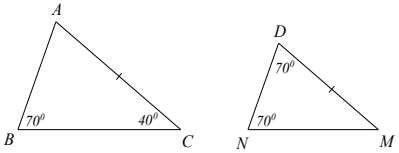
Câu 4: Cho *Hình 9*. Để $\Delta ABC \backsim \Delta DNM(c-g-c)$ thì cần chỉ ra yếu tố nào

A. $A=D=70^0$

B. $A=D=70^0,\ C=M=40^0$

C. $\frac{BC}{NM}=\frac{AC}{DM}$

D. $\frac{BC}{NM}=\frac{AC}{DM}$ và $C=M=40^0$



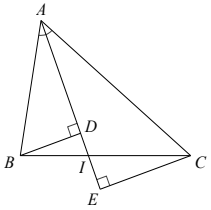
Hình 9

b) Chứng minh $\Delta HBA \backsim \Delta HAC$

Bài 8: Cho ΔABC. Kẻ tia phân giác AI. Từ B và C hạ BD và CE lần lượt vuông góc với tia AI *(Hình 20)*

a) Chứng minh $\frac{AD}{AE}=\frac{BD}{CE}$

b) Chứng minh $ID.CE = BD.IE$

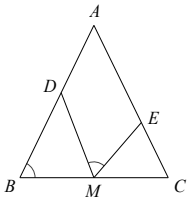


Hình 20

Bài 9: Cho ΔABC cân tại A. Lấy D thuộc AB, M thuộc BC, E thuộc CA sao cho $DME = ABC$.

a) Chứng minh $BDM = CME$ *(Hình 21)*

b) Chứng minh $\Delta BDM \backsim \Delta CME$.

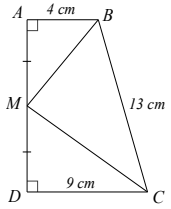


Hình 21

Bài 10: Cho hình thang $ABCD$ có $AB // CD$ có $A = D = 90^0$, $AB = 4\,cm,\ CD = 9\,cm,\ BC = 13\,cm$. M là trung điểm của AD.

a) Chứng minh $\Delta ABM \backsim \Delta DMC$ *(Hình 22)*

b) Tính BMC



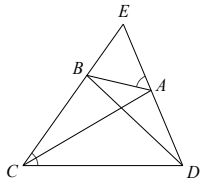
Hình 22

Bài 11: Cho ΔECD. Trên các cạnh ED, EC lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho $EAB = ECD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD *(Hình 23)*

a) Chứng minh $\Delta EAB \backsim \Delta ECD$

b) Chứng minh $\Delta EAC \backsim \Delta EBD$

c) Chứng minh $OA.OC = OB.OD$



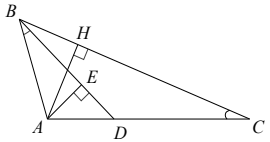
Hình 23

Bài 12: Cho ΔABC có $AB = 2\,cm, AC = 4\,cm$. Qua B dựng đường thẳng cắt AC tại D sao cho $ABD = ACB$. *(Hình 24)*

a) Chứng minh $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$

b) Tính AD và DC

c) Gọi AH là đường cao của ΔABC, AE là đường cao của ΔABD. Chứng minh rằng diện tích ΔABH gấp 4 lần diện tích ΔADE.

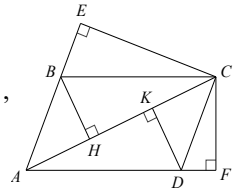


Hình 24

Bài 13: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AC > BD$. Kẻ $CE \perp AB$ tại E, kẻ $CF \perp AD$ tại F, kẻ $BH \perp AC$ tại H, kẻ $DK \perp AC$ tại K.

a) Chứng minh $AB.AE = AH.AC$ *(Hình 25)*

b) Chứng minh $AD.AF = AK.AC$



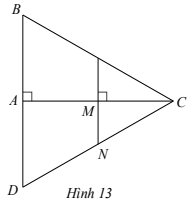
Hình 25

II. Tự luận.

Bài 1: Cho ΔABC vuông tại A, M là trung điểm của AC. Từ M vẽ đường thẳng $d \perp AC$. Trên d lấy điểm N sao cho $MN = \frac{1}{2}AB$ và N, B nằm khác phía đối với AC. *(Hình 13)*

a) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta MNC$

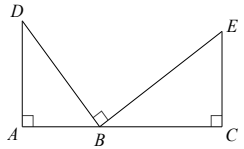
b) AB cắt CN tại D. Chứng minh $\Delta CMN \backsim \Delta CAD$



Hình 13

Bài 2: Cho *Hình 14*

Chứng minh $\Delta ABD \backsim \Delta CEB$

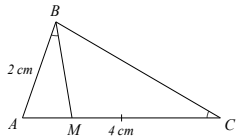


Hình 14

Bài 3: Cho ΔABC nhọn có $AB = 2\,cm$, $AC = 4\,cm$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $ABM = ACB$ *(Hình 15)*

a) Chứng minh $\Delta ABM \backsim \Delta ACB$

b) Tính độ dài AM

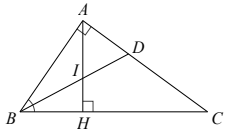


Hình 15

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A, có AH là đường cao, BD là đường phân giác. Gọi I là giao điểm của AH và BD.

a) Chứng minh $\Delta ABD \backsim \Delta HBI$ *(Hình 16)*

b) Chứng minh ΔADI cân

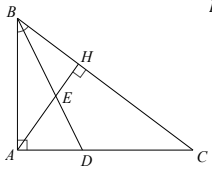


Hình 16

Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH, đường phân giác BD cắt AH tại E. *(Hình 17)*

a) Chứng minh $\Delta ABD \backsim \Delta HBE$

b) Chứng minh $AB^2 = BH.BC$



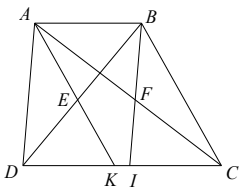
Hình 17

Bài 6: Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn CD. Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt DC tại K. Qua B vẽ đường thẳng song song với AD cắt DC tại I. BI cắt AC tại F, AK cắt BD tại E. Chứng minh: *(Hình 18)*

a) $\Delta AFB \backsim \Delta CFI$

b) $AE.KD = AB.EK$

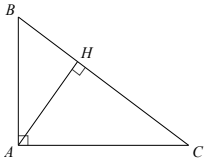
c) $AB^2 = CD.EF$



Hình 18

Bài 7: ΔABC vuông tại A, từ A hạ $AH \perp BC$ *(Hình 19)*

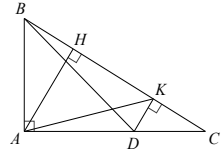
a) Chứng minh $HAB = C$



Hình 19

c) Chứng minh $AC^2 = AB.AE + AD.AF$

Bài 14: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. Trên HC lấy điểm K sao cho $HK = HA$. Từ K kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại D *(Hình 26)*



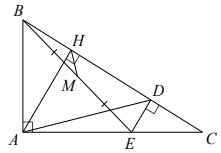
Hình 26

a) Chứng minh $\Delta DKC \backsim \Delta AHC$

b) Chứng minh $\Delta DKC \backsim \Delta BAC$

c) Chứng minh $\Delta CKA \backsim \Delta CDB$

Bài 15: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. Trên đoạn HC lấy D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E. Gọi M là trung điểm của BE.



Hình 27

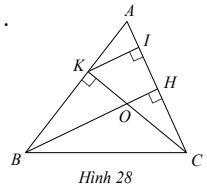
a) Chứng minh $\Delta DEC \backsim \Delta ABC$ *(Hình 27)*

b) Chứng minh $\Delta ADC \backsim \Delta BEC$

c) Chứng minh $AB.AC = BC.AH$

d) Chứng minh $AHM = 45^0$

Bài 16: Cho ΔABC nhọn có hai đường cao BH và CK cắt nhau tại O.



Hình 28

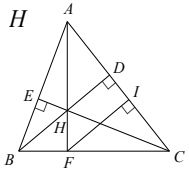
a) Chứng minh $\Delta ABH \backsim \Delta ACK$ *(Hình 28)*

b) Chứng minh $\Delta AHK \backsim \Delta ABC$

c) Từ K kẻ $KI \perp AC$ tại I. Chứng minh $\Delta COH \backsim \Delta CKI$

d) Chứng minh $\Delta KBO \backsim \Delta ICK$ từ đó suy ra $KB.KC = KI.BO$

Bài 17: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$, hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H



Hình 29

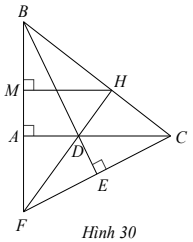
a) Chứng minh $\Delta ABD \backsim \Delta ACE$ *(Hình 29)*

b) Chứng minh $HD.HB = HE.HC$

c) AH cắt BC tại F. Kẻ $FI \perp AC$ tại I. Chứng minh $\dfrac{IF}{IC} = \dfrac{FA}{FC}$

Bài 18: Cho ΔABC vuông tại A, biết $AB = 3\,cm, BC = 5\,cm$.

Tia phân giác góc ABC cắt AC tại D. *(Hình 30)*

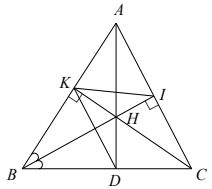


Hình 30

a) Vẽ tia Cx vuông góc với BD tại E và tia Cx cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh $\Delta ABD \backsim \Delta EBC$.

b) Tia FD cắt BC tại H. Kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với AB tại M. Chứng minh $MH.AB = FH.MB$

Bài 19: Cho ΔKBC vuông tại K có $KB < KC$. Tia phân giác góc B cắt KC tại H. Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BH tại I.



Hình 31

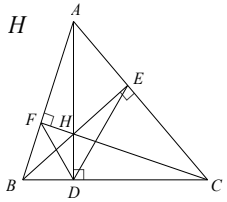
a) Chứng minh $\Delta BHK \backsim \Delta CHI$ *(Hình 31)*

b) Chứng minh $CI^2 = IH.IB$

c) Tia BK cắt CI tại A, tia AH cắt BC tại D.

Chứng minh KC là phân giác IKD.

Bài 20: Cho ΔABC nhọn có ba đường cao AD, BE và CF cắt nhai tại H



Hình 32

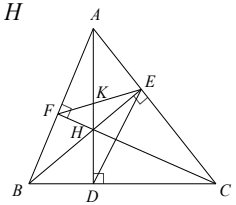
a) Chứng minh $BD.BC = BF.BA$ *(Hình 32)*

b) Chứng minh $\Delta BDF \backsim \Delta BAC$ từ đó suy ra $BDF = BAC$

c) Chứng minh $CDE = BAC$

d) Chứng minh DH là tia phân giác FDE

Bài 21: Cho ΔABC nhọn, các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H



Hình 33

a) Chứng minh $AF.AB = AE.AC$ và $AEF = ABC$ *(Hình 33)*

b) Chứng minh EB là phân giác DEF

c) Gọi giao điểm của AD và EF là K.

Chứng minh $AK.HD = HK.AD$

Bài 3. ĐỊNH LÍ PYTHAGORE VÀ ỨNG DỤNG

A. LÝ THUYẾT.

1) Định lí Pythagore.

♣ Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

Chú ý:

♣ Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

2. Ứng dụng của định lí Pythagore.

Nhận xét:

♣ Nếu ΔABC vuông tại A có đường cao AH thì $AH.BC = AB.AC$

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Cho ΔABC vuông tại A. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $AB^2 + BC^2 = AC^2$ b) $BC^2 - AC^2 = AB^2$

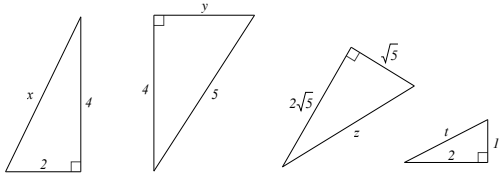
c) $AC^2 + BC^2 = AB^2$ d) $BC^2 - AB^2 = AC^2$

Bài 2: Những bộ ba số đo nào dưới đây là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông?

a) $1\,cm,\ 1\,cm,\ 2\,cm$ b) $2\,cm,\ 4\,cm,\ 20\,cm$

c) $5\,cm,\ 4\,cm,\ 3\,cm$ d) $2\,cm,\ 2\,cm,\ 2\sqrt{2}\,cm$

Bài 3: Tính độ dài x, y, z, t trong các hình sau



Hình 5

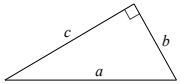
Bài 4: Cho ΔABC cân tại đỉnh A, chiều ao $AH = 3\,cm$ và cạnh đáy $BC = 10\,cm$. Hãy tính độ dài các cạnh bên AB, AC

Bài 5: Hãy tính diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng $8\,cm$ và đường chéo dài $17\,cm$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm.

Câu 1: Câu nào thể hiện đúng định lí Pythagore cho *Hình 6.*



Hình 6

A. $a^2 = b^2 + c^2$ **B.** $b^2 = a^2 + c^2$

C. $c^2 = a^2 + b^2$ **D.** $a^2 + c^2 = 2a^2$

Câu 2: Chọn câu đúng trong các câu sau

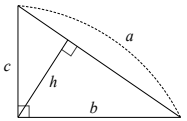
A. Định lí Pythagore chỉ áp dụng cho tam giác vuông.

B. Định lí Pythagore chỉ áp dụng cho tam giác cân.

C. Định lí Pythagore chỉ áp dụng cho tam giác đều

D. Định lí Pythagore chỉ áp dụng cho tất cả các tam giác.

Câu 3: Cho *Hình 7.* Công thức đúng để tính chiều cao h là

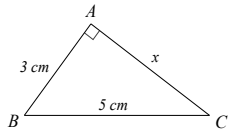


Hình 7

A. $h^2 = b^2 + a^2$ **B.** $h^2 = b^2 + c^2$

C. $h^2 = a^2 + c^2$ **D.** $h = \dfrac{b.c}{a}$

Câu 4: Độ dài x trong *Hình 8* là

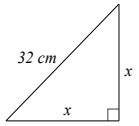


Hình 8

A. $4\,cm$ **B.** $5\,cm$

C. $3\,cm$ **D.** $6\,cm$

Câu 5: Độ dài x trong *Hình 9* là

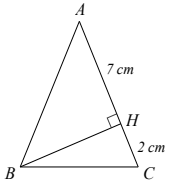


Hình 9

A. $16\,cm$ **B.** $\sqrt{512}\,cm$

C. $20\,cm$ **D.** $\sqrt{32}\,cm$

Câu 6: Độ dài cạnh BC trong ΔABC cân tại A ở *Hình 10* là:



Hình 10

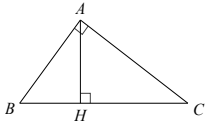
A. $7\,cm$ **B.** $5\,cm$

C. $6\,cm$ **D.** $4\,cm$

Câu 7: Độ dài đường cao trong tam giác đều cạnh $a\,(cm)$ là:

A. $\dfrac{a}{2}(cm)$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}(cm)$

C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}(cm)$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}(cm)$



Hình 11

Câu 8: Cho *Hình 11.* Chọn hệ thức sai

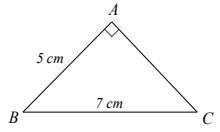
A. $AB^2 + CH^2 = AC^2 + BH^2$ **B.** $AH^2 = AC^2 - HC^2$

C. $AB^2 - AC^2 = BH^2 - HC^2$ **D.** $BC^2 = BH^2 + HC^2$

II. Tự luận.

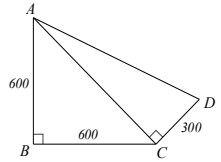
Bài 1: Cho ΔABC với kích thước như *Hình 12.*

Tính độ dài cạnh AC



Hình 12

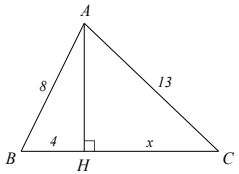
Bài 2: Tính độ dài AD trong *Hình 13.*



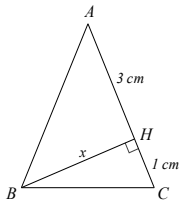
Hình 13

Bài 3: Tính độ dài x trong các *Hình 14, 15, 16* sau

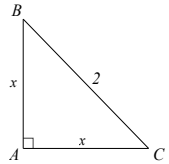
(Hình 15, ΔABC cân tại A)



Hình 14



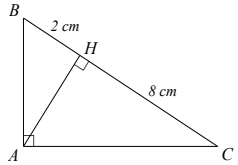
Hình 15



Hình 16

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A. Kẻ $AH \perp BC$ tại H.

Tính độ dài AH, biết $HB = 2\,cm, HC = 8\,cm$ *(Hình 17)*



Hình 17

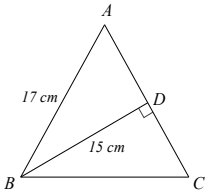
Bài 5: Cho ΔABC cân tại A có $AB = AC = 17\,cm$. Kẻ $BD \perp AC$.

Tính cạnh BC biết $BD = 15\,cm$ *(Hình 18)*

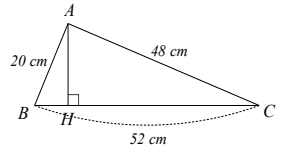
Bài 6: Cho ΔABC có $BC = 52\,cm, AB = 20\,cm, AC = 48\,cm$

a) Chứng minh ΔABC vuông tại A *(Hình 19)*

b) Kẻ $AH \perp BC$. Tính AH



Hình 18

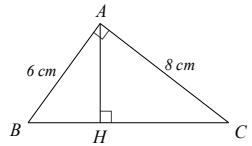


Hình 19

Bài 7: Cho ΔABC vuông tại A. Kẻ $AH \perp BC$

a) Chứng minh rằng $AB^2 + CH^2 = AC^2 + BH^2$ *(Hình 20)*

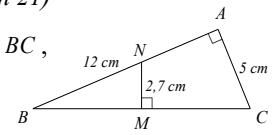
b) Giả sử $AB = 6\,cm, AC = 8\,cm$. Tính AH, BH, HC



Hình 20

Bài 8: Cho ΔABC vuông tại A có $AC = 5\,cm, AB = 12\,cm$. *(Hình 21)*

Từ trung điểm M của cạnh BC kẻ đường thẳng vuông góc với BC, cắt cạnh AB tại N. Biết $MN = 2,7\,cm$. Tính NB



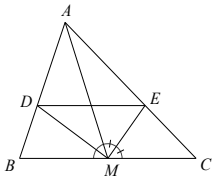
Hình 21

Các bài toán có sử dụng đường phân giác

Bài 1: Cho ΔABC có AM là trung tuyến. Gọi MD và ME lần lượt là phân giác của AMB, AMC *(Hình 22)*

a) Chứng minh $DE // BC$

b) Tìm điều kiện của ΔABC để DE là đường trung bình của ΔABC.



Hình 22

Bài 2: Cho ΔDEF có $DE = 6\,cm, DF = 12\,cm$. Trên cạnh DF lấy điểm B sao cho $BD = 3\,cm$ *(Hình 23)*

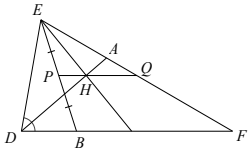
a) Chứng minh $\Delta EBD \backsim \Delta FDE$

b) Kẻ phân giác trong DA của ΔDEF.

Chứng minh $AE.DF = AF.DE$

c) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BE và FE.

Gọi H là giao điểm PQ và DA. Chứng minh $\dfrac{HP.DF}{HQ.DE} = 1$



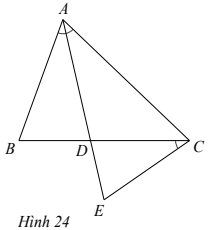
Hình 23

Bài 3: Cho ΔABC có đường phân giác trong AD. Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $ECD = BAD$. *(Hình 24)*

a) Chứng minh $AD.DE = BD.CD$

b) Chứng minh $AD.AE = AB.AC$

c) Chứng minh $AD^2 = AB.AC - BD.CD$



Hình 24

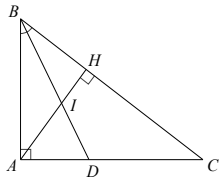
Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 6\,cm, AC = 8\,cm$.

Đường cao AH và phân giác BD cắt nhau tại I. *(Hình 25)*

a) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ từ đó suy ra $AB^2 = BH.BC$

b) Chứng minh $\dfrac{IH}{IA} = \dfrac{AD}{CD}$

c) Tính diện tích ΔBCD



Hình 25

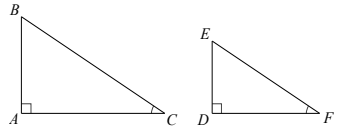
Bài 4. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

A. LÝ THUYẾT

1) Áp dụng các trường hợp đồng dạng của tam giác vào tam giác vuông

Định lí 1.

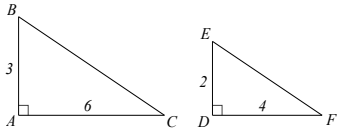
♣ Nếu một góc nhọn của tam giác vuông này bằng một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau. *(Hình 1)*



Hình 1

Định lí 2.

♣ Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau. *(Hình 2)*



Hình 2

2) Trường hợp đồng dạng đặc biệt của hai tam giác vuông

Định lí:

♣ Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

Chú ý:

♣ Nếu $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số k và $AH, A'H'$ lần lượt là các đường cao của ΔABC và $\Delta A'B'C'$ thì $\Delta ABH \backsim \Delta A'B'H'$ theo tỉ số k và $\dfrac{AH}{A'H'} = k$.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Điều kiện nào dưới đây chứng tỏ rằng hai tam giác vuông đồng dạng?

a) Một góc nhọn của một tam giác này bằng một góc nhọn của tam giác kia.

b) Cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác này tỉ lệ với cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác kia.

c) Một cạnh góc vuông của tam giác này bằng một cạnh góc vuông của tam giác kia

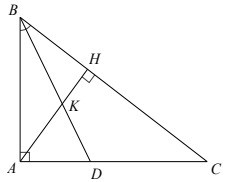
Bài 5: Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 4,5\,cm, BC = 7,5\,cm$. Kẻ đường cao AH.

Tia phân giác góc B cắt AC tại D, cắt AH tại K. *(Hình 26)*

a) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ từ đó suy ra $AB.AH = AC.BH$

b) Tính độ dài các đoạn thẳng AH, BH, CH

c) Chứng minh $\dfrac{KH}{KA} = \dfrac{DA}{DC}$



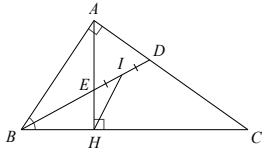
Hình 26

Bài 6: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Đường phân giác ABC cắt AC tại D và cắt AH tại E. *(Hình 27)*

a) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ và $AB^2 = BC.BH$

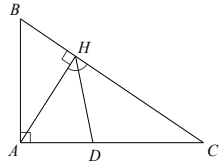
b) Biết $AB = 9\,cm, BC = 15\,cm$. Tính $DC,\ AD$

c) Gọi I là trung điểm của ED. Chứng minh $BIH = ACB$



Hình 27

Bài 7: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH, tia phân giác AHC cắt AC tại D. Chứng minh $\dfrac{HB}{HC} = \dfrac{AD^2}{DC^2}$ *(Hình 28)*



Hình 28

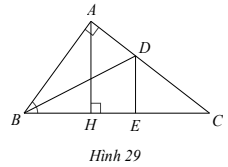
Bài 8: Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 3\,cm, AC = 4\,cm$, đường cao AH. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $AB = BE$

a) Chứng minh $\Delta HBA \backsim \Delta ABC$ *(Hình 29)*

b) Chứng minh $BE^2 = BH.BC$

c) Tính BC và AH

d) Tia phân giác ABC cắt AC tại D. Tính $\dfrac{S_{CED}}{S_{ABC}}$



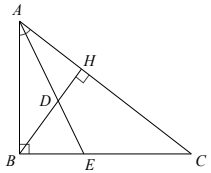
Hình 29

Bài 9: Cho ΔABC vuông tại B, đường cao BH

a) Chứng minh $\Delta ABH \backsim \Delta ACB$ suy ra $AB^2 = AH.AC$

b) Tính AC, BH biết $AB = 6\,cm, BC = 8\,cm$

c) Đường phân giác của góc CAB cắt BH và BC lần lượt tại D và E. Chứng minh $DH.EC = EB.DB$



Hình 30

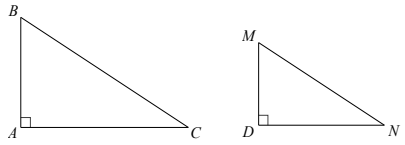
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Cho *Hình 8.* ΔABC và ΔDMN cần thêm yếu tố nào để $\Delta ABC \backsim \Delta DMN$.

A. $AB = DM$ **B.** $BC = MN$

C. $B = M$ **D.** $\dfrac{AC}{DN} = 2$



Hình 8

Câu 2: Cho *Hình 8.* $\Delta ABC \backsim \Delta DMN$ *(cạnh huyền – cạnh góc vuông)* thì cần thêm yếu tố nào sau đây?

A. $\dfrac{AB}{DM} = \dfrac{AC}{DN}$ **B.** $\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{MN}{DN}$

C. $B = M$ **D.** Cả ba câu trên đều đúng

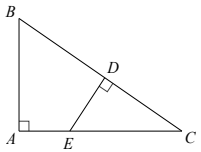
Câu 3: $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ theo tỉ số đồng dạng $k = 3$ thì tỉ số chiều cao h của ΔABC với chiều cao h' của $\Delta A'B'C'$ là:

A. $\dfrac{h}{h'} = \dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{h}{h'} = 6$ **C.** $\dfrac{h}{h'} = -3$ **D.** $\dfrac{h}{h'} = 3$

Câu 4: Cho *Hình 9.* $\Delta ABC \backsim \Delta DEC$ theo trường hợp nào?

A. Góc – góc **B.** Cạnh – góc – cạnh

C. Góc – cạnh **D.** Cạnh – cạnh – cạnh

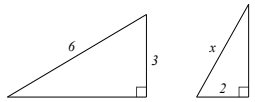


Hình 9

Câu 5: *Hình* 10. Độ lớn x bằng bao nhiêu để hai tam giác đồng dạng

A. $x = 3$ **B.** $x = 4$

C. $x = \dfrac{5}{2}$ **D.** $x = \dfrac{3}{2}$



Hình 10

Câu 6: Cho *Hình 11.* Có những cặp tam giác đồng dạng là

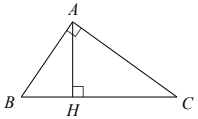
A. $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ **B.** $\Delta ABC \backsim \Delta HAC$

C. $\Delta HBA \backsim \Delta HAC$ **D.** Cả ba câu A, B, C đều đúng

Câu 7: Cho *Hình 11.* Biết $AB = 3, AC = 4, BC = 5$. Khi đó AH là

A. $AH = \dfrac{20}{3}$ **B.** $AH = \dfrac{12}{5}$

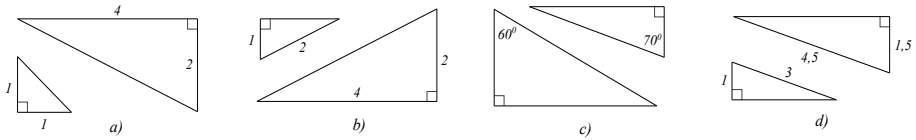
C. $AH = 2$ **D.** $AH = 6$



Hình 11

d) Hai cạnh góc vuông của tam giác này tỉ lên với hai cạnh góc vuông của tam giác kia.

Bài 2: Cặp tam giác nào đồng dạng với nhau trong *Hình 6?*



Hình 6

Bài 3: Cho góc nhọn xOy, các điểm A, N nằm trên tia Ox, các điểm B, M nằm trên tia Oy sao cho AM, BN lần lượt vuông góc với Oy, Ox. Chứng minh rằng $\Delta OAM \backsim \Delta OBN$

Bài 4: Cho hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ thỏa mãn $AC = 3AB$ và $B'D' = 3A'B'$

a) Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$

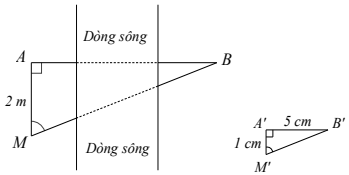
b) Nếu $A'B' = 2AB$ và diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $2\,m^2$ thì diện tích hình chữ nhật $A'B'C'D'$ là bao nhiêu?

Bài 5: Cho $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số k. Gọi $A'H'$ và AH lần lượt là các đường cao đỉnh A' và A của $\Delta A'B'C'$ và ΔABC. Chứng minh rằng:

a) $\dfrac{A'H'}{AH} = k$

b) Diện tích $\Delta A'B'C'$ bằng k^2 lần diện tích ΔABC.

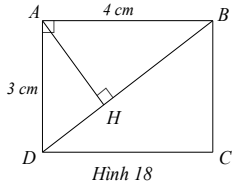
Bài 6: Một người ở vị trí điểm A muốn đo khoảng cách đến điểm B ở bên kia sông mà không thể qua sông được. Sử dụng giác kế, người đó xác định được một điểm M trên bờ sông sao cho $AM = 2\,m$ và $AM \perp AB$ và đo được số đo AMB. Tiếp theo, người đó vẽ trên giấy $\Delta A'M'B'$ vuông tại A' có $A'M' = 1\,cm, A;M'B' = AMB$ và đo được $A'B' = 5\,cm$. Hỏi khoảng cách từ A đến B là bao nhiêu mét?



Hình 7

b) Chứng minh $AD^2 = DH.DB$

c) Tính độ dài đoạn AH



Hình 18

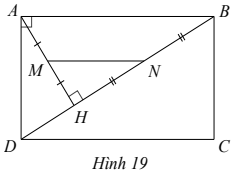
Bài 5: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4\,cm, AD = 3\,cm$.

Vẽ đường cao AH của ΔADB *(Hình 18)*

a) Chứng minh $\Delta AHB \backsim \Delta BCD$

b) Chứng minh $AD^2 = DH.DB$

c) Tính độ dài đoạn thẳng DH và AH



Hình 19

Bài 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB > AD$. Kẻ $AH \perp BD$ tại H.

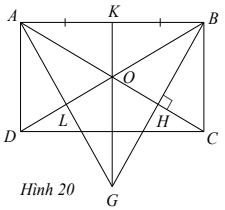
Cho biết $HD = 4\,cm, BD = 16\,cm$ *(Hình 19)*

a) Chứng minh $\Delta AHD \backsim \Delta BAD$

b) Tính AD

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH.

Chứng minh $MH.CD = AH.MN$



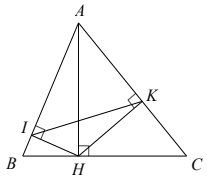
Hình 20

Bài 7: Cho hình chữ nhật $ABCD$ vẽ $BH \perp AC$ tại H.

a) Chứng minh $\Delta ABH \backsim \Delta ACB$ *(Hình 20)*

b) Gọi O là giao điểm AC và BD, K là trung điểm của AB, BH cắt OK tại G, đường thẳng AG cắt OB tại L.

Chứng minh $LH \,//\, AB$



Hình 21

Bài 8: Cho ΔABC nhọn, đường cao AH. Kẻ $HI \perp AB$ và $HK \perp AC$

a) Chứng minh $AH^2 = AI.AB$ *(Hình 21)*

b) Chứng minh $\Delta AIK \backsim \Delta ACB$

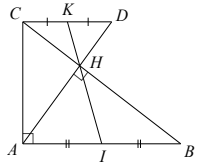
Bài 9: Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH. Qua C vẽ đường thẳng song song với AB và cắt AH tại D. Biết $AB = 20\,cm, AC = 15\,cm$

a) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ và tính BC, AH *(Hình 22)*

b) Chứng minh $AC^2 = AB.DC$

c) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB và CD.

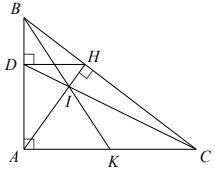
Chứng minh I, H, K thẳng hàng.



Hình 22

Bài 10: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Kẻ $HD \perp AB$ tại D. Gọi I là giao điểm của AH và CD. Đường thẳng BI cắt AC tại K. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ADH \backsim \Delta AHB$

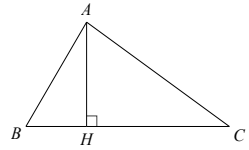


Hình 23

Câu 8: Ở *Hình 12.* Cần thêm điều kiện gì để $AH^2 = BH.CH$

A. $BAC = 90^0$ **B.** $BAH = ACB$

C. $\frac{AC}{AB} = \frac{AH}{BH}$ **D.** Cả A, B, C đều đúng

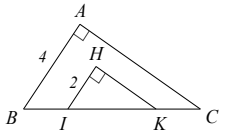


Hình 12

Câu 9: Cho *Hình 13.* Biết $AC \,//\, HK$. Tỉ số $\frac{S_{ABC}}{S_{HIK}}$ bằng

A. 2 **B.** 4

C. $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{4}$



Hình 13

II. Tự luận

Bài 1: Cho ΔABC có $AB = 4\,cm, AC = 3\,cm, BC = 5\,cm$. Cho AH là đường cao của ΔABC.

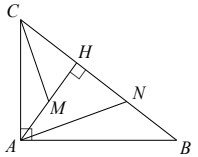
Chứng minh rằng: *(Hình 14)*

a) $AB^2 = BH.BC$ và $AC^2 = CH.BC$

b) $AH^2 = BH.CH$

c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH.

Chứng minh rằng $\Delta ANB \backsim \Delta CMA$



Hình 14

Bài 2: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. *(Hình 15)*

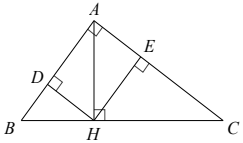
a) Chứng minh $\Delta AHB \backsim \Delta CAB$ và $AH.CB = AB.AC$

b) Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC.

Tứ giác $DHEA$ là hình gì? Vì sao?

c) Giả sử với $AB = 9\,cm, AC = 12\,cm$. Tính DE

d) Chứng minh rằng $AH^2 = DA.DB + EA.EC$



Hình 15

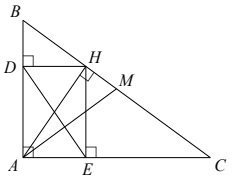
Bài 3: Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH, trung tuyến AM.

Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC. *(Hình 16)*

a) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$

b) Giả sử $HB = 4\,cm, HC = 9\,cm$. Tính AB, DE

c) Chứng minh $AD.AB = AE.AC$ và $AM \perp DE$

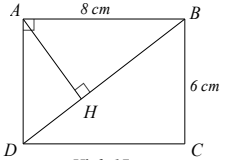


Hình 16

Bài 4: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8\,cm, BC = 6\,cm$.

Vẽ đường cao AH của ΔABD *(Hình 17)*

a) Chứng minh $\Delta AHB \backsim \Delta BCD$



Hình 17

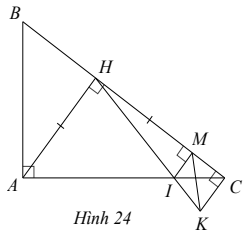
b) $AD.AB = HB.HC$

Bài 11: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. Vẽ $AH \perp BC$ tại H.

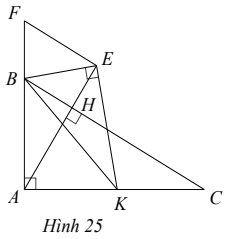
a) Chứng minh $\Delta HBA \backsim \Delta ABC$ *(Hình 24)*

b) Tính độ dài các cạnh BC và AH nếu $AB = 9\,cm, AC = 12\,cm$

c) Trên HC lấy điểm M sao cho $HM = HA$. Qua M vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại I. Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt tia phân giác IMC tại K. Chứng minh H, I, K thẳng hàng.



Hình 24



Hình 25

Bài 12: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. Trên tia AH lấy điểm E sao cho H nằm giữa A và E. Qua E kẻ đường thẳng song song với BC cắt tia AB kéo dài tại F.

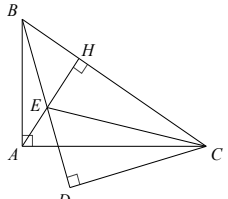
a) Chứng minh $\Delta BHA \backsim \Delta BAC$ và $AB^2 = BH.BC$ *(Hình 25)*

b) Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với EB cắt AC tại K (K nằm giữa A và C). Chứng minh $AF.BE = BK.EF$

Bài 13: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$ và đường cao AH

a) Chứng minh $\Delta BHA \backsim \Delta BAC$ *(Hình 26)*

b) Trên AH lấy điểm E. Gọi D là hình chiếu của C trên BE. Chứng minh $BH.BC = BE.BD$.



Hình 26

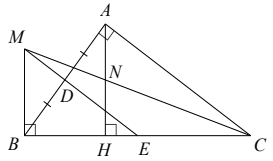
Bài 14: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, đường cao AH. *(Hình 27)*

a) Chứng minh $\Delta HAC \backsim \Delta ABC$

b) Chứng minh $HA^2 = HB.HC$

c) Gọi D và E lần lượt là trung điểm của AB, BC. Chứng minh $CH.CB = 4.DE^2$

d) Gọi M là giao điểm của đường thẳng vuông góc với BC tại B và đường thẳng DE. Gọi N là giao điểm của AH và CM. Chứng minh N là trung điểm của AH.



Hình 27

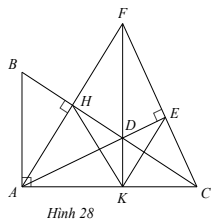
Bài 15: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. Vẽ $AH \perp BC$ tại H. Lấy D trên HC sao cho $HB = HD$. *(Hình 28)*

a) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$

b) Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt AD tại E. Chứng minh $AH.CD = CE.AD$

c) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta EDC$

d) Biết AH cắt CE tại F. Tia FD cắt cạnh AC tại K. Chứng minh KD là tia phân giác của HKE



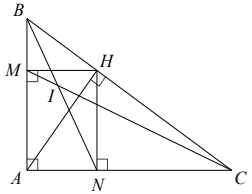
Hình 28

Bài 16: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. Đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC. *(Hình 29)*

a) Chứng minh $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$ và $AB^2 = BH.BC$

b) Chứng minh $\dfrac{AB^2}{AC^2} = \dfrac{BM}{AM}$.

c) Gọi I là giao điểm của BN và CM. Chứng minh $S_{BIC} = S_{AMIN}$



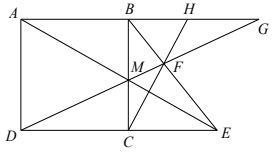
Hình 29

Bài 17: Cho hình vuông $ABCD$, M là một điểm bất kì trên cạnh BC $(M \neq B, C)$. AM cắt CD tại E. DM cắt BE tại F. DM cắt AB tại G, CF cắt BG tại H. *(Hình 30)*

a) Chứng minh $\dfrac{BH}{CE} = \dfrac{HG}{CD}$. Từ đó suy ra $\dfrac{BH}{CE} = \dfrac{BG}{DE}$

b) Chứng minh $BH.DE = AB.CD = BC.AD$

c) Chứng minh $\Delta BHC \backsim \Delta DEA$



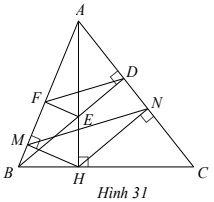
Hình 30

Bài 18: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Đường cao AH. Qua H vẽ $HM \perp AB$ và $HN \perp AC$.

a) Chứng minh $\Delta AMH \backsim \Delta AHB$ *(Hình 31)*

b) Chứng minh $AN.AC = AH^2$

c) Vẽ đường cao BD cắt AH tại E. Qua D vẽ đường thẳng song song với MN cắt AB tại F. Chứng minh $AEF = ABC$



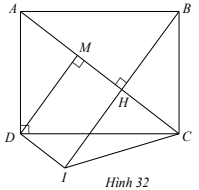
Hình 31

Bài 19: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8\,cm, BC = 6\,cm$. Kẻ $BH \perp AC$ và $DM \perp AC$ *(Hình 32)*

a) Chứng minh $\Delta ABH \backsim \Delta ACB$ và suy ra $AC.AH = AB^2$

b) Tính độ dài AC, BH, CH

c) Gọi I sao cho H là trung điểm của BI.



Hình 32

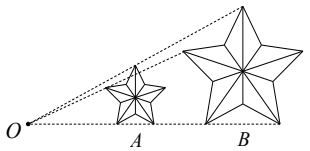
Bài 5. HÌNH ĐỒNG DẠNG

A. LÝ THUYẾT.

1) Hình đồng dạng, hình đồng dạng phối cảnh.

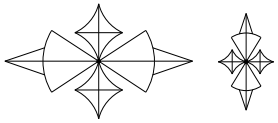
♣ Các cặp hình phóng to – thu nhỏ như trên được gọi là Các hình đồng dạng phối cảnh. Điểm đồng quy O trong mỗi hình được gọi là tâm phối cảnh của các cặp hình.

Trong *Hình 2,* ta nói *Hình A* đồng dạng phối cảnh với *Hình B* theo tỉ số đồng dạng $k = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{2}$.



Hình 2

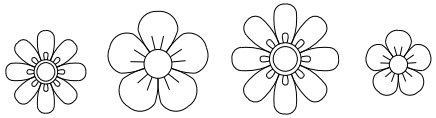
♣ Trong cặp hình phòng to – thu nhỏ nếu thay đổi vị trí của một hình đi thì chúng vẫn có hình dạng giống nhau. Khi đó chúng được gọi là hình đồng dạng *(Hình 3)*


Hình 3

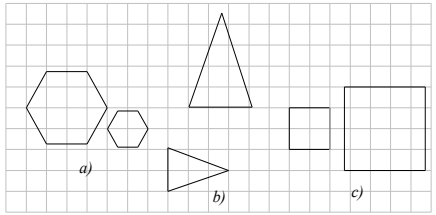
B. BÀI TẬP MẪU (SGK)

Bài 1: Lấy một điểm O nằm ngoài một đoạn thẳng AB. Hãy vẽ hình đồng dạng phối cảnh tâm O của đoạn thẳng AB theo tỉ số đồng dạng $\frac{1}{2}$

Bài 2: Biết rằng mỗi hình dưới đây đồng dạng với một hình khác. Hãy tìm các cặp hình đồng dạng đó.

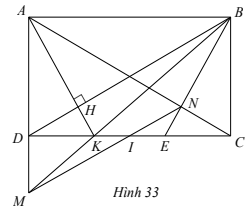

a) *b)* *c)* *d)*

Bài 3: Trong các cặp hình đồng dạng dưới đây, cặp hình nào là đồng dạng phối cảnh


a) *b)* *c)*

Chứng minh $DM = IH$ và $ACID$ là hình thang cân.

Bài 20: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB > AD$. Kẻ $AH \perp BD$, AH cắt CD tại K



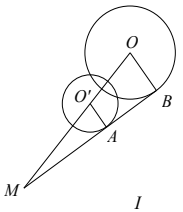
Hình 33

a) Chứng minh $\Delta AHD \backsim \Delta BAD$. Tính AB biết $AD = 5\,cm, AH = 4\,cm$

b) Chứng minh $HA^2 = HB.HD$

c) Gọi I là trung điểm của CD. Tia BK cắt AD tại M, tia MI cắt AC tại N, tia BN cắt CD tại E. Chứng minh $DK = CE$

Bài 6: Cho *Hình* bên. Đường trong tâm O và đường tròn tâm O' là hai hình đồng dạng phối cạnh. Tỉ số đồng dạng là:

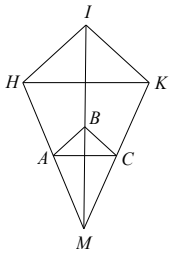


A. $\frac{AB}{MA}$ **B.** $\frac{AB}{MB}$

C. $\frac{MA}{MB}$ **D.** $\frac{OO'}{AB}$

Câu 7: *Hình* bên. ΔABC có $AB=3\,cm, BC=4\,cm, AC=6\,cm.$

ΔABC là hình đồng dạng phối cảnh với ΔHIK với tỉ số $\frac{MB}{MI}=\frac{1}{2}$.



Chu vi ΔHIK là:

A. $13\,cm$ **B.** $26\,cm$

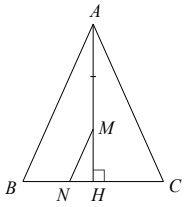
C. $12\,cm$ **D.** $24\,cm$

Câu 8: Lấy hai hình nào dưới đây ta luôn được một cặp hình đồng dạng vừa đồng dạng phối cảnh.

A. Hình vuông **B.** Hình thoi

C. Hình tròn **D.** Tam giác đều

Câu 9: Cho hình bên biết $M\in AH$ thỏa mãn $AM=2MH$ và $MN\,//\,BC$



Chọn câu đúng trong các câu sau:

A. ΔHMN đồng dạng phối cảnh với ΔHAC, tâm phối cảnh H

B. ΔHMN đồng dạng phối cảnh với ΔHAB, tâm phối cảnh H

C. ΔHAB đồng dạng phối cảnh với ΔHAC, tâm phối cảnh H

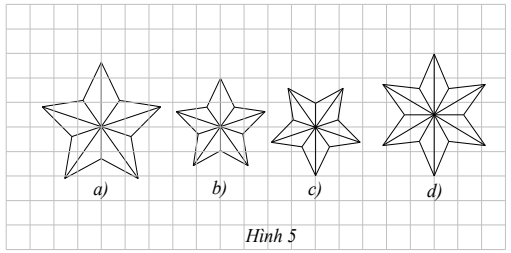
D. Cả ba câu trên đều đúng.

II. Tự luận.

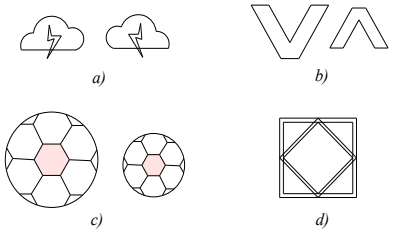
Bài 1: Cho *Hình 5.*

a) Chỉ ra các hình đồng dạng.

b) Chỉ ra các hình đồng dạng phối cảnh.



Hình 5

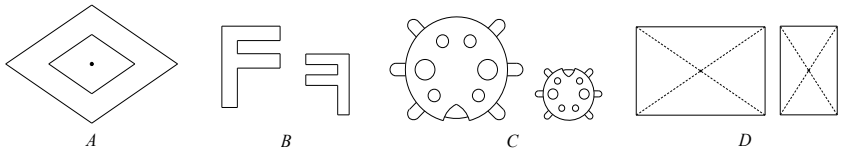


Hình 6

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

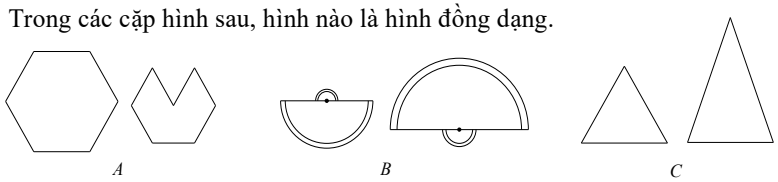
I. Trắc nghiệm

Câu 1: Trong các cặp hình sau, hình nào là hình đồng dạng phối cảnh



A. Hình A **B.** Hình B **C.** Hình C **D.** Hình D

Câu 2: Trong các cặp hình sau, hình nào là hình đồng dạng.



A. Hình A **B.** Hình B **C.** Hình C **D.** Không có hình nào

Câu 3: Sự khác nhau giữ hình đồng dạng và hình đồng dạng phối cảnh,

A. Hình đồng dạng phối cảnh có thể tìm được tâm phối cảnh, còn hình đồng dạng thì không.

B. Hình đồng dạng phối cảnh không có tâm phối cảnh, hình đồng dạng có tâm phối cảnh.

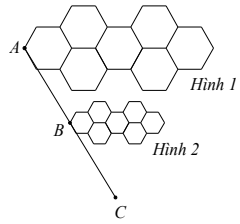
C. Hình đồng dạng phối cảnh và hình đồng dạng đều cho ta những hình ảnh giống nhau.

D. Hình đồng dạng phối cảnh cho ta ảnh sau to hơn ảnh trước, hình đồng dạng cho a ảnh sau nhỏ hơn ảnh trước.

Câu 4: Hình A đồng dạng phối cảnh với hình B theo tỉ số đồng dạng là $k=\frac{2}{3}$ thì hình B đồng dạng phối cảnh với hình A theo tỉ số đồng dạng là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Câu 5: Cho *Hình* bên. Biết *Hình 1* đồng dạng phối cảnh với *Hình 2* với tỉ số đồng dạng là 2. Khi đó tỉ số nào sau đây là đúng



A. $\frac{AB}{BC}=2$ **B.** $\frac{AB}{AC}=2$

C. $\frac{AC}{AB}=2$ **D.** $\frac{BC}{BA}=2$

Chương VI. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

Bài 1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU

A. LÝ THUYẾT.

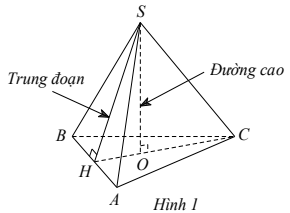
1) Hình chóp tam giác đều.

♣ Hình chóp tam giác đều có đáy là một tam giác đều, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau, chung một đỉnh. Đỉnh chung này gọi là đỉnh của hình chóp tam giác.

♣ Trong *Hình 1.* $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều.

+ Đoạn thẳng nối từ đỉnh và trọng tâm của tam giác đáy gọi là đường cao của hình chóp tam giác đều.

+ Đường cao vẽ từ đỉnh của mỗi mặt bên gọi là trung đoạn của tam giác đều.



Hình 1

Chú ý:

♣ Hình chóp tam giác đều có:

+ Đáy là tam giác đều.

+ Mặt bên là các tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh.

+ Chân đường cao kẻ từ đỉnh tới mặt đáy là điểm các đều các đỉnh của tam giác đáy.

2. Diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp tam giác đều.

♣ Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều là:

$S_{xq} = p.d$. Trong đó: p là nửa chu vi đáy, d là trung đoạn.

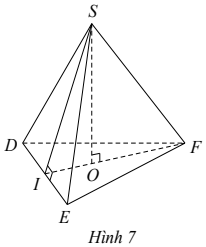
3. Thể tích của hình chóp tam giác đều.

♣ Thể tích của hình chóp tam giác đều bằng $\frac{1}{3}$ diện tích mặt đáy nhân với chiều cao.

$V = \frac{1}{3}.S_d.h$. Trong đó: S_d: diện tích đáy và h là chiều cao của hình chóp.

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Gọi tên đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy, đường cao và một trung đoạn của hình chóp tam giác đều tròn *Hình 7*

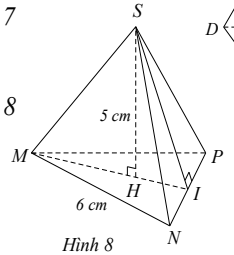


Hình 7

Bài 2: Cho hình chóp tam giác đều $S.MNP$ như *Hình 8*

a) Tính diện tích tam giác MNP

b) Tính thể tích hình chóp $S.MNP$ biết $\sqrt{27} \approx 5{,}19$

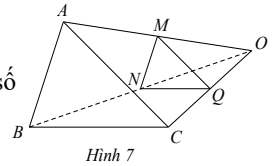


Hình 8

Bài 2: Cho *Hình 6.*

a) Hãy chỉ ra các hình đồng dạng phối cảnh.

b) Chỉ ra các hình đồng dạng.



Hình 7

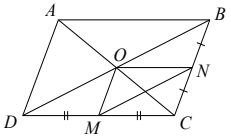
Bài 3: *Hình 7.* ΔMNQ đồng dạng phối cảnh với ΔABC theo tỉ số $k = \frac{1}{2}$. Hãy cho biết các tỉ số sau:

a) $\frac{MN}{AB}$ b) $\frac{CO}{CQ}$ c) $\frac{ON}{NB}$

Bài 4: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao hai đường chéo. Lấy M, N lần lượt là trung điểm trên DC, BC. *(Hình 8)*

a) Chỉ ra những tam giác đồng dạng trong hình.

b) ΔABD đồng dạng phối cảnh với tam giác nào, xác định tâm phối cảnh và tỉ số.



Hình 8

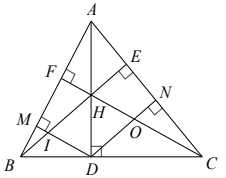
Bài 5: Cho ΔABC nhọn có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

Từ D hạ DM, DN lần lượt vuông góc vuống AB, AC cắt BE, CF lần lượt tại I và O

a) Chỉ ra các tam giác đồng dạng phối cảnh và tâm phối cảnh

b) ΔABC đồng dạng với những tam giác nào?

c) ΔAEF có đồng dạng với ΔAMN không?



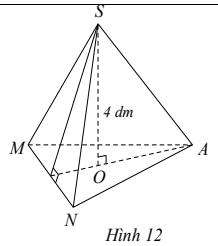
Hình 9

Câu 8: Cho hình chóp tam giác đều như *Hình 12*

Biết thể tích là 12 lít. Diện tích ΔAMN bằng.

A. $3\,dm^2$ **B.** $9\,dm^2$

C. $6\,dm^2$ **D.** $12\,dm^3$

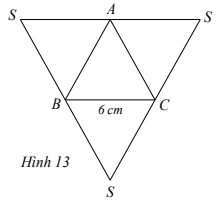


Hình 12

Câu 9: Một hình chóp tam giác đều có các mặt bên cũng là các tam giác đều với cạnh bằng $6\,cm$. Vậy khi ghép lại thành hình chóp tam giác thì thể tích là bao nhiêu? *(Hình 13)*

A. $\frac{\sqrt{27}.\sqrt{24}}{2}\,cm^3$ **B.** $\frac{\sqrt{27}}{3}\,cm^3$

C. $\frac{\sqrt{24}}{2}\,cm^3$ **D.** $\frac{\sqrt{27}.\sqrt{24}}{3}\,cm^3$



Hình 13

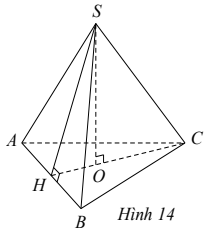
II. Tự luận.

Bài 1: Cho hình chóp tam giác đều như *Hình 14*

a) Kể tên các mặt bên và cho biết mặt bên là hình gì?

b) Kể tên đường cao và trung đoạn

c) Viết công thức tính diện tích xung quanh, thể tích theo tên các cạnh có trong hình

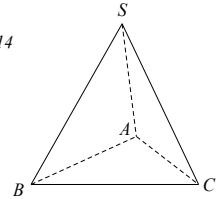


Hình 14

Bài 2: Hình chóp tam giác đều như *Hình 15*

a) Vẽ thêm trung đoạn SH ở mặt SAB của hình chóp.

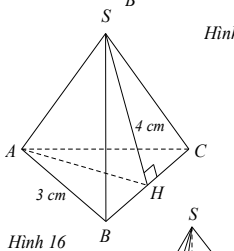
b) Vẽ thêm đường cao SO của hình chóp tam giác đều



Hình 15

Bài 3: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy dưới là $3\,cm$ và trung đoạn là $4\,cm$ *(Hình 16)*

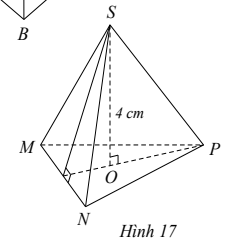
Tính diện tích xung quanh của hình chóp $S.ABC$



Hình 16

Bài 4: Cho hình chóp tam giác đều có diện tích đáy là $12\,m^2$ và chiều cao là $4\,cm$. *(Hình 17)*

Tính thể tích của hình chóp tam giác đều đó.



Hình 17

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Hình chóp tam giác đều có đáy là hình gì?

A. Hình thoi **B.** Hình vuông **C.** Tam giác đều **D.** Tam giác

Câu 2: Thể tích của hình chóp tam giác đều bằng:

A. Diện tích đáy nhân với chiều cao. **B.** $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao

C. $\frac{1}{2}$ chiều cao nhân với diện tích đáy **D.** $\frac{3}{2}$ diện tích đáy nhân với chiều cao

Câu 3: Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng

A. Nửa chu vi đáy nhân với đường cao **B.** Chu vi đáy nhân với trung đoạn

C. Nửa chu vi đáy nhân với trung đoạn **D.** Chu vi đáy nhân với chiều cao

Câu 4: Các mặt bên của hình chóp tam giác đều có diện tích như thế nào?

A. Bằng nhau **B.** Khác nhau **C.** Đều bằng 3 **D.** Cả A, B, C đều sai

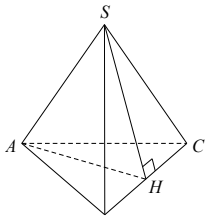
Câu 5: Cho hình chóp tam giác đều như *Hình 9*

A. SH là đường cao

B. SH là trung đoạn

C. AH là đường cao

D. AH là trung đoạn

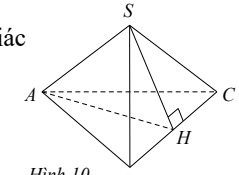


Hình 9

Câu 6: Cho Hình chóp tam giác $S.ABC$ như *Hình 10.* Biết $AB = 4\,cm, SH = 3\,cm$. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác $S.ABC$ là

A. $12\,cm^2$ **B.** $18\,cm^2$

C. $6\,cm^2$ **D.** $24\,cm^2$



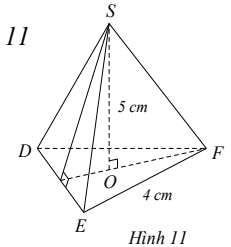
Hình 10

Câu 7: Hình chóp tam giác đều $S.DEF$ có kích thước như *Hình 11*

Thể tích của hình chóp $S.DEF$ là:

A. $V = \frac{20}{3}\,cm^3$ **B.** $\frac{10}{3}\,cm^3$

C. $20\,cm^3$ **D.** $10\,cm^3$



Hình 11

c) Tính chiều cao SO của hình chóp

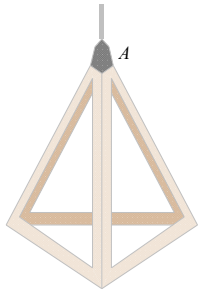
d) Tính thể tích của hình chóp

Bài 11: Một chiếc đèn thả trang trí như *Hình 24.*

Bạn Nam đo và nhận thấy các cạnh đều có cùng độ dài là $20\,cm$

a) Tính diện tích xung quanh của chiếc đèn

b) Bạn Nam đọc và thấy rằng khi treo đèn thì khoảng cách từ đáy của đèn cách mặt trần là $1\,m$ là tốt nhất. Vậy bạn Nam cần đưa đoạn dây điện từ đầu đèn (Vị trí A) tới mặt trần là bao nhiêu?

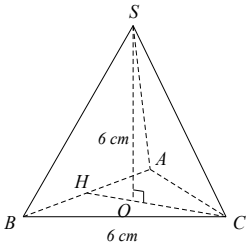


Hình 24

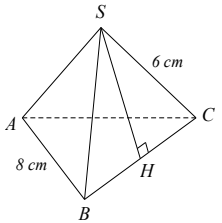
Bài 5: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như *Hình 18* có

$BC = 6\,cm$ và chiều cao $SO = 6\,cm$

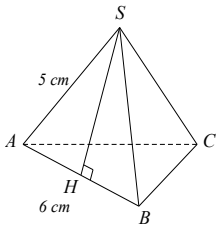
Tính thể tích của hình chóp tam giác đều



Hình 18



Hình 19



Hình 20

Bài 6: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên $SC = 6\,cm$, cạnh đáy $AB = 8\,cm$

a) Tính trung đoạn của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ *(Hình 19)*

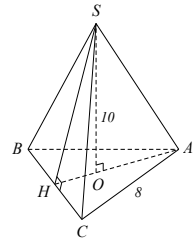
b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều.

Bài 7: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $6\,cm$, độ dài các cạnh bên là $5\,cm$. Tính diện tích xung quanh của hình chóp đó.

Bài 8: Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như *Hình 21* có cạnh đáy $AC = 8\,cm$ và chiều cao $SO = 10\,cm$

a) Tính diện tích đáy của hình chóp $S.ABC$

b) Tính thể tích của hình chóp $S.ABC$



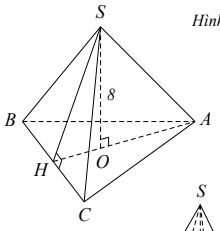
Hình 21

Bài 9: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ như *Hình 22.*

Có diện tích đáy là $5\sqrt{75}\,cm^2$ và chiều cao là $SO = 8\,cm$

a) Tính thể tích của hình chóp $S.ABC$

b) Tính cạnh đáy của hình chóp tam giác đều.

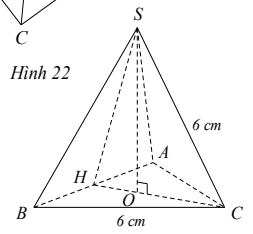


Hình 22

Bài 10: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng với cạnh đáy và đều bằng $6\,cm$ *(Hình 23)*

a) Tính trung đoạn của hình chóp.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

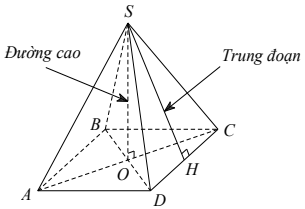


Hình 23

Bài 2. HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU.

A. LÝ THUYẾT

1) Hình chóp tứ giác đều.



Hình 1

- Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh. Đỉnh chung này là đỉnh của hình chóp tứ giác.
- *Hình 1.* Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$

Chú ý:

- Hình chóp tứ giác đều có:
  + Mặt đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau có chung đỉnh.
  + Chân đường cao kẻ từ đỉnh tới mặt đáy là điểm cách đều các đỉnh của mặt đáy (giao điểm hai đường chéo)

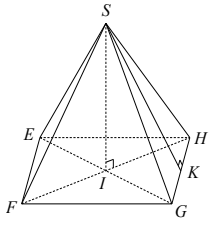
2. Diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp tứ giác đều.

- Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều bằng nửa chu vi đáy nhân với trung đoạn

  $S_{xq} = p.d$. Trong đó p là nửa chu vi đáy, d là trung đoạn

- Thể tích của hình chóp tứ giác đều bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.

  $V = \frac{1}{3}.S.h$. Trong đó S là diện tích đáy, h là chiều cao.

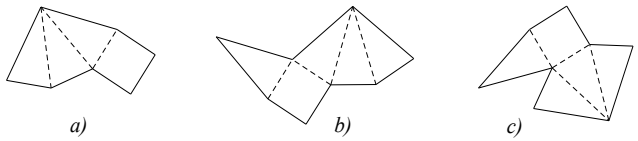


Hình 6

B. BÀI TẬP MẪU (BT SGK)

Bài 1: Hãy cho biết đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy, đường cao và một trung đoạn của hình chóp tứ giác đều $S.EFGH$ trong *Hình 6.*

Bài 2: Trong các miếng bìa ở *Hình 7.* Hình nào gấp lại cho ta một hình chóp tứ giác đều?

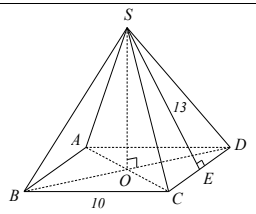

a) b) c)

Hình 7

Bài 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ như *Hình 8.*

a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

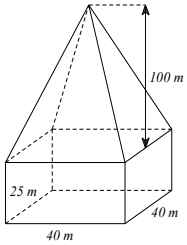
b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.



Hình 8

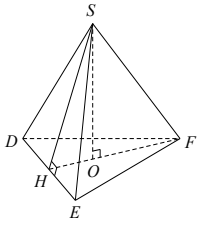
Bài 4: Bánh ít có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh $3\,cm$, cao $3\,cm$. Tính thể tích một chiếc bánh ít.

Bài 5: Một khối bê tông có dạng *Hình 9.* Phần đáy dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh $40\,cm$, chiều cao $25\,cm$. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao $100\,cm$. Tính thể tích của khối bê tông đó.

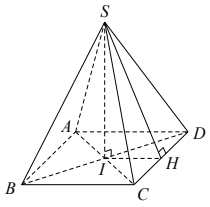


Hình 9

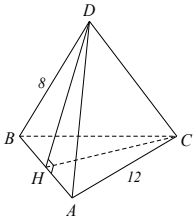
Bài 6: Gọi tên đỉnh, cạnh bên, cạnh đáy, đường cao và một trung đoạn của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều trong *Hình 10, Hình 11.*



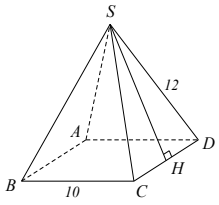
Hình 10



Hình 11



Hình 12



Hình 13

Bài 7: Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều trong *Hình 12 và Hình 13*

Bài 8: Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều, biết chiều cao bằng $9\,cm$ và chu vi đáy bằng $12\,cm$

Câu 7: Một hình chóp tứ giác đều có diện tích xung quanh là $20\,cm^2$, chu vi đáy là $6\,cm$. Khi đó trung đoạn của hình chóp là

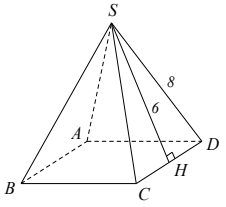
A. $\frac{20}{3}\,cm$ **B.** $\frac{10}{3}\,cm$ **C.** $\frac{3}{20}\,cm$ **D.** $\frac{3}{10}\,cm$

Câu 8: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có kích thước như *Hình 18*

Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều là

A. $12\sqrt{28}$ **B.** $28\sqrt{24}$

C. $28\sqrt{12}$ **D.** $24\sqrt{28}$



Hình 18

Câu 9: Hình chóp tứ giác đều và hình chóp tam giác đều có chiều cao bằng nhau. Biết rằng đáy của hình chóp tứ giác đều có cạnh là $4\,cm$ và đáy của hình chóp tam giác đều có cạnh là $3\,cm$. Khi đó tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là bao nhiêu, với S_1 là diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều, S_2 là diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều.

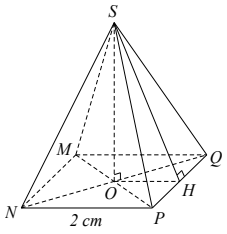
A. $\frac{16}{9}$ **B.** $\frac{9}{16}$ **C.** $\frac{8}{9}$ **D.** Cả A, B, C đều sai

II. Tự luận.

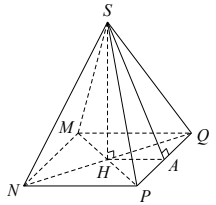
Bài 1: Cho hình chóp tứ giác đều có kích thước như *Hình 19*

a) Chỉ ra trung đoạn, chiều cao của hình chóp tứ giác đều

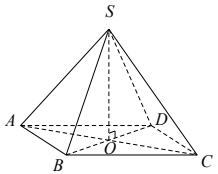
b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp $S.ABCD$. Biết $SH = 4\,cm$



Hình 19



Hình 20



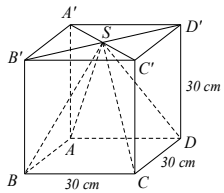
Hình 21

Bài 2: Hình chóp tứ giác đều như *Hình 20* có cạnh đáy là $8\,cm$ và trung đoạn là $10\,cm$.

a) Tính chu vi đáy của hình chóp tứ giác đều.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.

Bài 9: Từ một khúc gỗ hình lập phương cạnh $30\,cm$. Người ta cắt đi một phần gỗ để được phần còn lại là một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh $30\,cm$ và chiều cao của hình chóp cũng bằng $30\,cm$. Tính thể tích của phần gỗ bị cắt đi.



Hình 14

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

I. Trắc nghiệm

Câu 1: Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình gì?

A. Hình vuông **B.** Tam giác đều **C.** Hình thoi **D.** Hình bình hành

Câu 2: Thể tích của hình chóp tứ giác đều được tính như thế nào?

A. Bằng ba lần diện tích đáy nhân với chiều cao.

B. Bằng diện tích đáy nhân với chiều cao

C. Bằng $\frac{1}{3}$ diện tích đáy nhân với chiều cao.

D. Cả ba câu trên đều sai

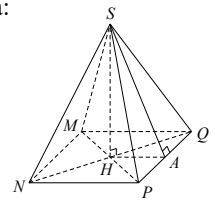
Câu 3: Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều là $S_{xq} = p.d$. Trong đó d là gì?

A. Chiều cao **B.** Nửa chu vi đáy **C.** Cạnh đáy **D.** Trung đoạn

Câu 4: Cho *Hình 15.* Trung đoạn của hình chóp tức giác $S.MNPQ$ là:

A. SH **B.** SA

C. HA **D.** NQ hoặc MP



Hình 15

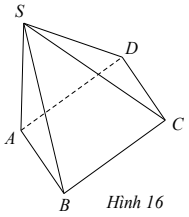
Câu 5: Diện tích xung quanh hình chóp tứ giác $S.ABCD$ ở hình bên gồm diện tích của những mặt nào?

A. Mặt $SBC, ABCD, SAB$

B. Mặt SAB, SBC, SCD, SDA

C. Mặt $SAB, SAD, SBC, ABCD$

D. Mặt $ABCD$



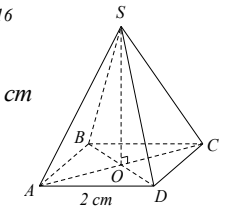
Hình 16

Câu 6: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ *Hình 17* có $SO = 3\,cm, AD = 2\,cm$

Thể tích của hình chóp này là:

A. $12\,cm^3$ **B.** $4\,cm^3$

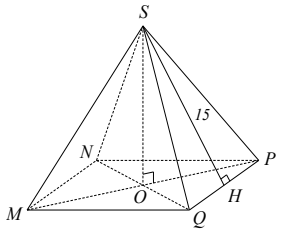
C. $3\,cm^3$ **D.** $6\,cm^3$



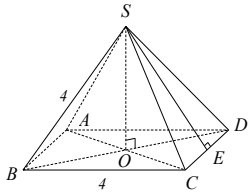
Hình 17

b) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều

Bài 10: Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $4\,cm$ *(Hình 28)*



Hình 27



Hình 28

Bài 3: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $10\,cm$, chiều cao là $8\,cm$ *(Hình 21)*

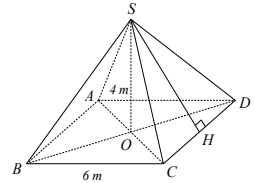
a) Tính diện tích đáy của hình chóp tứ giác đều.

b) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều.

Bài 4: Hình chóp tứ giác đều như *Hình 22* có cạnh đáy $BC = 6\,cm$, Chiều cao $SO = 4\,cm$.

a) Tính trung đoạn SH của hình chóp $S.ABCD$

b) Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp.

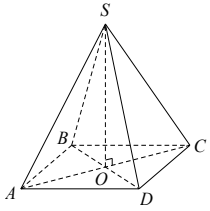


Hình 22

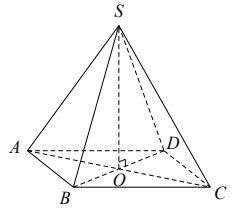
Bài 5: Cho hình chóp tức giác đều như *Hình 23.* Biết $AB = 5\,cm, SO = 4\,cm$.

a) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.



Hình 23

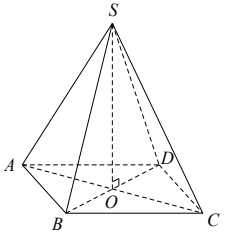


Hình 24

Bài 6: Hình chóp tứ giác đều như *Hình 24.* Biết diện tích xung quanh là $12\sqrt{34}\,cm^2$, trung đoạn $d = \sqrt{34}\,cm$.

a) Tính cạnh đáy của hình chóp tứ giác $S.ABCD$

b) Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều.



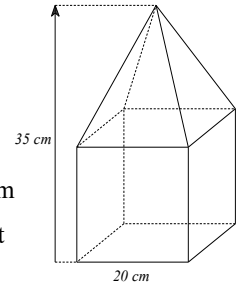
Hình 25

Bài 7: Hình chóp tứ giác đều ở *Hình 25* có thể tích là $\frac{64}{3}\,cm^3$

Chiều cao bằng cạnh đáy.

a) Tính chiều cao SO của hình chóp tứ giác đều.

b) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều.



Hình 26

Bài 8: Tính thể tích của khối gỗ như hình bên, biết rằng khối gỗ gồm một hình lập phương cạnh $20\,cm$ và một hình chóp tứ giác đều. Biết chiều cao của cả khối gỗ là $35\,cm$. *(Hình 26)*

Bài 9: Hình chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ như *Hình 27* có diện tích đáy là $100\,cm^2$. Trung đoạn $SH = 15\,cm$.

a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều