THƯ NGỎ

Gửi các em học sinh lớp 6, 7, 8, 9
Năm học 2026 – 2027

Các em học sinh thân mến!

Sau nhiều năm đồng hành cùng các thế hệ học sinh, thầy Nguyễn Dũng nhận thấy rằng: để học tốt môn Toán, các em không chỉ cần chăm chỉ mà còn cần một hệ thống kiến thức rõ ràng, phương pháp học phù hợp và những bài tập được sắp xếp từ cơ bản đến nâng cao một cách khoa học.

Chính vì vậy, trong những ngày hè này, thầy đã dành rất nhiều thời gian và nhiều đêm thức muộn để nghiên cứu chương trình, chắt lọc kiến thức, lựa chọn dạng bài, tự biên soạn và chỉnh sửa từng chuyên đề. Bộ sách Toán dành cho học sinh lớp 6, 7, 8, 9 năm học 2026 – 2027 được ra đời từ chính những trăn trở đó.

Bộ sách gồm hai phần: CƠ BẢN và NÂNG CAO. Phần Cơ bản giúp các em xây chắc nền tảng, hiểu bản chất và thành thạo những kiến thức quan trọng. Phần Nâng cao giúp các em rèn tư duy, khả năng phân tích, trình bày và chinh phục những bài toán khó hơn.

Thầy không mong các em học thật nhiều trong một ngày. Thầy mong các em học thật chắc từng kiến thức, hiểu vì sao mình làm đúng, biết mình sai ở đâu và kiên trì sửa từng lỗi nhỏ. Mỗi bài toán được giải bằng sự cố gắng hôm nay sẽ trở thành một bước tiến trên hành trình trưởng thành của các em.

Thầy cũng hy vọng bộ sách này không chỉ là một tập tài liệu để làm bài, mà sẽ trở thành một người bạn đồng hành cùng các em trong suốt năm học 2026 – 2027.

Hãy học bằng sự chủ động, làm bài bằng sự kiên trì và đừng ngại những bài toán khó. Bởi đôi khi, chính bài toán khiến chúng ta phải suy nghĩ lâu nhất lại là bài toán giúp chúng ta tiến bộ nhiều nhất.

Chúc các em một năm học mới thật nhiều năng lượng, tự tin và tiến bộ. Thầy tin rằng, nếu các em cố gắng đủ lâu, những điều tưởng như khó khăn hôm nay sẽ trở thành niềm tự hào của ngày mai.

Thân ái!
Thầy Nguyễn Dũng

KÝ TÊN SÁCH

_____

MỤC LỤC

PHẦN A. ĐẠI SỐ 2
CHƯƠNG I. SỐ HỮU TỈ. 2
Bài 1: TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ. 2
Bài 2: CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ 7
Bài 3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ. 19
Bài 4. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH QUY TẮC CHUYỂN VẾ. 26
CHƯƠNG II. SỐ THỰC 31
Bài 5. LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN 31
Bài 6. SỐ VÔ TỈ, CĂN BẬC HAI SỐ HỌC 36
Bài 7. TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC. 41
CHƯƠNG V. THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU 51
Bài 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU 51
Bài 2. BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN. 54
Bài 3. BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG 58
CHƯƠNG VI. TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ. 62
Bài 1. TỈ LỆ THỨC. 62
Bài 2. TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU. 66
Bài 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN. 75
Bài 4. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH. 87
CHƯƠNG VII. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN 101
Bài 1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ. 101
Bài 2. ĐA THỨC MỘT BIẾN. 104
Bài 3. CỘNG, TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN. 110
Bài 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN. 114
Bài 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN. 117
CHƯƠNG VIII. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC XUẤT CỦA BIẾN CỐ 120
Bài 1. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ. 120
Bài 2: LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ. 123

PHẦN A. ĐẠI SỐ

CHƯƠNG I. SỐ HỮU TỈ.

Bài 1: TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm:

Ví dụ 1: Viết các số thập phân như $-2,4$ hay hỗn số $1\frac{3}{7}$ về phân số:

Ta có $-2,4=\frac{-24}{10}=\frac{-12}{5}$ và $1\frac{3}{7}=\frac{10}{7}$

Khi đó hai phân số $\frac{-12}{5}$ và $\frac{10}{7}$ được gọi là số hữu tỉ.

Kết luận:

- Số hữu tỉ là số được viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b\in\mathbb{Z}, b\neq 0$.
- Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$.

Chú ý:

- Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối. Số đối của số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ $-\frac{a}{b}$.
- Vì các số thập phân đã biết đều viết được dưới dạng phân số thập phân nên chúng đều là các số hữu tỉ. Tương tự cho các số tự nhiên và số nguyên.

Ví dụ 2: Trong các số sau, số nào là số hữu tỉ:

$\frac{1}{-5}$ $\quad\frac{-3}{10}$ $\quad 21$ $\quad\frac{6}{0}$ $\quad-1\frac{3}{8}$ $\quad-0,12$ $\quad-\frac{-2}{-15}$

Ta có $21=\frac{21}{1}$ $\quad-1\frac{3}{8}=-\frac{11}{8}$ $\quad-0,12=-\frac{12}{100}=-\frac{3}{25}$ $\quad-\frac{-2}{-15}=\frac{-2}{15}$

Nên các số $\frac{1}{-5};\ \frac{-3}{10};\ 0,001;\ -1\frac{3}{8};\ -0,12;\ -\frac{-2}{-15}$ đều là các số hữu tỉ.

Số $\frac{6}{0}$ không là số hữu tỉ vì có mẫu bằng 0.

Ví dụ 3: Tìm số đối của các số hữu tỉ sau:

$\frac{7}{9}$ $\quad\frac{-5}{2}$ $\quad\frac{6}{-11}$ $\quad\frac{-3}{-13}$ $\quad-\frac{-5}{-4}$ $\quad-1\frac{3}{7}$ $\quad-9,2$

Các số trên có số đối lần lượt là

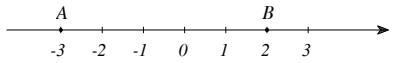
$-\frac{7}{9}$ $\frac{5}{2}$ $\frac{6}{11}$ $\frac{-3}{13}$ $\frac{5}{4}$ $1\frac{3}{7}$ $9,2$

Ví dụ 4: Tìm số đối của số hữu tỉ 0.

Số đối của số hữu tỉ 0 là số 0.

2) Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số.

Ví dụ 5: Biểu diễn các số hữu tỉ $-3; 2$ trên trục số



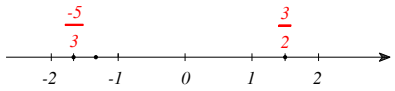
Điểm A biểu diễn số -3

Điểm B biểu diễn số 2

Ví dụ 6: Biểu diễn các số hữu tỉ $\frac{3}{2}; \frac{-5}{3}$ trên trục số

Số hữu tỉ $\frac{3}{2}=1,5$ hoặc $\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}$

Số hữu tỉ $\frac{-5}{3}=-1\frac{2}{3}=-1-\frac{2}{3}$



Nên trên trục số ta lấy đoạn từ -1 đến -2 và chia đoạn đó thành 3 phần và lấy 2 lần.

Kết luận:

- Mọi số hữu tỉ đều được biểu diễn trên trục số.
- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ có thể được viết về số thập phân rồi biểu diễn trên trục số.
- Trên trục số, mỗi điểm biểu diễn số hữu tỉ a được gọi là điểm a.

Chú ý:

- Trên trục số, hai điểm biểu diễn hai số hữu tỉ đối nhau $\frac{a}{b}$ và $-\frac{a}{b}$ nằm về hai phía khác nhau so với điểm O và có cùng khoảng cách đến O.

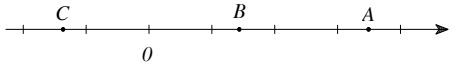
3) Thứ tự trong tập hợp các số hữu tỉ.

Ví dụ 7: Cho ba số hữu tỉ được biểu diễn bởi ba điểm A, B, C trên trục số như trên hình vẽ. Hỏi trong ba điểm đó, điểm nào lớn nhất, điểm nào nhỏ nhất.

Ta có điểm A lớn nhất

Điểm C nhỏ nhất

và $C < B < A$



Ví dụ 8: So sánh hai số hữu tỉ $\frac{5}{8}$ và $\frac{7}{8}$

Ta thấy $5<7 \Rightarrow \frac{5}{8}<\frac{7}{8}$.

Kết luận:

- Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kì bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh.
- Với hai số hữu tỉ a, b bất kì ta luôn có $a>b$ hoặc $a<b$ hoặc $a=b$.
- Với ba số hữu tỉ a, b, c. Nếu $a<b$ và $b<c$ thì $a<b<c$ (tính chất bắc cầu)
- Trên trục số nếu $a<b$ thì a nằm bên trái b.

Chú ý:

- Số hữu tỉ dương là số hữu tỉ lớn hơn 0.
- Số hữu tỉ âm là số hữu tỉ nhỏ hơn 0.
- Số 0 không là số hữu tỉ âm, cũng không là số hữu tỉ dương.
- So sánh cùng tử dương: Phân số nào có mẫu lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn

  Cụ thể: Nếu $m>n$ thì $\frac{a}{m}<\frac{a}{n}$

- Thêm dấu âm: Khi ta thêm dáu âm vào hai vế của một biểu thức so sánh thì ta đổi chiều dấu so sánh

  Cụ thể: Nếu $\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$ thì $-\frac{a}{b}<-\frac{c}{d}$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1: Nhận biết số hữu tỉ.

Bài 1: Trong các số sau, số nào là số hữu tỉ

$-\frac{1}{-4}$ $\frac{-12}{6}$ $-\frac{6}{-5}$ $\frac{7}{0}$ -3 $\frac{0}{-6}$ 5

Bài 2: Trong các số sau, số nào là số hữu tỉ

$1\frac{4}{7}$ $-4\frac{5}{12}$ $-9,1$ $0,123$ $\frac{2,1}{3}$ $\frac{4}{1,2}$ $\frac{-3,2}{0,8}$

Bài 3: Điền dấu $\in$, $\notin$ để thể hiện các mối quan hệ sau

1) $\frac{4}{5}$.....$\mathbb{Q}$ 2) -3.....$\mathbb{Q}$ 3) $\frac{-8}{4}$.....$\mathbb{Q}$ 4) $3\frac{1}{2}$.....$\mathbb{Q}$

5) $\frac{-6}{-19}$.....$\mathbb{Q}$ 6) $\frac{0}{10}$.....$\mathbb{Q}$ 7) $\frac{3}{0}$.....$\mathbb{Q}$ 8) 9.....$\mathbb{Q}$

Bài 4: Điền dấu $\in$, $\notin$ để thể hiện các mối quan hệ sau

1) $\frac{3}{4}$.....$\mathbb{Z}$ 2) $\frac{-6}{2}$.....$\mathbb{Z}$ 3) $\frac{9}{-3}$.....$\mathbb{Z}$ 4) $\frac{-5}{6}$.....$\mathbb{N}$

5) $\frac{1}{2}$.....$\mathbb{Z}$ 6) $\frac{0}{6}$.....$\mathbb{N}$ 7) $\frac{7}{-7}$.....$\mathbb{N}$ 8) -6.....$\mathbb{Z}$

Bài 5: Viết các số sau về số hữu tỉ:

1) $-1\frac{1}{6}$ 2) $3\frac{3}{5}$ 3) $7\frac{1}{2}$ 4) $-4\frac{3}{7}$

5) $0,2$ 6) $3,2$ 7) $-4,50$ 8) $-1,22$

Bài 6: Viết các số sau về số hữu tỉ:

1) $\frac{0,1}{5}$ 2) $\frac{-2,2}{20}$ 3) $\frac{4}{2,1}$ 4) $\frac{5}{3,5}$

5) $\frac{3,4}{1,7}$ 6) $\frac{-2,8}{0,7}$ 7) $\frac{4,9}{7,0}$ 8) $\frac{0,8}{-3,2}$

Bài 7: Tìm số đối của các số hữu tỉ sau:

$\frac{3}{8}$ $-\frac{7}{12}$ $\frac{-6}{11}$ $\frac{5}{-3}$ $-\frac{-4}{-9}$ $\frac{-0}{10}$ $\frac{0}{20}$

Bài 8: Tìm số đối của các số hữu tỉ sau:

$-5\frac{3}{7}$ $4\frac{1}{4}$ $-8,8$ $2,3$ $\frac{-1}{5,1}$ $\frac{-5}{2,2}$ $\frac{-2,3}{-3,4}$

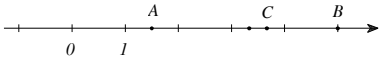
Dạng 2. Biểu diễn và so sánh các số hữu tỉ

Bài 1: Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{2}$; $\frac{-5}{4}$; 2; 0 trên trục số.

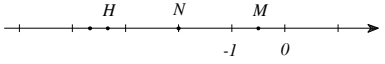
Bài 2: Biểu diễn số hữu tỉ $1\frac{1}{3}$; $2\frac{5}{6}$; 4; $4,5$ trên trục số.

Bài 3: Biểu diễn số hữu tỉ $-1\frac{2}{3}$; $-3,2$; -4; $-5\frac{1}{3}$ trên trục số.

Bài 4: Cho biết các điểm A, B, C trên trục số trong *Hình 1* biểu diễn số hữu tỉ nào?



Hình 1



Hình 2

Bài 5: Cho biết điểm M, N, H trên trục số trong *Hình 2* biểu diễn số hữu tỉ nào?

Bài 6: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{3}{4}$ và $\frac{5}{4}$ 2) $\frac{-5}{9}$ và $\frac{-6}{9}$ 3) $\frac{2}{7}$ và $\frac{2}{9}$

4) $\frac{-7}{11}$ và $\frac{-7}{12}$ 5) $2\frac{5}{6}$ và $3\frac{1}{6}$ 6) $3\frac{4}{13}$ và $3\frac{3}{13}$

Bài 7: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{5}{6}$ và $\frac{4}{5}$ 2) $\frac{5}{8}$ và $\frac{3}{4}$ 3) $\frac{5}{3}$ và $\frac{9}{6}$

4) $\frac{-9}{10}$ và $\frac{-4}{5}$ 5) $\frac{5}{-12}$ và $\frac{-1}{2}$ 6) $\frac{-7}{4}$ và $\frac{31}{-18}$

Bài 8: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{11}{12}$ và $\frac{15}{14}$ 2) $\frac{-9}{17}$ và $\frac{-3}{2}$ 3) $\frac{-7}{6}$ và $\frac{-6}{7}$

4) $\frac{-69}{68}$ và $\frac{1}{3}$ 5) $\frac{28}{-6}$ và -5 6) 4 và $\frac{21}{5}$

Bài 9: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{56}{57}$ và $\frac{57}{58}$ 2) $\frac{15}{16}$ và $\frac{19}{20}$ 3) $\frac{43}{42}$ và $\frac{53}{52}$

4) $\frac{29}{14}$ và $\frac{31}{15}$ 5) $-\frac{9}{19}$ và $-\frac{10}{21}$ 6) $\frac{-14}{17}$ và $\frac{-21}{24}$

Bài 10: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{1212}{2323}$ và $\frac{12}{23}$ 2) $\frac{414141}{676767}$ và $\frac{41}{67}$ 3) $\frac{-5959}{4242}$ và $\frac{-59}{42}$

4) $\frac{1010}{2121}$ và $\frac{101010}{212121}$ 5) $-\frac{333}{666}$ và $\frac{444}{-888}$ 6) $-\frac{555}{888}$ và $\frac{-33}{44}$

Bài 2: CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

A. LÝ THUYẾT.

1) Cộng, trừ hai số hữu tỉ.

Ví dụ 1: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-51}{19}+\frac{13}{19}$ 2) $\frac{5}{6}-\frac{-11}{6}$ 3) $-\frac{2}{5}-\frac{4}{15}$

1) $\frac{-51}{19}+\frac{13}{19}=\frac{-51+13}{19}$
$=\frac{-38}{19}=-2.$

2) $\frac{5}{6}-\frac{-11}{6}=\frac{5-(-11)}{6}$
$=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}.$

3) $-\frac{2}{5}-\frac{4}{15}=\frac{-6}{15}-\frac{4}{15}$
$=\frac{-6-4}{15}=\frac{-10}{15}=\frac{-2}{3}.$

Ví dụ 2: Thực hiện phép tính

1) $0,6+\frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{3}-(-0,4)$ 3) $3,5-\left(\frac{-2}{7}\right)$

1) $0,6+\frac{2}{3}=\frac{6}{10}+\frac{2}{3}$
$=\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{9}{15}+\frac{10}{15}$
$=\frac{19}{15}.$

2) $\frac{1}{3}-(-0,4)=\frac{1}{3}+\frac{4}{10}$
$=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{5}{15}+\frac{6}{15}$
$=\frac{11}{15}.$

3) $3,5-\left(\frac{-2}{7}\right)=\frac{35}{10}+\frac{2}{7}$
$=\frac{7}{2}+\frac{2}{7}=\frac{49}{14}+\frac{4}{14}$
$=\frac{53}{14}.$

Kết luận:

- Để cộng, trừ các số hữu tỉ ta thực hiện như cộng, trừ các phân số.
- Các tính chất cơ bản:

. Giao hoán: $\frac{a}{m}+\frac{b}{m}=\frac{b}{m}+\frac{a}{m}$. Kết hợp: $\frac{a}{m}+\frac{b}{n}+\frac{c}{m}=\left(\frac{a}{m}+\frac{c}{m}\right)+\frac{b}{n}$

. Cộng với số 0: $\frac{a}{m}+0=0+\frac{a}{m}$. Cộng với số đối: $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0.$

- Trong tập hợp $\mathbb{Q}$ ta cũng có quy tắc dấu ngoặc tương tự như tập hợp $\mathbb{Z}$.
- Đối với một tổng các số hữu tỉ, ta có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý để tính toán cho thuận lợi.

Ví dụ 3: Thực hiện phép tính:

1) $\frac{3}{13}-\frac{3}{2}+\frac{10}{13}$ 2) $\frac{4}{7}-\left(\frac{-3}{7}\right)-\frac{7}{3}$ 3) $\frac{3}{4}+\frac{11}{8}-\frac{9}{12}$

1) $\frac{3}{13}-\frac{3}{2}+\frac{10}{13}$
$=\frac{3}{13}+\frac{10}{13}-\frac{3}{2}$
$=\frac{13}{13}-\frac{3}{2}=1-\frac{3}{2}=\frac{-1}{2}.$

2) $\frac{4}{7}-\left(\frac{-3}{7}\right)-\frac{7}{3}$
$=\frac{4}{7}+\frac{3}{7}-\frac{7}{3}$
$=\frac{7}{7}-\frac{7}{3}=1-\frac{7}{3}=\frac{-4}{3}.$

3) $\frac{3}{4}+\frac{11}{8}-\frac{9}{12}$
$=\frac{3}{4}-\frac{9}{12}+\frac{11}{8}$
$=\frac{3}{4}-\frac{3}{4}+\frac{11}{8}=\frac{11}{8}.$

Ví dụ 4: Thực hiện phép tính:

1) $\frac{15}{12}+\frac{5}{13}-\left(\frac{3}{12}+\frac{18}{13}\right)$ 2) $\frac{5}{16}-\left(\frac{7}{15}-\frac{3}{16}\right)+\frac{17}{30}$ 3) $\frac{1}{6}-\left[\frac{1}{6}-\left(\frac{1}{4}+\frac{9}{12}\right)\right]$

1) $\frac{15}{12}+\frac{5}{13}-\left(\frac{3}{12}+\frac{18}{13}\right)$
$=\frac{15}{12}+\frac{5}{13}-\frac{3}{12}-\frac{18}{13}$
$=\frac{15}{12}-\frac{3}{12}+\frac{5}{13}-\frac{18}{13}$
$=\frac{12}{12}+\frac{-13}{13}=0.$

2) $\frac{5}{16}-\left(\frac{7}{15}-\frac{3}{16}\right)+\frac{17}{30}$
$=\frac{5}{16}-\frac{7}{15}+\frac{3}{16}+\frac{17}{30}$
$=\frac{5}{16}+\frac{3}{16}-\frac{7}{15}+\frac{17}{30}$
$=\frac{8}{16}+\frac{-14}{30}+\frac{17}{30}$
$=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}=\frac{3}{5}.$

3) $\frac{1}{6}-\left[\frac{1}{6}-\left(\frac{1}{4}+\frac{9}{12}\right)\right]$
$=\frac{1}{6}-\left[\frac{1}{6}-\frac{1}{4}-\frac{9}{12}\right]$
$=\frac{1}{6}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{9}{12}$
$=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1.$

2) Nhân, chia hai số hữu tỉ.

Ví dụ 5: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-4}{7}.\frac{21}{8}$ 2) $\frac{17}{15}:\frac{4}{3}$ 3) $\frac{-5}{9}:\frac{-7}{18}$

1) $\frac{-4}{7}.\frac{21}{8}=\frac{-3}{2}.$

2) $\frac{17}{15}:\frac{4}{3}=\frac{17}{15}.\frac{3}{4}=\frac{17}{20}.$

3) $\frac{-5}{9}:\frac{-7}{18}=\frac{-5}{9}.\frac{-18}{7}=\frac{10}{7}.$

Ví dụ 6: Thực hiện phép tính

1) $(-5).\frac{-4}{15}$ 2) $\left(\frac{-3}{25}\right):6$ 3) $\frac{-7}{11}:(-3,5)$

1) $(-5).\frac{-4}{15}=\frac{5.4}{15}=\frac{4}{3}.$

2) $\left(\frac{-3}{25}\right):6=\frac{-3}{25}.\frac{1}{6}=\frac{-1}{50}.$

3) $\frac{-7}{11}:(-3,5)=\frac{-7}{11}:\frac{-7}{2}$
$=\frac{-7}{11}.\frac{-2}{7}=\frac{2}{11}.$

Kết luận:

- ♣ Để nhân, chia các số hữu tỉ ta thực hiện như cộng, trừ các phân số.
- ♣ Các tính chất cơ bản:

. Giao hoán $\frac{a}{m}.\frac{b}{n}=\frac{a.b}{m.n}$. Kết hợp $\frac{a}{m}.\frac{b}{n}.\frac{c}{d}=\frac{a.b.c}{m.n.d}=\frac{a}{m}.\frac{c}{d}.\frac{b}{n}$

. Nhân với số 1 $\frac{a}{m}.1=1.\frac{a}{m}=\frac{a}{m}$. Phân phối $\frac{a}{m}.\frac{c}{d}+\frac{b}{n}.\frac{c}{d}=\frac{c}{d}.\left(\frac{a}{m}+\frac{b}{n}\right)$

- ♣ Nếu số hữu tỉ được cho dưới dạng hỗn số, số thập phân thì ta có thể viết chúng dưới dạng phân số rồi tính hoặc tính trực tiếp.

Ví dụ 7: Thực hiện phép tính

1) $\frac{11}{9}.\frac{3}{4}-\frac{2}{9}.\frac{3}{4}$

2) $\frac{-11}{8}.\frac{19}{3}+\frac{19}{3}.\frac{-5}{8}$

3) $\frac{-3}{11}.\frac{5}{7}+\frac{5}{7}.\frac{-8}{11}+2\frac{5}{7}$

1) $\frac{11}{9}.\frac{3}{4}-\frac{2}{9}.\frac{3}{4}$

2) $\frac{-11}{8}.\frac{19}{3}+\frac{19}{3}.\frac{-5}{8}$

3) $\frac{-3}{11}.\frac{5}{7}+\frac{5}{7}.\frac{-8}{11}+2\frac{5}{7}$

$=\frac{3}{4}\left(\frac{11}{9}-\frac{2}{9}\right)$

$=\frac{3}{4}.1=\frac{3}{4}.$

$=\frac{19}{3}\left(\frac{-11}{8}+\frac{-5}{8}\right)$

$=\frac{19}{3}.\frac{-16}{8}=\frac{19}{3}.(-2)$

$=\frac{-38}{3}.$

$=\frac{5}{7}\left(\frac{-3}{11}+\frac{-8}{11}\right)+2\frac{5}{7}$

$=\frac{5}{7}.(-1)+2\frac{5}{7}$

$=\frac{-5}{7}+2+\frac{5}{7}=2.$

Ví dụ 8: Thực hiện phép tính

1) $\frac{5}{9}:\left(\frac{1}{11}-\frac{5}{22}\right)+\frac{5}{9}:\left(\frac{1}{15}-\frac{2}{3}\right)$

2) $\left(\frac{-2}{5}+\frac{3}{8}\right):\frac{19}{18}+\left(\frac{-3}{5}+\frac{5}{8}\right):\frac{19}{18}$

1) $\frac{5}{9}:\left(\frac{1}{11}-\frac{5}{22}\right)+\frac{5}{9}:\left(\frac{1}{15}-\frac{2}{3}\right)$

2) $\left(\frac{-2}{5}+\frac{3}{8}\right):\frac{19}{18}+\left(\frac{-3}{5}+\frac{5}{8}\right):\frac{19}{18}$

$=\frac{5}{9}:\left(\frac{2}{22}-\frac{5}{22}\right)+\frac{5}{9}:\left(\frac{1}{15}-\frac{10}{15}\right)$

$=\frac{5}{9}:\frac{-3}{22}+\frac{5}{9}:\frac{-3}{5}=\frac{5}{9}.\frac{-22}{3}+\frac{5}{9}.\frac{-5}{3}$

$=\frac{5}{9}\left(\frac{-22}{3}+\frac{-5}{3}\right)=\frac{5}{9}.\frac{-27}{3}=-5.$

$=\left(\frac{-2}{5}+\frac{3}{8}\right).\frac{18}{19}+\left(\frac{-3}{5}+\frac{5}{8}\right).\frac{18}{19}$

$=\frac{18}{19}\left(\frac{-2}{5}+\frac{3}{8}+\frac{-3}{5}+\frac{5}{8}\right)$

$=\frac{18}{19}\left(\frac{-2}{5}+\frac{-3}{5}+\frac{3}{8}+\frac{5}{8}\right)=\frac{18}{19}.0=0.$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1: Tính đơn giản

Bài 1: Thực hiện phép tính

1) $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$

2) $\frac{4}{7}-\frac{3}{7}$

3) $\frac{-5}{13}+\frac{-7}{13}$

4) $\frac{3}{8}+\left(-\frac{7}{8}\right)$

5) $-\frac{5}{9}-\frac{4}{9}$

6) $\frac{17}{11}-\frac{-5}{11}$

Bài 2: Thực hiện phép tính

1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

2) $\frac{2}{3}-\frac{3}{4}$

3) $\frac{3}{5}-\frac{2}{3}$

4) $\frac{-1}{5}+\frac{5}{2}$

5) $\frac{1}{4}+\frac{-2}{5}$

6) $\frac{5}{6}-\frac{-7}{5}$

Bài 3: Thực hiện phép tính

1) $\frac{1}{12}-\frac{5}{4}$

2) $\frac{3}{11}+\frac{2}{33}$

3) $\frac{-25}{7}+\frac{61}{21}$

4) $\frac{-2}{5}+\frac{-11}{30}$

5) $\frac{-16}{42}-\frac{5}{8}$

6) $\frac{15}{12}-\frac{-1}{4}$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $\frac{3}{8}+\frac{-5}{6}$

2) $\frac{2}{15}-\frac{7}{10}$

3) $\frac{-4}{8}+\frac{-3}{10}$

4) $-\frac{1}{12}-\frac{-1}{10}$

5) $\frac{3}{20}-\frac{-2}{30}$

6) $-\frac{4}{12}+\frac{5}{18}$

Bài 5: Thực hiện phép tính

1) $2+\frac{3}{4}$

2) $\frac{5}{3}-1$

3) $-1+\frac{1}{5}$

4) $-1-\frac{6}{5}$

5) $-3+\frac{-3}{7}$

6) $-\frac{6}{7}-2$

Bài 6: Thực hiện phép tính

1) $2\frac{3}{5}-1\frac{2}{3}$

2) $3\frac{3}{7}+2\frac{1}{2}$

3) $-3\frac{1}{2}-2\frac{1}{4}$

4) $-2\frac{1}{2}-3\frac{1}{4}$

5) $-4\frac{1}{2}+2\frac{3}{10}$

6) $-6\frac{1}{7}-\left(-7\frac{1}{6}\right)$

Bài 7: Thực hiện phép tính

1) $\frac{2}{7}+\frac{6}{21}-\frac{3}{14}$ 2) $\frac{-7}{2}+\frac{3}{4}-\frac{17}{12}$ 3) $\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$

4) $\frac{1}{3}+\frac{-4}{5}-\frac{8}{15}$ 5) $\frac{2}{3}+\frac{-3}{4}+\frac{2}{6}$ 6) $\frac{-5}{18}+\frac{5}{45}-\frac{9}{6}$

Bài 8: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-20}{41}.\frac{-4}{5}$ 2) $\frac{-24}{5}.\frac{15}{-8}$ 3) $\frac{-4}{34}.\frac{17}{-24}$

4) $\frac{-20}{7}:\frac{5}{21}$ 5) $\frac{-8}{5}:\frac{-12}{7}$ 6) $\frac{-12}{21}:\frac{1}{6}$

Bài 9: Thực hiện phép tính

1) $-3\frac{1}{9}.\frac{4}{21}$ 2) $\frac{-3}{4}.2\frac{1}{2}$ 3) $\frac{-8}{15}.1\frac{1}{4}$

4) $\left(-\frac{11}{15}\right):1\frac{1}{10}$ 5) $1\frac{1}{5}:\left(-2\frac{1}{5}\right)$ 6) $\left(-3\frac{1}{7}\right):\left(-1\frac{6}{49}\right)$

Bài 10: Thực hiện phép tính

1) $4,5.\left(\frac{-4}{9}\right)$ 2) $2,4.\left(-3\frac{4}{7}\right)$ 3) $0,2.\frac{-15}{4}$

4) $(-3,5):\left(-2\frac{4}{5}\right)$ 5) $\frac{-5}{23}:(-2)$ 6) $1,25:\left(-3\frac{1}{8}\right)$

Bài 11: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-1}{4}+\frac{4}{15}+\frac{-3}{4}$ 2) $\frac{2}{3}+\frac{-1}{3}+\frac{7}{15}$ 3) $\frac{4}{5}-\left(\frac{-2}{5}\right)-\frac{7}{10}$

4) $\frac{3}{7}-\frac{2}{3}+\frac{4}{7}$ 5) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}$ 6) $\frac{3}{5}-\frac{5}{4}+\frac{2}{5}$

Bài 12: Thực hiện phép tính

1) $\frac{3}{8}+\frac{15}{-25}+\frac{3}{5}$ 2) $\frac{3}{5}+\frac{-1}{25}-\frac{8}{20}$ 3) $\frac{4}{5}-\left(\frac{-2}{7}\right)-\frac{7}{10}$

4) $\frac{-10}{3}+\frac{13}{10}-\frac{1}{6}+\frac{7}{10}$ 5) $\frac{13}{35}+\frac{8}{24}+\frac{22}{35}-\frac{4}{3}$ 6) $\frac{-1}{6}+\frac{5}{13}+\frac{-11}{12}+\frac{5}{-13}$

Bài 13: Thực hiện phép tính

1) $\frac{3}{7}+\frac{1}{2}-\frac{17}{7}+\frac{3}{2}$ 2) $\frac{11}{13}+\frac{17}{29}+\frac{2}{13}+\frac{-17}{29}$ 3) $\frac{8}{9}+\frac{15}{23}+\frac{1}{9}+\frac{-15}{23}$

4) $\frac{-7}{10}+\frac{6}{23}+\frac{17}{10}+\frac{17}{23}$ 5) $\frac{-3}{11}+\frac{14}{25}+\frac{25}{11}+\frac{11}{25}$ 6) $\frac{7}{3}+\frac{-4}{7}-\frac{4}{3}+\frac{-10}{7}$

7) $\frac{-5}{12}+\frac{4}{37}+\frac{17}{12}-\frac{41}{37}$ 8) $\frac{11}{24}-\frac{5}{41}+\frac{13}{24}-\frac{36}{41}$ 9) $4\frac{3}{16}+\frac{1}{5}-\frac{3}{16}+\frac{4}{5}$

Bài 14: Thực hiện phép tính

1) $\frac{15}{34}+\frac{1}{3}+\frac{19}{34}-\frac{4}{3}+\frac{3}{7}$ 2) $\frac{5}{19}+\frac{8}{11}+\frac{14}{19}+\frac{3}{2}-\frac{30}{11}$ 3) $\frac{11}{25}-\frac{5}{13}-\frac{-7}{17}-\frac{8}{13}+\frac{10}{17}$

4) $\frac{13}{25}+\frac{6}{41}-\frac{38}{25}+\frac{35}{41}-\frac{1}{2}$ 5) $\frac{28}{15}+\frac{10}{24}-\frac{13}{15}+3\frac{7}{12}$ 6) $2\frac{3}{4}+\frac{4}{21}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{17}{21}$

Bài 15: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-3}{4}.\frac{12}{-5}.\frac{-25}{6}$ 2) $\frac{-1}{5}.\frac{-25}{13}.\frac{26}{45}$ 3) $\frac{-17}{12}.\frac{-4}{2}.\frac{-8}{34}$

4) $\frac{22}{-7}.\frac{6}{55}.\frac{-7}{12}$ 5) $\left(-\frac{1}{6}\right).\left(-\frac{15}{19}\right).\frac{38}{45}$ 6) $-\frac{15}{4}.\left(\frac{-7}{15}\right).\frac{-12}{5}$

Bài 16: Thực hiện phép tính

1) $\left(\frac{-5}{11}\right).\frac{7}{15}.\left(\frac{11}{-5}\right).(-30)$ 2) $\frac{-7}{15}.\frac{5}{8}.\frac{15}{-7}.(-32)$ 3) $-2.\frac{-32}{21}.\frac{-7}{4}.\frac{-3}{8}$

4) $2\frac{3}{11}.1\frac{1}{12}.(-2,2)$ 5) $1\frac{1}{17}.1\frac{1}{24}.(-5,1)$ 6) $\left(\frac{-13}{25}\right).\frac{5}{32}.\left(\frac{25}{-13}\right).(-64)$

Bài 17: Thực hiện phép tính

1) $-\left(\frac{3}{5}+\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{-3}{4}+\frac{2}{5}\right)$ 2) $-\left(\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\right)-\left(-\frac{3}{8}+\frac{4}{7}\right)$ 3) $\left(\frac{-25}{27}-\frac{31}{42}\right)-\left(\frac{-7}{27}-\frac{3}{42}\right)$

4) $\left(\frac{-1}{2}+\frac{7}{6}\right)-\left(\frac{-5}{2}+\frac{1}{6}\right)$ 5) $\left(\frac{16}{21}+\frac{27}{12}\right)-\left(\frac{14}{12}-\frac{5}{21}\right)$ 6) $\left(\frac{13}{23}+\frac{-15}{4}\right)+\left(\frac{10}{23}-\frac{1}{4}\right)$

Bài 18: Thực hiện phép tính

1) $6\frac{2}{5}-\left(2\frac{4}{9}+4\frac{2}{5}\right)$ 2) $7\frac{3}{5}-\left(2\frac{5}{7}+5\frac{3}{5}\right)$ 3) $8\frac{2}{7}-\left(3\frac{4}{9}+4\frac{2}{7}\right)$

4) $8\frac{2}{9}-\left(4\frac{2}{9}-5\frac{1}{2}\right)$ 5) $21\frac{4}{11}-\left(1\frac{3}{5}+7\frac{4}{11}\right)$ 6) $11\frac{3}{13}-\left(2\frac{4}{7}+5\frac{3}{13}\right)$

7) $\left(6\frac{4}{9}+3\frac{7}{11}\right)-4\frac{4}{9}$ 8) $\left(7\frac{8}{9}+2\frac{3}{13}\right)-4\frac{8}{9}$ 9) $\left(6\frac{5}{7}+2\frac{7}{9}\right)-4\frac{5}{7}$

Bài 19: Thực hiện phép tính

1) $\frac{1}{6}-\left[\frac{1}{6}-\left(\frac{1}{4}+\frac{9}{12}\right)\right]$ 2) $\frac{2}{3}-\left[\frac{-7}{4}-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{8}\right)\right]$ 3) $\frac{-1}{24}-\left[\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}-\frac{7}{8}\right)\right]$

4) $\frac{3}{2}-\left[\frac{-5}{4}-\left(\frac{1}{2}+\frac{6}{8}\right)\right]$ 5) $\frac{9}{7}-\left[\frac{1}{2}-\left(-\frac{2}{7}-\frac{1}{10}\right)\right]$ 6) $\frac{5}{3}+\left[-\left(\frac{7}{12}-\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{3}\right]$

Bài 20: Thực hiện phép tính

1) $\left(7-\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\right)-\left(6+\frac{9}{5}+\frac{4}{3}\right)$ 2) $7+\left(\frac{7}{12}-\frac{1}{2}+3\right)-\left(\frac{1}{12}+5\right)$

3) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{7}{3}-\frac{5}{2}\right)$ 4) $\left(\frac{2}{7}-\frac{9}{4}\right)-\left(\frac{-3}{7}+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{2}{4}-\frac{9}{7}\right)$

5) $\left(3-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right)-\left(5-\frac{1}{3}-\frac{6}{5}\right)-\left(6-\frac{7}{4}+\frac{3}{2}\right)$ 6) $\left(6-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)-\left(5+\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\right)-\left(3-\frac{7}{3}+\frac{5}{2}\right)$

7) $\left(\frac{5}{3}-\frac{3}{7}+9\right)-\left(2+\frac{5}{7}-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{8}{7}-\frac{4}{3}-10\right)$ 8) $\left(8-\frac{9}{4}+\frac{2}{7}\right)-\left(-6-\frac{3}{7}+\frac{5}{4}\right)-\left(3+\frac{2}{4}-\frac{9}{7}\right)$

Bài 21: Thực hiện phép tính

1) $\frac{2}{5}.\frac{3}{8}+\frac{5}{8}.\frac{2}{5}$ 2) $\frac{2}{3}.\frac{5}{2}-\frac{3}{4}.\frac{2}{3}$ 3) $\frac{5}{7}.\frac{19}{23}-\frac{12}{23}.\frac{5}{7}$

4) $\frac{7}{2}.\frac{11}{6}-\frac{7}{2}.\frac{5}{6}$ 5) $\frac{11}{9}.\frac{3}{4}-\frac{2}{9}.\frac{3}{4}$ 6) $\frac{3}{7}.\frac{13}{5}+\frac{3}{7}.\frac{8}{5}$

7) $\frac{2}{7}.\frac{8}{19}+\frac{5}{7}.\frac{8}{19}$ 8) $\frac{23}{15}.\frac{3}{8}-\frac{17}{15}.\frac{3}{8}$ 9) $\frac{3}{2}.\frac{5}{3}-\frac{7}{6}.\frac{3}{2}$

10) $\frac{7}{15}.\frac{16}{13}+\frac{7}{15}.\frac{-3}{13}$ 11) $\frac{-23}{7}.\frac{3}{10}+\frac{13}{7}.\frac{3}{10}$ 12) $\frac{-11}{8}.\frac{19}{3}+\frac{19}{3}.\frac{-5}{8}$

13) $\frac{-2}{3}.\frac{3}{11}+\frac{-16}{9}.\frac{3}{11}$ 14) $\frac{-5}{9}.\frac{3}{11}+\frac{-13}{18}.\frac{3}{11}$ 15) $\frac{2}{13}.\frac{-5}{3}+\frac{11}{13}.\frac{-5}{3}$

16) $\frac{-9}{13}.\frac{5}{17}+\frac{-17}{13}.\frac{5}{17}$ 17) $\frac{7}{15}.\frac{-4}{9}+\frac{-5}{9}.\frac{7}{15}$ 18) $\frac{3}{8}.\frac{-23}{14}-\frac{3}{8}.\frac{-9}{14}$

Bài 22: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-5}{17}.\frac{31}{33}+\frac{-5}{17}.\frac{2}{33}+1\frac{5}{17}$ 2) $\frac{5}{7}.\left(\frac{-3}{11}\right)+\frac{5}{7}.\left(\frac{-8}{11}\right)+2\frac{5}{7}$ 3) $\frac{9}{10}.\frac{23}{11}-\frac{1}{11}.\frac{9}{10}+\frac{9}{10}$

4) $\frac{5}{4}.\frac{8}{15}+\frac{-5}{16}.\frac{8}{15}-1$ 5) $\frac{-19}{3}.\frac{14}{4}+\frac{25}{4}.\frac{-19}{3}+4\frac{3}{4}$ 6) $\frac{1}{27}.\frac{-3}{7}-\frac{5}{9}.\frac{-3}{7}+\frac{1}{9}$

Bài 23: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-10}{11}.\frac{8}{9}+\frac{7}{18}.\frac{10}{11}$ 2) $\frac{12}{25}.\frac{23}{7}-\frac{12}{7}.\frac{13}{25}$ 3) $\frac{3}{7}.\frac{16}{15}-\frac{2}{15}.\frac{-3}{7}$

4) $\frac{-4}{13}.\frac{5}{17}+\frac{-12}{13}.\frac{4}{17}$ 5) $\frac{-6}{13}.\frac{13}{21}+\frac{6}{13}.\frac{-8}{21}$ 6) $\frac{-2}{4}.\frac{-1}{13}-\frac{-2}{24}.\frac{7}{13}$

Bài 24: Thực hiện phép tính

1) $\frac{5}{6}.17\frac{1}{3}-\frac{5}{6}.47\frac{1}{3}$ 2) $\frac{4}{5}.19\frac{1}{3}-\frac{4}{5}.39\frac{1}{3}$ 3) $\frac{2}{5}.15\frac{1}{3}-\frac{2}{5}.10\frac{1}{3}$

4) $\frac{3}{5}.13\frac{1}{4}-\frac{3}{5}.33\frac{1}{4}$ 5) $\frac{3}{4}.26\frac{1}{5}-\frac{3}{4}.44\frac{1}{5}$ 6) $\frac{4}{13}.15\frac{3}{41}-\frac{4}{13}.2\frac{3}{41}$

7) $12\frac{1}{5}.\frac{25}{4}-10\frac{1}{5}.\frac{25}{4}$ 8) $43\frac{1}{4}.\frac{-2}{3}-13\frac{1}{4}.\frac{-2}{3}$ 9) $16\frac{3}{5}.\frac{-1}{3}-13\frac{3}{5}.\frac{-1}{3}$

Bài 25: Thực hiện phép tính

1) $35\frac{1}{6}:\frac{-4}{5}-45\frac{1}{6}:\frac{-4}{5}$ 2) $4\frac{5}{9}:\frac{-5}{7}+5\frac{4}{9}:\frac{-5}{7}$ 3) $\frac{-7}{5}.2\frac{2}{3}-1\frac{2}{5}.\frac{-2}{3}$

4) $3\frac{1}{3}:\frac{-9}{4}+3\frac{1}{3}:\frac{9}{13}$ 5) $\frac{1}{9}:\frac{2}{145}-4\frac{1}{3}:\frac{2}{145}$ 6) $19\frac{1}{3}:\frac{4}{3}-39\frac{1}{3}:\frac{4}{3}$

7) $5\frac{2}{3}:\frac{4}{7}-17\frac{2}{3}:\frac{4}{7}$ 8) $22\frac{4}{7}:\frac{5}{9}-7\frac{4}{7}:\frac{5}{9}$ 9) $13\frac{1}{6}:\frac{2}{5}-23\frac{1}{6}:\frac{2}{5}$

10) $-16\frac{2}{7}:\frac{3}{5}+28\frac{2}{7}:\frac{3}{5}$ 11) $2\frac{1}{4}:\left(\frac{-3}{5}\right)-1\frac{1}{4}:\left(-\frac{3}{5}\right)$ 12) $16\frac{2}{7}:\left(\frac{-3}{5}\right)-28\frac{2}{7}:\left(\frac{-3}{5}\right)$

13) $17\frac{1}{3}:\left(\frac{-7}{3}\right)+3\frac{2}{3}:\left(\frac{-7}{3}\right)$ 14) $4\frac{5}{9}:\left(-\frac{5}{7}\right)+5\frac{4}{9}:\left(-\frac{5}{7}\right)$

Bài 26: Thực hiện phép tính

1) $\frac{3}{7}.\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{7}.\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$ 2) $\frac{51}{61}.\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{5}\right)+\frac{51}{61}.\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{5}\right)$

3) $\left(\frac{15}{11}-\frac{4}{13}\right).\frac{12}{17}+\left(\frac{7}{11}-\frac{9}{13}\right).\frac{12}{17}$ 4) $\frac{9}{5}.\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{18}\right)+\frac{9}{5}.\left(\frac{5}{36}-\frac{7}{12}\right)$

5) $\frac{15}{12}.\left(\frac{3}{24}-\frac{1}{12}\right)+\frac{15}{12}.\left(\frac{11}{6}-\frac{7}{8}\right)$ 6) $\left(\frac{15}{11}-\frac{4}{13}\right).\frac{12}{17}+\left(\frac{7}{11}-\frac{9}{13}\right).\frac{12}{17}$

7) $\left(\frac{-3}{7}+\frac{5}{11}\right).\frac{-5}{3}+\left(\frac{-4}{7}+\frac{6}{11}\right).\frac{-5}{3}$ 8) $\left(\frac{7}{6}-\frac{3}{4}\right).\frac{20}{21}+\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{4}\right).\frac{20}{21}$

9) $\left(\frac{1}{11}-\frac{5}{45}\right).\frac{20}{21}+\left(\frac{-40}{45}+\frac{10}{11}\right).\frac{20}{21}$

10) $\left(\frac{7}{2}+\frac{1}{3}\right).\frac{11}{23}-\left(\frac{5}{2}+\frac{4}{3}\right).\frac{11}{23}$

Bài 27: Thực hiện phép tính

1) $\left(\frac{-2}{3}+\frac{10}{7}\right):\frac{4}{5}+\left(\frac{-1}{3}+\frac{4}{7}\right):\frac{4}{5}$

2) $\left(\frac{-3}{4}+\frac{2}{3}\right):\frac{5}{11}+\left(\frac{-1}{4}+\frac{1}{3}\right):\frac{5}{11}$

3) $\left(\frac{-1}{5}+\frac{3}{7}\right):\frac{2}{11}+\left(-\frac{4}{5}+\frac{4}{7}\right):\frac{2}{11}$

4) $\left(\frac{-3}{7}+\frac{1}{12}\right):\frac{-5}{6}-\left(\frac{-10}{7}+\frac{13}{12}\right):\frac{-5}{6}$

5) $\frac{7}{8}:\left(\frac{2}{9}-\frac{1}{18}\right)+\frac{7}{8}:\left(\frac{1}{36}-\frac{5}{12}\right)$

6) $\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{15}-\frac{1}{6}\right)+\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{3}-\frac{16}{15}\right)$

7) $\frac{100}{123}:\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{12}\right)+\frac{23}{123}:\left(\frac{9}{5}-\frac{7}{15}\right)$

Bài 28: Thực hiện phép tính

1) $\left(3\frac{1}{2}+5\frac{2}{3}\right).\frac{8}{19}-\frac{8}{19}\left(2\frac{1}{2}+4\frac{2}{3}\right)$

2) $\left(7\frac{1}{3}+2\frac{1}{2}\right).\frac{9}{23}-\left(3\frac{1}{3}+4\frac{1}{2}\right).\frac{9}{23}$

Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết (Tìm x)

Bài 1: Tìm x biết:

1) $x+\frac{1}{3}=\frac{3}{4}$

2) $x+\frac{1}{5}=\frac{3}{7}$

3) $x+\frac{2}{3}=\frac{7}{12}$

4) $x+\frac{3}{5}=\frac{4}{15}$

5) $x+\frac{3}{4}=\frac{4}{5}$

6) $x+\frac{2}{3}=\frac{5}{6}$

7) $x+\frac{1}{12}=\frac{-3}{8}$

8) $x+\frac{1}{12}=\frac{-11}{12}$

9) $x+\frac{2}{7}=\frac{5}{9}$

10) $\frac{1}{6}+x=\frac{5}{12}$

11) $\frac{4}{7}+x=\frac{5}{3}$

12) $\frac{1}{2}+x=\frac{1}{4}$

13) $\frac{2}{3}+x=\frac{4}{7}$

14) $-\frac{5}{9}+x=\frac{4}{9}$

15) $\frac{-3}{7}+x=\frac{1}{3}$

Bài 2: Tìm x biết:

1) $x-\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

2) $x-\frac{2}{5}=\frac{5}{7}$

3) $x-\frac{2}{3}=\frac{5}{6}$

4) $x-\frac{2}{5}=\frac{3}{2}$

5) $x-\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

6) $x-\frac{1}{15}=\frac{1}{10}$

7) $x-\frac{1}{2}=\frac{-2}{3}$

8) $x-\frac{2}{5}=\frac{-1}{4}$

9) $x-\frac{3}{5}=\frac{-2}{3}$

10) $\frac{4}{7}-x=\frac{1}{3}$

11) $\frac{7}{5}-x=\frac{2}{3}$

12) $\frac{2}{5}-x=\frac{2}{3}$

13) $\frac{2}{7}-x=\frac{-3}{4}$

14) $\frac{2}{15}-x=\frac{-3}{10}$

15) $\frac{-3}{8}-x=\frac{5}{12}$

Bài 3: Tìm x biết:

1) $\frac{2}{3}x=\frac{4}{27}$

2) $\frac{-3}{5}x=\frac{21}{10}$

3) $x.\left(\frac{-3}{7}\right)=\frac{5}{21}$

4) $\frac{-4}{7}:x=\frac{-2}{5}$

5) $\frac{8}{15}:x=\frac{-20}{21}$

6) $\frac{-5}{7}:x=-\frac{20}{35}$

7) $x:\frac{3}{2}=\frac{-4}{27}$

8) $x:\frac{12}{13}=\frac{-26}{27}$

9) $x:\left(\frac{-2}{5}\right)=\frac{-15}{16}$

Bài 4: Tìm x biết:

1) $\frac{13}{20}+\frac{3}{5}+x=\frac{5}{6}$

2) $x+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}-\left(\frac{-1}{3}\right)$

3) $\frac{2}{3}+x+1=\frac{11}{3}$

4) $\frac{3}{5}-x=\frac{-1}{4}+\frac{7}{10}$

5) $\frac{-3}{7}-x=\frac{4}{5}+\frac{-2}{3}$

6) $\frac{-5}{6}-x=\frac{7}{12}+\frac{-1}{3}$

7) $\frac{3}{7}-x=\frac{1}{4}-\left(\frac{-3}{5}\right)$

8) $\frac{-5}{8}-x=\frac{-3}{20}-\left(\frac{-1}{6}\right)$

9) $\frac{-7}{12}-\frac{3}{5}-x=\frac{3}{4}$

Bài 5: Tìm x biết:

1) $\frac{1}{2}-\left(x+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{6}$

2) $\frac{3}{4}-\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{5}$

3) $\frac{5}{6}-\left(x+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}$

4) $\frac{1}{2}-\left(x-\frac{5}{6}\right)=\frac{1}{4}$

5) $\frac{17}{6}-\left(x-\frac{7}{6}\right)=\frac{7}{4}$

6) $\frac{3}{35}-\left(\frac{3}{5}+x\right)=\frac{2}{7}$

7) $\frac{3}{4}-\left(x-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{6}$

8) $\frac{1}{2}-\left(x-\frac{15}{6}\right)=\frac{3}{4}$

9) $\frac{11}{12}-\left(\frac{2}{5}+x\right)=\frac{2}{3}$

10) $\frac{7}{12}-\left(\frac{3}{8}-x\right)=\frac{-5}{6}$

11) $\frac{5}{12}-\left(\frac{3}{8}-x\right)=-\frac{5}{6}$

12) $\frac{-11}{12}-\left(\frac{2}{5}-x\right)=\frac{-3}{4}$

Bài 6: Tìm x biết:

1) $\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

2) $\frac{3}{5}x+\frac{2}{3}=\frac{4}{5}$

3) $\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}=5$

4) $\frac{3}{4}x-\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$ 5) $\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}=\frac{3}{7}$ 6) $\frac{2}{5}x-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

7) $\frac{3}{5}x-\frac{6}{7}=\frac{1}{7}$ 8) $\frac{3}{5}x-\frac{11}{4}=\frac{2}{5}$ 9) $\frac{2}{5}x-\frac{2}{3}=-1$

10) $\frac{23}{3}x-\frac{1}{4}=\frac{5}{3}$ 11) $\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}=\frac{-5}{9}$ 12) $\frac{-3}{5}x-\frac{2}{7}=\frac{1}{5}$

13) $2x-\frac{1}{2}=-5$ 14) $2x-\frac{1}{3}=-\frac{4}{9}$ 15) $3.x-\frac{3}{5}=\frac{-7}{10}$

16) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}x=\frac{4}{5}$ 17) $\frac{3}{4}+\frac{5}{2}x=\frac{7}{2}$ 18) $\frac{5}{7}+\frac{2}{3}x=\frac{3}{10}$

19) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}x=\frac{-5}{6}$ 20) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}x=\frac{-1}{2}$ 21) $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x=-\frac{1}{2}$

22) $\frac{5}{3}-\frac{2}{3}x=1$ 23) $\frac{8}{9}-\frac{1}{9}x=\frac{2}{3}$ 24) $\frac{4}{3}-\frac{5}{3}x=\frac{-1}{2}$

25) $\frac{7}{4}-\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}$ 26) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}:x=\frac{2}{5}$ 27) $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}:x=\frac{3}{5}$

28) $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}:x=\frac{4}{3}$ 29) $\frac{4}{5}+\frac{1}{3}:x=\frac{2}{3}$ 30) $\frac{2}{3}+\frac{5}{2}:x=\frac{3}{4}$

31) $\frac{3}{7}+\frac{1}{7}:x=\frac{3}{14}$ 32) $\frac{1}{5}+\frac{11}{10}:x=\frac{3}{4}$ 33) $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:x=\frac{-1}{5}$

34) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}:x=2$ 35) $\frac{-5}{6}+\frac{-1}{6}:x=2$ 36) $\frac{-1}{4}-\frac{3}{4}:x=-\frac{11}{36}$

Bài 7: Tìm x biết:

1) $3x-\frac{12}{5}=-0,6$ 2) $\frac{-4}{3}x-\frac{1}{2}=1,25$ 3) $-\frac{11}{12}x+0,25=\frac{5}{6}$

4) $0,2+\frac{2}{3}x=\frac{1}{3}$ 5) $-1,5+\frac{15}{2}.x=\frac{3}{4}$ 6) $\frac{5}{11}x+4=6\frac{1}{11}$

7) $1\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}=\frac{5}{6}$ 8) $2\frac{1}{4}x-9\frac{1}{4}=20$ 9) $3\frac{3}{7}x+\frac{4}{7}=\frac{-4}{5}$

Bài 8: Tìm x biết:

1) $\frac{5}{8}+\frac{1}{4}.(2.x-1)=\frac{5}{4}$ 2) $\frac{8}{7}-\frac{1}{7}:\left(\frac{x}{3}-2\right)=-1$ 3) $5\frac{1}{2}-\frac{1}{2}.(2x+1)=\frac{1}{2}$

4) $\left(\frac{2x}{5}-1\right):(-5)=\frac{1}{4}$ 5) $\left(0,5.x-\frac{3}{7}\right):\frac{1}{2}=1\frac{1}{7}$ 6) $\left(\frac{2x}{3}-3\right):(-10)=\frac{2}{5}$

Bài 9: Tìm x biết:

1) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}-2x\right)=0$ 2) $(4x+1)\left(-2x+\frac{1}{3}\right)=0$ 3) $(5x-1)\left(2x-\frac{1}{3}\right)=0$

4) $(2x-3)\left(\frac{3}{4}x+1\right)=0$ 5) $(3-2x)\left(\frac{4}{7}x+2\right)=0$ 6) $(5-7x)\left(\frac{3}{7}-3x\right)=0$

7) $\left(\frac{3}{7}x-\frac{7}{5}\right)\left(6-\frac{9}{10}x\right)=0$ 8) $\left(\frac{1}{3}x-\frac{7}{9}\right)\left(\frac{6}{5}-\frac{3}{2}:x\right)=0$ 9) $\left(\frac{2}{3}x-\frac{4}{9}\right)\left(\frac{1}{2}+x\right)=0$

Dạng 4. Tính tổng và tính biểu thức

Bài 1: Tính tổng

1) $A=\frac{2}{1.3}+\frac{2}{3.5}+\frac{2}{5.7}+.....+\frac{2}{99.101}$ 2) $A=\frac{4}{1.3}+\frac{4}{3.5}+\frac{4}{5.7}+.....+\frac{4}{99.101}$

3) $A=\frac{8}{9}-\frac{1}{72}-\frac{1}{56}-\frac{1}{42}-.....-\frac{1}{6}-\frac{1}{2}$ 4) $A=1-\frac{2}{3.5}-\frac{2}{5.7}-\frac{2}{7.9}-.....-\frac{2}{63.65}$

5) 6) $A=\frac{1}{19}+\frac{9}{19.29}+\frac{9}{29.39}+.....+\frac{9}{1999.2009}$

Bài 2: Tính giá trị biểu thức

1) $B=\frac{\frac{2}{212}+\frac{2}{213}-\frac{2}{214}}{\frac{3}{212}+\frac{3}{213}-\frac{3}{214}}$ 2) $A=\frac{5-\frac{5}{3}+\frac{5}{9}-\frac{5}{27}}{8-\frac{8}{3}+\frac{8}{9}-\frac{8}{27}}$

3) $B=\frac{50-\frac{4}{13}+\frac{2}{15}-\frac{2}{17}}{100-\frac{8}{13}+\frac{4}{15}-\frac{4}{17}}$ 4) $B=\frac{\frac{-6}{7}+\frac{6}{19}-\frac{6}{31}}{\frac{9}{7}-\frac{9}{19}+\frac{9}{31}}$

Bài 3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Lũy thừa với số mũ tự nhiên.

Ví dụ 1: Viết các tích sau về dạng lũy thừa rồi chỉ ra cơ số và số mũ

1) $(-5).(-5).(-5)$ 2) $\frac{3}{7}.\frac{3}{7}.\frac{3}{7}.\frac{3}{7}$ 3) $\frac{-2}{5}.\frac{-2}{5}.\frac{-2}{5}$

1) $(-5).(-5).(-5)=(-5)^3$ 2) $\frac{3}{7}.\frac{3}{7}.\frac{3}{7}.\frac{3}{7}=\left(\frac{3}{7}\right)^4$ 3) $\frac{-2}{5}.\frac{-2}{5}.\frac{-2}{5}=\left(\frac{-2}{5}\right)^3$

Cơ số -5, số mũ 3. Cơ số $\frac{3}{7}$, số mũ 4. Cơ số $\frac{-2}{5}$, số mũ 3.

Kết luận:

♣ Lũy thừa bậc n của số hữu tỉ x kí hiệu là x^n là tích của n thừa số x với $n\in\mathbb{N}, n>1$.

Tổng quát: $x^n=x.x.x....x$ (n thừa số x) với $x\in\mathbb{Q}, n\in\mathbb{N}, n>1$.

Đọc là x mũ n hoặc x lũy thừa n

x gọi là cơ số, n gọi là số mũ.

♣ Quy ước: $x^0=1\,(x\neq 0), x^1=x.$

Chú ý:

♣ Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa: $(a.b)^n=a^n.b^n$

♣ Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa: $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\,(b\neq 0).$

Ví dụ 2: Tính:

1) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$ 2) $\left(\frac{-1}{2}\right)^3$ 3) $\left(1\frac{1}{4}\right)^2$

1) $\left(\frac{4}{7}\right)^2=\frac{16}{49}$ 2) $\left(\frac{-1}{2}\right)^3=\frac{-1}{8}$ 3) $\left(1\frac{1}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{16}$

Ví dụ 3: Tính

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^3.\left(\frac{3}{4}\right)^3$ 2) $\left(\frac{6}{18}\right)^2:\left(\frac{7}{3}\right)^2$ 3) $\frac{5^{12}}{6^{12}}$

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^3.\left(\frac{3}{4}\right)^3=\left(\frac{2}{3}.\frac{3}{4}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}.$ 2) $\left(\frac{6}{18}\right)^2:\left(\frac{7}{3}\right)^2=\left(\frac{6}{18}:\frac{7}{3}\right)^2=\left(\frac{1}{7}\right)^2=\frac{1}{49}.$

3) $\frac{5^{12}}{6^{12}}=\left(\frac{5}{6}\right)^{12}$.

Ví dụ 4: Tách thành tích các lũy thừa

1) $(15)^6$ 2) $(55)^5$ 3) $(21)^3$

1) $(15)^6=(3.5)^6=3^6.5^6$ 2) $(55)^5=(5.11)^5=5^5.11^5$ 3) $(21)^3=(3.7)^3=.3^3.7^3$

2) Nhân và chia hai lũy thừa cùng cơ số.

Quy tắc:

♣ Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ

$a^m.a^n=a^{m+n}.$

♣ Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và trừ số mũ

$a^m:a^n=a^{m-n}$ với $x\neq 0,\ m\geq n.$

Chú ý:

♣ Mọi lũy thừa có số mũ chẵn đều có kết quả dương $\left(-\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^n$ với n là số chẵn.

Ví dụ 5: Tính:

1) $\left(\frac{1}{6}\right)^5.\left(\frac{1}{6}\right)^2$ 2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5:\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ 3) $\left(\frac{3}{7}\right)^4:\left(\frac{-3}{7}\right)^2$

1) $\left(\frac{1}{6}\right)^5.\left(\frac{1}{6}\right)^2=\left(\frac{1}{6}\right)^7$ 2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5:\left(-\frac{1}{2}\right)^3=\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ 3) $\left(\frac{3}{7}\right)^4:\left(\frac{-3}{7}\right)^2$

$=\left(\frac{3}{7}\right)^4:\left(\frac{3}{7}\right)^2=\left(\frac{3}{7}\right)^2$

3) Lũy thừa của lũy thừa.

Quy tắc:

♣ Khi tính lũy thừa của một lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ

$\left(a^m\right)^n=a^{m.n}$

Ví dụ 6: Tính

1) $\left(2^3\right)^4$ 2) $\left(-4^3\right)^4$ 3) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^4\right]^2$

1) $\left(2^3\right)^4 = 2^{3.4} = 2^{12}$ 2) $\left(-4^3\right)^4 = 4^{3.4} = 4^{12}$ 3) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^4\right]^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^8$.

B. BÀI TẬP.

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Bài 1: Thực hiện phép tính (Tính lũy thừa)

1) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ 3) $\left(\frac{-1}{3}\right)^3$

4) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ 5) $\left(\frac{2}{-3}\right)^3$ 6) $\left(\frac{-2}{5}\right)^2$

7) $\left(\frac{-6}{5}\right)^2$ 8) $\left(\frac{-1}{2}\right)^1$ 9) $\left(\frac{-9}{21}\right)^0$

Bài 2: Thực hiện phép tính (Tính lũy thừa)

1) $\left(3\frac{1}{2}\right)^2$ 2) $\left(2\frac{1}{5}\right)^2$ 3) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^2$

4) $\left(-2\frac{3}{5}\right)^2$ 5) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^4$ 6) $\left(-1\frac{2}{5}\right)^2$

7) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^3$ 8) $\left(-1\frac{3}{4}\right)^1$ 9) $\left(-9\frac{10}{11}\right)^0$

Bài 3: Thực hiện phép tính (Tính lũy thừa)

1) $(-0,3)^3$ 2) $(-0,5)^2$ 3) $(-1,1)^2$

4) $(-1,2)^2$ 5) $1,4^2$ 6) $3,5^2$

7) $0,25^3$ 8) $0,8^3$ 9) $(-0,987)^0$

Bài 4: Thực hiện phép tính (Lũy thừa của một tích, thương)

1) $\left(\frac{8}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^8$ 2) $\left(\frac{3}{7}\right)^{12} \cdot \left(\frac{21}{5}\right)^{12}$ 3) $\left(\frac{-4}{13}\right)^5 \cdot \left(\frac{26}{5}\right)^5$

4) $\left(\frac{12}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{35}{16}\right)^4$ 5) $\left(\frac{6}{7}\right)^{13} \cdot \left(\frac{49}{18}\right)^{13}$ 6) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{12} : \left(\frac{13}{12}\right)^{12}$

7) $\left(\frac{-10}{3}\right)^4 : \left(\frac{-5}{6}\right)^4$ 8) $\left(\frac{4}{7}\right)^{19} : \left(\frac{-12}{35}\right)^{19}$ 9) $\left(\frac{-4}{7}\right)^{11} : \left(\frac{16}{-28}\right)^{11}$

Bài 5: Thực hiện phép tính (Lũy thừa của một tích, thương)

1) $\left(\frac{1}{5}\right)^5 .5^5$ 2) $\left(\frac{2}{5}\right)^9 .5^9$ 3) $\left(\frac{4}{9}\right)^3 .3^3$

4) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 .(-7)^4$ 5) $(-11)^{12} .\left(\frac{4}{11}\right)^6$ 6) $(-6)^8 .\left(\frac{5}{6}\right)^7$

Bài 6: Thực hiện phép tính (Nhân, chia hai lũy thừa cùng cơ số)

1) $\left(\frac{3}{5}\right)^7 .\left(\frac{3}{5}\right)^8$ 2) $\left(\frac{2}{7}\right)^7 .\left(\frac{2}{7}\right)^3$ 3) $\left(\frac{6}{5}\right)^5 .\left(\frac{6}{5}\right)^6$

4) $\left(\frac{-7}{13}\right)^7 .\left(\frac{-7}{13}\right)^9$ 5) $\left(-\frac{2}{7}\right)^9 .\left(-\frac{2}{7}\right)^{11}$ 6) $\left(\frac{4}{-11}\right)^4 .\left(\frac{4}{-11}\right)^3$

7) $\left(\frac{4}{9}\right)^9 : \left(\frac{4}{9}\right)^5$ 8) $\left(\frac{5}{9}\right)^{11} : \left(\frac{5}{9}\right)^7$ 9) $\left(\frac{-11}{4}\right)^{12} : \left(\frac{-11}{4}\right)^{11}$

10) $\left(\frac{13}{6}\right)^6 : \left(\frac{13}{6}\right)^6$ 11) $\left(-\frac{3}{5}\right)^7 : \left(-\frac{3}{5}\right)$ 12) $\left(\frac{-2}{13}\right)^7 : \left(\frac{-2}{13}\right)^5$

Bài 7: Thực hiện phép tính (Nhân, chia hai lũy thừa cùng cơ số)

1) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2 .\left(\frac{2}{3}\right)^5$ 2) $\left(\frac{6}{5}\right)^7 .\left(\frac{-6}{5}\right)^4$ 3) $\left(-\frac{6}{5}\right)^4 .\left(\frac{6}{5}\right)^7$

4) $\left(\frac{4}{9}\right)^{11} .\left(\frac{-4}{9}\right)^8$ 5) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{10} : \left(\frac{1}{5}\right)^7$ 6) $\left(\frac{3}{8}\right)^8 : \left(-\frac{3}{8}\right)^2$

7) $\left(\frac{6}{13}\right)^{11} : \left(\frac{-6}{13}\right)^4$ 8) $\left(-\frac{4}{9}\right)^{13} : \left(\frac{-4}{9}\right)^{13}$ 9) $\left(\frac{7}{13}\right)^9 : \left(\frac{-7}{13}\right)^6$

Bài 8: Thực hiện phép tính (Lũy thừa của lũy thừa)

1) $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^0\right]^{99}$ 2) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^5\right]^0$ 3) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^2\right]^5$

4) $\left[-\left(\frac{3}{4}\right)^5\right]^6$ 5) $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^2\right]^3$ 6) $\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2\right]^2$

Bài 9: Thực hiện phép tính

1) $\frac{15^3}{5^4}$ 2) $\frac{21^3}{7^4}$ 3) $\frac{55^3}{11^5}$

4) $\frac{6^6}{3^8}$ 5) $\frac{45^2}{(-9)^4}$ 6) $\frac{26^4}{-13^5}$

Bài 10: Thực hiện phép tính (Lũy thừa của lũy thừa, lũy thừa của một tích)

1) $\frac{8^{10}}{4^8}$ 2) $\frac{4^2.4^3}{2^{10}}$ 3) $\frac{8^2.4^5}{2^{20}}$

4) $\frac{2^7.9^3}{6^5.8^2}$ 5) $\frac{2^{15}.9^4}{6^6.8^3}$ 6) $\frac{2^7.9^3}{6^3.8^2}$

7) $\frac{6^{15}.9^{10}}{3^{34}.2^{13}}$ 8) $\frac{9^2.2^{11}}{16^2.6^3}$ 9) $\frac{4^5.9^4}{8^3.27^3}$

10) $\frac{27^4.4^3}{9^5.8^2}$ 11) $\frac{3^{29}.4^{16}}{27^9.8^{11}}$ 12) $\frac{4^{20}.3^{35}}{2^{37}.27^{12}}$

13) $\frac{6^7.4^2}{9^2.12^5}$ 14) $\frac{15^2.9^3}{25^3.27^2}$ 15) $\frac{5^4.20^4}{25^5.4^5}$

Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết (Tìm x)

Bài 1: Tìm x biết:

1) $\left(\frac{3}{4}\right)^5.x=\left(\frac{3}{4}\right)^7$ 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^2.x=\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 3) $\left(-\frac{2}{5}\right)^2.x=\left(-\frac{2}{5}\right)^4$

4) $x:\left(\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 5) $x:\left(\frac{-1}{2}\right)^3=\frac{-1}{2}$ 6) $x:\left(\frac{-9}{5}\right)^7=\left(\frac{-9}{5}\right)^8$

7) $\left(\frac{-5}{9}\right)^{10}:x=\left(\frac{-5}{9}\right)^8$ 8) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2:x=\left(\frac{1}{3}\right)^4$ 9) $\left(\frac{4}{5}\right)^5:x=\left(\frac{-4}{5}\right)^4$

Bài 2: Tìm x biết: *(Cùng số mũ)*

1) $(x-1)^3=\frac{1}{8}$ 2) $(3-x)^3=\frac{-27}{64}$ 3) $(x-5)^3=\frac{1}{-27}$

4) $(x-4)^2=\frac{4}{9}$ 5) $(5-x)^2=\frac{1}{16}$ 6) $(x+1)^2=\frac{4}{49}$

Bài 3: Tìm x biết: *(Cùng số mũ)*

1) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^3=-8$ 2) $\left(x-\frac{1}{2}\right)^3=\frac{27}{8}$ 3) $\left(x-\frac{1}{3}\right)^3=\frac{-8}{27}$

4) $\left(x-\frac{1}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$ 5) $\left(x-\frac{5}{2}\right)^3=\frac{-1}{8}$ 6) $\left(x-\frac{1}{8}\right)^3=\frac{-8}{125}$

7) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{16}$ 8) $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{16}$ 9) $\left(x-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$

10) $\left(x+\frac{2}{5}\right)^2=\frac{9}{16}$ 11) $\left(x+\frac{1}{12}\right)^2=\frac{16}{9}$ 12) $\left(x-\frac{4}{7}\right)^2=\frac{1}{49}$

Bài 4: Tìm x biết: *(Cùng số mũ)*

1) $(2x-1)^3=\frac{8}{27}$ 2) $(2x-1)^2=\frac{1}{4}$ 3) $(2-3x)^2=\frac{9}{4}$

4) $(2x+1)^2=\frac{16}{25}$ 5) $(5x+1)^2=\frac{36}{49}$ 6) $(3x-4)^2=\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

7) $\left(1-\frac{2}{3}x\right)^2=\frac{4}{9}$ 8) $\left(\frac{3}{4}-7\text{x}\right)^2=\frac{1}{4}$ 9) $\left(\frac{4}{7}-\frac{1}{2}x\right)^2=\frac{4}{9}$

10) $3.\left(x-\frac{1}{2}\right)^3=81$ 11) $2.\left(\frac{1}{4}+x\right)^3=\frac{-27}{4}$ 12) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^3:3=\frac{-1}{81}$

13) $\left(\frac{2}{3}-x\right)^2=1:\frac{4}{9}$ 14) $\left(2x-\frac{1}{5}\right)^2+\frac{16}{25}=1$ 15) $\left(\frac{2}{5}-3x\right)^2-\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$

Bài 5: Tìm x biết: *(Cùng cơ số)*

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1}{32}$ 2) $\left(\frac{7}{5}\right)^x=\frac{49}{25}$ 3) $\left(\frac{3}{5}\right)^x=\frac{27}{125}$

4) $\left(-\frac{3}{2}\right)^x=\frac{9}{4}$ 5) $\left(\frac{-4}{9}\right)^x=\frac{16}{81}$ 6) $\left(\frac{-2}{3}\right)^x=\frac{-8}{27}$

Bài 6: Tìm x biết:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}=\frac{1}{8}$ 2) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{2x+1}=\frac{-1}{27}$ 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{5-2x}=\frac{2}{3}$

4) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{2.x-1}=\frac{-27}{64}$ 5) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{3x+1}=\frac{1}{81}$ 6) $\left(\frac{-6}{7}\right)^{3.x+4}=\frac{36}{49}$

Bài 7*: Tìm x biết:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+3}+\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2}=\frac{4}{27}$ 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}=\frac{9}{32}$ 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}=\frac{20}{27}$

4) $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-1}+\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}=\frac{117}{16}$ 5) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}+\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}=\frac{6}{25}$ 6) $\left(\frac{2}{7}\right)^{x-3}-\left(\frac{2}{7}\right)^{x-2}=\frac{10}{49}$

Bài 8*: Tìm x biết:

1) $\frac{1}{7}.3^{x+1}+\frac{1}{2}.3^{x+2}=\frac{23}{14}.3^5$

2) $\frac{4^{x+3}}{5}+\frac{4^{x+1}}{7}=\frac{4^5.117}{35}$

3) $\left(\frac{1}{20}-\frac{1}{5}\right)2^{x+1}+2^{x+2}=\frac{-148}{5}$

4) $5^{x+3}+\frac{5}{6}.5^{x+4}=\frac{275}{2}$

Dạng 3: So sánh

Bài 1: So sánh

1) $\frac{5}{2^3}$ và $\frac{5}{3^2}$

2) $\frac{-7}{2^5}$ và $\frac{-7}{5^2}$

3) $\left(\frac{-3}{2^{300}}\right)^0$ và và $\left(\frac{0}{300}\right)^1$

Bài 2: So sánh

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{24}$ và $\left(\frac{1}{3}\right)^{36}$

2) $\left(\frac{1}{5}\right)^{50}$ và $\left(\frac{1}{3}\right)^{75}$

3) $\left(\frac{-1}{2}\right)^{300}$ và $\left(-\frac{1}{3}\right)^{200}$

4) $\left(\frac{1}{16}\right)^{30}$ và $\left(\frac{1}{8}\right)^{20}$

5) $\left(\frac{1}{16}\right)^{11}$ và $\left(\frac{1}{32}\right)^{9}$

6) $\left(\frac{1}{32}\right)^{6}$ và $\left(\frac{1}{16}\right)^{7}$

Bài 3*: So sánh $P=\frac{8}{3^7}+\frac{8}{3^5}$ và $Q=\frac{9}{3^7}+\frac{7}{3^5}$

Bài 4*: So sánh $A=\frac{14^{14}+1}{14^{15}+1}$ và $B=\frac{14^{15}+1}{14^{16}+1}$

Bài 5*: So sánh $M=\frac{17^{20}+1}{17^{19}+1}$ và $N=\frac{17^{17}+1}{17^{16}+1}$

Bài 4. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH QUY TẮC CHUYỂN VẾ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Thứ tự thực hiện các phép tính.

Quy tắc:

- ♣ Với các biểu thức chỉ có cộng, trừ hoặc nhân, chia ta thực hiện các phép tính từ trái qua phải.
- ♣ Với các biểu thức không có dấu ngoặc ta tính lũy thừa $\Rightarrow$ nhân, chia $\Rightarrow$ cộng, trừ.
- ♣ Với các biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau

$$(\ )\Rightarrow[\ ]\Rightarrow\{\ \}$$

Ví dụ 1: Thực hiện phép tính

1) $3-1\frac{4}{5}:\frac{-3}{4}$

2) $\frac{2}{3}:\frac{8}{9}-\frac{5}{7}.\frac{14}{15}$

3) $\frac{3}{4}.\frac{5}{8}+\frac{3}{4}:2\frac{2}{3}$

1) $3-1\frac{4}{5}:\frac{-3}{4}$

2) $\frac{2}{3}:\frac{8}{9}-\frac{5}{7}.\frac{14}{15}$

3) $\frac{3}{4}.\frac{5}{8}+\frac{3}{4}:2\frac{2}{3}$

$=3-\frac{9}{5}.\frac{-4}{3}=3-\frac{-12}{5}$

$=\frac{27}{5}.$

$=\frac{2}{3}.\frac{9}{8}-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$

$=\frac{1}{12}.$

$=\frac{15}{32}+\frac{3}{4}.\frac{3}{8}=\frac{15}{32}+\frac{9}{32}$

$=\frac{24}{32}=\frac{3}{4}.$

Ví dụ 2: Thực hiện phép tính

1) $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}:\left(2\frac{1}{4}-0,25\right)$

2) $1-\left\{1:\left[2+1:\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$

3) $1\frac{1}{4}:\left\{\frac{5}{8}+\left[\frac{5}{3}-\left(-\frac{1}{4}\right)\right].\frac{9}{4}\right\}$

1) $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}:\left(2\frac{1}{4}-0,25\right)$

2) $1-\left\{1:\left[2+1:\left(1-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$

3) $1\frac{1}{4}:\left\{\frac{5}{8}+\left[\frac{5}{3}-\left(-\frac{1}{4}\right)\right].\frac{9}{4}\right\}$

$=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}:\left(\frac{9}{4}-\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}:2=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}.\frac{1}{2}$

$=\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}.$

$=1-\left\{1:\left[2+1:\frac{1}{2}\right]\right\}$

$=1-\{1:[2+2]\}$

$=1-\left\{\frac{1}{4}\right\}=\frac{3}{4}.$

$=\frac{5}{4}:\left\{\frac{5}{8}+\left[\frac{23}{12}\right].\frac{9}{4}\right\}$

$=\frac{5}{4}:\left\{\frac{5}{8}+\frac{69}{16}\right\}$

$=\frac{5}{4}:\left\{\frac{79}{16}\right\}=\frac{5}{4}.\frac{16}{79}=\frac{20}{79}.$

2) Quy tắc chuyển vế.

Quy tắc:

- ♣ Khi chuyển một số hạng tử từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó, từ " + " thành " – " và từ " – " thành " + ".
- ♣ Nếu $a=b\Rightarrow b=a$
- ♣ Nếu $a=b\Rightarrow a+c=b+c$

Ví dụ 3: Tìm x biết:

1) $\frac{1}{2}x-3=-x+\frac{1}{5}$

$\Rightarrow x+\frac{1}{2}x=3+\frac{1}{5}$

$\Rightarrow \frac{3}{2}x=\frac{16}{5}$

$\Rightarrow x=\frac{16}{5}:\frac{3}{2}=\frac{32}{15}.$

2) $x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}x-\frac{5}{6}$

$\Rightarrow x-\frac{1}{2}x=\frac{-5}{6}-\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x=\frac{-13}{12}$

$\Rightarrow x=\frac{-13}{12}:\frac{1}{2}=\frac{-13}{6}.$

3) $\frac{3}{2}x-1=\frac{1}{2}x=\frac{3}{5}$

$\Rightarrow \frac{3}{2}x-\frac{1}{2}x=1+\frac{3}{5}$

$\Rightarrow 2x=\frac{8}{5}\Rightarrow x=\frac{8}{5}:2$

$\Rightarrow x=\frac{4}{5}.$

1) $\frac{1}{2}x-3=-x+\frac{1}{5}$

2) $x+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}x-\frac{5}{6}$

3) $\frac{3}{2}x-1=\frac{1}{2}x=\frac{3}{5}$

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Bài 1: Thực hiện phép tính

1) $\frac{2}{3}.\frac{5}{8}+\frac{1}{6}$
2) $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}.\frac{10}{7}$
3) $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}.\frac{-3}{4}$
4) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}.\frac{-4}{9}$
5) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}.\frac{-3}{4}$
6) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}.\frac{-4}{9}$
7) $\frac{-5}{4}+\frac{3}{7}.\frac{21}{8}$
8) $\frac{7}{12}-\frac{27}{7}.\frac{1}{18}$
9) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}.(-3)$
10) $\frac{2}{7}+\frac{3}{5}.\frac{5}{7}-\frac{4}{7}$
11) $\frac{5}{8}+\frac{9}{4}.\frac{5}{3}-\frac{5}{24}$
12) $\frac{5}{36}+\frac{-7}{9}-\frac{15}{8}:\frac{3}{2}$
13) $\frac{5}{12}+\frac{4}{5}:\frac{-3}{4}-\frac{1}{4}$
14) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}:\left(\frac{-3}{2}\right)+\frac{1}{2}$
15) $\frac{2}{3}-\frac{5}{3}:\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$

Bài 2: Thực hiện phép tính

1) $\frac{2}{3}-4\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)$
2) $\frac{1}{7}+\frac{6}{7}.\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$
3) $\left(\frac{-1}{3}+\frac{5}{6}\right).11-7$

4) $\left(\frac{9}{10}-\frac{4}{5}\right):\frac{2}{5}+1$
5) $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}:\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)$
6) $\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\right):\frac{17}{24}-\frac{3}{4}$

Bài 3: Thực hiện phép tính

1) $12.\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$
2) $18.\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{2}$
3) $15.\left(-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{7}{3}$
4) $\left(\frac{1}{3}\right)^2.3-\frac{2}{9}:\frac{2}{3}$
5) $\left(\frac{1}{3}\right)^3.\frac{9}{4}-\left(\frac{-1}{2}\right)^2$
6) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2-1\frac{1}{2}:6$
7) $3:\left(\frac{-3}{2}\right)^2+\frac{1}{9}.6^1$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $\frac{1}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{-8}{9}$
2) $\frac{5}{2}-3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2$
3) $\left(\frac{-1}{3}\right)^3+\frac{8}{9}-\frac{26}{27}$
4) $\left(-\frac{1}{7}\right)^0-2\frac{4}{9}+\left(-\frac{2}{3}\right)^2$
5) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2+1,2$
6) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^2-2,5$

Bài 5: Thực hiện phép tính

1) $\frac{1}{2}-\left(\frac{2}{3}\right)^9:\left(\frac{2}{3}\right)^7+\frac{5}{6}$
2) $\left(\frac{3}{7}\right)^3.\left(\frac{7}{6}\right)^3+\frac{2}{3}:\left(\frac{4}{3}\right)^2$
3) $\frac{-4}{7}:\frac{9}{14}+\left(\frac{4}{3}\right)^4:\left(\frac{4}{3}\right)^2$
4) $\left(\frac{-4}{3}+1\right)-\left(\frac{-2}{3}\right)^{21}:\left(\frac{-2}{3}\right)^{19}$
5) $\left(\frac{5}{2}-\frac{4}{3}\right).\frac{6}{7}+\left(\frac{-3}{2}\right)^5:\left(-\frac{3}{2}\right)^3$
6) $25^{10}.\left(\frac{1}{5}\right)^{20}+\left(-\frac{3}{4}\right)^8.\left(\frac{-4}{3}\right)^8-2011^0$
7) $\left(\frac{3}{5}\right)^{10}.\left(\frac{5}{3}\right)^{10}-\frac{13^4}{39^4}+2014^0$
8) $(-0,5)^5:(-0,5)^3-\left(\frac{17}{2}\right)^7:\left(\frac{17}{2}\right)^6$

Bài 6: Thực hiện phép tính

1) $\left(\frac{3}{4}\right)^2.4^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2:2-2\frac{3}{4}$
2) $\left(\frac{3}{5}\right)^2.5^2-\left(2\frac{1}{4}\right)^3:\left(\frac{3}{4}\right)^3-3$
3) $25.\left(\frac{-1}{5}\right)^3+\frac{1}{5}-2.\left(\frac{-1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$
4) $4.\left(\frac{1}{2}\right)^3+3.\left(\frac{1}{2}\right)^2-2.\left(\frac{1}{2}\right)^0$
5) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2.4+\frac{1}{3}.3^2+\left(\frac{1}{2020}\right)^0$
6) $5.\left(-\frac{2}{5}\right)^2+2.\left(-\frac{2}{5}\right)+4.\left(\frac{-2}{5}\right)^0$

7) $3.\left(\frac{-2}{3}\right)^2-2\left(\frac{-2}{3}\right)+4\left(\frac{-2}{3}\right)^0$

8) $9.\left(\frac{2}{3}\right)^2+2.\left(\frac{-9}{2}\right)+4.\left(\frac{-15}{7}\right)^0$

9) $\left(\frac{2}{3}\right)^3-4.\left(-1\frac{3}{4}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

10) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{-1}-\left(\frac{-6}{7}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^2:2$

11) $25.\left(\frac{-1}{5}\right)^2+\frac{1}{5}-9.\left(\frac{-1}{9}\right)^2+\frac{1^{20}}{9}$

12) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^3.64+\left(-\frac{2015}{2016}\right)^0$

13) $\frac{1}{3}-\frac{1}{3}:\left(-\frac{2}{3}\right)^2+(-3)^3.\left(7\frac{7}{9}-9\frac{2}{3}\right)$

Bài 7: Thực hiện phép tính

1) $\frac{1}{6}-\left[\frac{1}{6}-\left(\frac{1}{4}+\frac{9}{12}\right)\right]$

2) $\frac{15}{7}.\left[-\frac{1}{3}.\left(\frac{6}{11}\right)^0-\frac{1}{8}\right]-2\frac{1}{7}.\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

3) $2^3-3.\left(\frac{1}{2}\right)^0-\frac{1}{2^2}+\left[(-2)^2:\frac{1}{2}\right]:8$

4) $3+2:\left\{1+3:\left[2-1:\left(3+\frac{2}{1-3}\right)\right]\right\}$

Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết (Tìm x)

Bài 1: Tìm x biết:

1) $\frac{1}{3}-\frac{2}{5}+3.x=\frac{3}{4}$

2) $\frac{-1}{10}+\frac{2}{5}.x+\frac{7}{20}=\frac{1}{10}$

3) $x-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{-5}{6}+\frac{1}{8}$

4) $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}x=-\frac{1}{3}+3$

Bài 2: Tìm x biết:

1) $\left(x-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{3}+\frac{5}{7}=9\frac{5}{7}$

2) $\frac{11}{13}-\left(\frac{5}{42}-x\right)=-\left(\frac{15}{28}-\frac{11}{13}\right)$

3) $\left(-1\frac{1}{5}+x\right):\left(-3\frac{3}{5}\right)=\frac{-7}{4}+\frac{1}{4}:\frac{1}{8}$

4) $\frac{3}{2}-\left(x-2\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{-3}{4}-1\frac{1}{8}\right)$

5) $\frac{3}{4}:2\frac{4}{9}-\left(-3x+2\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{4}$

6) $\frac{15}{8}-\frac{1}{8}:\left(\frac{x}{4}-0,5\right)=\frac{5}{4}$

7) $\left(\frac{-2}{3}x+\frac{3}{8}\right).\left(-\frac{8}{5}\right)=-\frac{8}{15}$

8) $\frac{11}{4}-\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)^3-\frac{15}{12}\right]=\frac{5}{8}$

Bài 3: Tìm x biết:

1) $\frac{2}{3}x-1\frac{2}{5}x=\frac{3}{5}$

2) $2x-3=x+\frac{1}{2}$

3) $\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}x=\frac{-33}{25}$

4) $\frac{5}{2}x-\frac{1}{3}x+2=\frac{3}{2}$

5) $\frac{2}{3}x-\frac{2}{5}=\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}$

6) $\frac{1}{2}.x+2\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}.x-\frac{3}{4}$

7) $1,5x-2\frac{1}{3}x=1,5-\frac{2}{3}$

8) $\frac{5}{12}x+3=\frac{1}{3}-\frac{7}{12}x$

9) $\frac{1}{6}x+\frac{1}{10}x-\frac{4}{15}x+1=0$

Bài 4: Tìm x biết:

1) $\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}(x+1)=0$

2) $2x+\frac{1}{5}(x-5)=\frac{17}{5}$

3) $4x-(2x+1)=3-\frac{1}{3}+x$

4) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(x-2)=\frac{3}{4}-2x$

5) $3\left(x+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(4x-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{6}$

6) $\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{2}(2.x+1)=5$

7) $\frac{11}{15}-\left(\frac{7}{9}+x\right).\frac{3}{8}=\frac{61}{90}+\frac{x}{3}$

8) $2\left(x-\frac{1}{3}\right)-3(x-1)=\frac{2}{3}(2-3x)$

CHƯƠNG II. SỐ THỰC

Bài 5. LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

A. LÝ THUYẾT.

1) Số thập phân hữu hạn và số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Ví dụ 1:

a) Khi ta chuyển số hữu tỉ $\frac{12}{5}$ thành số thập phân là $2,4$. Nhận thấy số thập phân $2,4$ chỉ có 1 chữ số 4 sau dấu $","$ nên được gọi là số thập phân hữu hạn.

b) Khi ta chuyển số hữu tỉ $\frac{5}{3}$ thành số thập phân $1,666.....$. Nhận thấy số thập phân $1,666.....$ có vô số các chữ số 6 sau dấu $","$ nên gọi là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì là 6.

Kết luận:

- ♣ Số thập phân hữu hạn là số thập phân có hữu hạn các chữ số sau dấu $","$
- ♣ Số thập phân vô hạn tuần hoàn là số thập phân có vô số các số sau dấu $","$ và các số đó có tính chu kì (lặp lại)
- ♣ Mọi số hữu tỉ đều được viết dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.

Ví dụ 2: Số hữu tỉ $\frac{7}{33}$ được viết thành $\frac{7}{33}=0,212121...=0,(21)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì 21.

Chú ý:

- ♣ Số hữu tỉ sau khi rút gọn mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.
- ♣ Cách đổi một số thập phân vô hạn tuần hoàn, ta dựa vào các biến đổi cơ bản sau

$$\frac{1}{9}=0,(1) \quad \frac{1}{99}=0,(01) \quad \frac{1}{999}=0,(001)$$

Ví dụ 3: Đưa các số thập phân sau về số hữu tỉ

1) $1,(8)$ 2) $0,(23)$ 3) $-2,0(2)$

1) Ta có $1,(8)=1+0,(8)=1+8.0,(1)=1+8.\frac{1}{9}=\frac{17}{9}$

2) $0,(23)=23.0,(01)=23.\frac{1}{99}=\frac{23}{99}$

3) $2,0(2)=2+0,0(2)=2+\frac{0,(2)}{10}=2+\frac{1}{10}.2.0,(1)=2+\frac{1}{5}.\frac{1}{9}=\frac{91}{45}$

2) Làm tròn số thập phân căn cứ vào độ chính xác cho trước.

Ví dụ 4: Làm tròn các số sau đến chữ số hàng đơn vị

1) $12,3$ 2) $-3,6$ 3) $6,5$

1) $12,3\approx 12$ 2) $-3,6\approx -4$ 3) $6,5\approx 7$

Kết luận:

- ♣ Khi làm tròn số đến một hàng nào đó, kết quả làm tròn có độ chính xác bằng một nửa đơn vị hàng làm tròn.
- ♣ Ta có thể sử dụng bảng sau

Hàng làm tròn	Trăm	Chục	Đơn vị	Phần mười	Phần trăm
Độ chính xác	50	5	0,5	0,05	0,005

- ♣ Ta có thể ước lượng kết quả các phép tính bằng cách làm tròn rồi thực hiện tính toán.

Ví dụ 5: Ước lượng kết quả các phép tính sau bằng cách làm tròn đến hàng đơn vị

1) $5,34+6,9$ 2) $12,78-8,8$ 3) $3,14 . 5,9$

1) $5,34+6,9$ $\approx 5+7=12$ 2) $12,78-8,8$ $\approx 13-9=4$ 3) $3,14 . 5,9$ $\approx 3 . 6=18$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Tìm hiểu số thập phân hữu hạn và vô hạn tuần hoàn

Bài 1: Sử dụng chu kì, hãy viết gọn các số thập phân sau

1) $3,999...$ 2) $2,212121...$ 3) $0,363636...$ 4) $4,343434...$

5) $0,580580...$ 6) $6,1343434...$ 7) $0,62313131...$ 8) $0,123123123...$

9) $-1,2333...$ 10) $-3,24545...$ 11) $-1,525252...$ 12) $-1,020202...$

13) $-6,676767...$ 14) $-23,0232323...$ 15) $-5,0212121...$ 16) $-0,01919.....$

Bài 2: Viết các số hữu tỉ sau về số thập phân (hữu hạn)

1) $\frac{7}{5}$ 2) $\frac{13}{2}$ 3) $\frac{11}{10}$ 4) $\frac{21}{50}$

5) $\frac{-13}{4}$ 6) $\frac{-13}{5}$ 7) $\frac{-13}{5}$ 8) $-\frac{3}{2}$

9) $\frac{-23}{10}$ 10) $-\frac{7}{20}$ 11) $-\frac{26}{25}$ 12) $\frac{8}{-25}$

Bài 3: Viết các số hữu tỉ sau về số thập phân (vô hạn tuần hoàn)

1) $\frac{-7}{3}$ 2) $\frac{-11}{3}$ 3) $\frac{7}{6}$ 4) $\frac{15}{7}$

5) $\frac{-1}{7}$ 6) $\frac{9}{7}$ 7) $\frac{-11}{6}$ 8) $\frac{-5}{3}$

9) $\frac{-15}{11}$ 10) $\frac{9}{13}$ 11) $\frac{-6}{15}$ 12) $\frac{31}{30}$

Bài 4: Viết các số thập phân hữu hạn sau về số hữu tỉ

1) $1,23$ 2) $-4,3$ 3) $0,27$ 4) $-0,45$

5) $3,08$ 6) $0,05$ 7) $-0,06$ 8) $-5,08$

Bài 5: Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau về số hữu tỉ (hoặc hỗn số)

1) $0,(3)$ 2) $1,(4)$ 3) $2,(5)$ 4) $3,(1)$

5) $-2,(2)$ 6) $-1,(6)$ 7) $-0,(8)$ 8) $-9,(7)$

9) $0,(01)$ 10) $1,(02)$ 11) $2,(03)$ 12) $3,(05)$

13) $-1,(12)$ 14) $-0,(32)$ 15) $-2,(15)$ 16) $-4,(36)$

17) $-0,0(12)$ 18) $-1,0(3)$ 19) $-6,0(30)$ 20) $-12,0(60)$

Dạng 2. Thực hiện phép tính

Bài 1: Tính

1) $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-0,5$ 2) $1,(6)+\left(\frac{-2}{7}\right)-(-1,2)$ 3) $0,(3)-\frac{-5}{6}+\frac{3}{4}$

4) $0,(3)-1,(3)+\frac{2}{7}$ 5) $3,5+\left(\frac{2}{11}-\frac{7}{2}\right)$ 6) $-0,8(3)-\left(\frac{-3}{8}+\frac{1}{10}\right)$

Bài 2: Thực hiện phép tính

1) $14.\frac{1}{4}.\frac{3}{4}-2\frac{1}{4}:1,(3)$ 2) $\left(-\frac{1}{2}\right).\left(\frac{2}{3}\right)-\frac{2}{3}.\left[-0,(6)\right]$

3) $\left(-\frac{11}{8}\right).6,(3)+6,(3).\left(\frac{-5}{8}\right)$ 4) $\frac{5}{4}.0,5(3)+\frac{-5}{16}.0,5(3)-1$

Bài 3: Thực hiện phép tính

1) $-27\,.\,2,(6)^2-4\left(\frac{-1}{2}\right)^3$ 2) $-0,(3)^3+\frac{8}{9}-\frac{26}{27}$

3) $2^3-3.\left(\frac{1}{3}\right)^0-\frac{1}{3^2}+\left[(-3)^2:0,(3)\right]:8$ 4) $\frac{15}{7}.\left[-\frac{1}{3}.0,(54)^0-\frac{1}{8}\right]-2\frac{1}{7}.\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left[1\frac{2}{5}.\frac{1}{3}+\left(2,(6)-2\right).\frac{7}{5}\right]$ 2) $\left(4-\frac{19}{5}\right)^2+\frac{-3}{10}.0,(6)^2-\frac{2^3}{75}$

3) $0,(6)^2.9-\left(\frac{-1}{4}\right)^3:\frac{1}{64}$ 4) $\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{15}-0,1(6)\right)+\frac{3}{5}:\left(\frac{-1^6}{3}-1\frac{1}{15}\right)$

Dạng 3. So sánh

Bài 1: So sánh

1) $4,(15)$ và $4,1(15)$ 2) $2,3(16)$ và $2,33(16)$

3) $-3,(23)$ và $-3,2(23)$ 4) $-0,0(15)$ và $-0,00(15)$

Bài 2: So sánh

1) $0,(15)$ và $0,15$ 2) $3,(33)$ và $3,33$

3) $-2,(23)$ và $-2,233$ 4) $-1,0(23)$ và $-1,02322$

Bài 3: So sánh

1) $2,(34)$ và $2,3(43)$ 2) $4,(03)$ và $4,0(30)$

3) $-0,(14)$ và $-0,1(41)$ 4) $-1,(17)$ và $-1,1(71)$

Bài 4: So sánh

1) $\frac{2}{3}$ và $0,(6)$ 2) $\frac{4}{9}$ và $0,(4)$ 3) $0,4(6)$ và $\frac{8}{15}$

4) $-\frac{5}{12}$ và $-0,41(6)$ 5) $-\frac{8}{3}$ và $-2,(3)$ 6) $-0,(2)$ và $-\frac{2}{9}$

Dạng 4: Làm tròn số

Bài 1: Làm tròn các số sau với độ chính xác $0,5$.

1) $6,6$ 2) $14,3$ 3) $9,4$ 4) $3,51$

5) $-0,19$ 6) $-9,82$ 7) $-7,505$ 8) $-1,199$

Bài 2: Làm tròn các số sau đến chữ số hàng phần mười.

1) $1,4545$ 2) $2,9393$ 3) $0,6464$ 4) $5,5151$

5) $-6,3838$ 6) $-0,1919$ 7) $-3,5454$ 8) $-1,858$

Bài 3: Làm tròn các số sau đến hàng phần trăm

1) $2,(4)$ 2) $0,(7)$ 3) $5,(9)$ 4) $3,(5)$

5) $-4,(2)$ 6) $-5,(6)$ 7) $-0,(8)$ 8) $-1,(5)$

Bài 4: Làm tròn các số sau đến hàng phần trăm

1) $0,(35)$ 2) $1,(97)$ 3) $3,(45)$ 4) $4,(29)$

5) $-9,(13)$ 6) $-0,(19)$ 7) $-3,(78)$ 8) $-9,(50)$

Bài 5: Ước lượng kết quả phép tính bằng cách làm tròn đến hàng đơn vị rồi tính

1) $12,21+5,9$ 2) $4,99-5,1$ 3) $21,09\,.\,4,99$

4) $-6,881-3,222$ 5) $-4,15+4,91$ 6) $20,08:4,92$

Bài 6: Ước lượng kết quả phép tính bằng cách làm tròn đến hàng chục rồi tính

1) $133+777$ 2) $612+81$ 3) $345+159$

4) $-1458+642$ 5) $1329-(-274)$ 6) $-6666-7777$

Bài 7: Ước lượng kết quả phép tính bằng cách làm tròn đến độ chính xác $0,5$ rồi tính.

1) $4,(65)+9,(12)$ 2) $-8,(38)+5,(38)$ 3) $7,(7)-8,(4)$

4) $-4,4(9)-5,8(1)$ 5) $-12,(7)\,.\,3,(12)$ 6) $9,(49):\left[-5,(09)\right]$

Bài 6. SỐ VÔ TỈ, CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

A. LÝ THUYẾT.

1) Số vô tỉ.

Ví dụ 1: Tìm số hữu tỉ x sao cho $x.x=3$

Ta không thể tìm được số hữu tỉ nào mà $x^2=3$

Nhưng bằng máy tính, người ta tính được số đó là $x=1,73205080757.....$

Số trên không phải số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn mà là số thập phân vô hạn không tuần hoàn nên được gọi là số vô tỉ.

Kết luận:

- Số vô tỉ là số được viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
- Tập hợp các số vô tỉ được kí hiệu là I.

2) Căn bậc hai số học.

- Căn bậc hai số học của một số a không âm, kí hiệu là $\sqrt{a}$ là một số x không âm sao cho $x^2=a$.

Chú ý:

- Căn bậc hai số học của một số luôn có kết quả không âm (tức ≥ 0).

Ví dụ 2: Tính căn bậc hai số học của các số sau

1) $\sqrt{4}$ 2) $\sqrt{9}$ 3) $\sqrt{1}$ 4) $\sqrt{100}$

1) $\sqrt{4}=2$ 2) $\sqrt{9}=3$ 3) $\sqrt{1}=1$ 4) $\sqrt{100}=10$

Vì $2^2=4$ Vì $3^2=9$ Vì $1^2=1$ Vì $10^2=100$

Ví dụ 3: Tính căn bậc hai số học của các số sau

1) $-\sqrt{16}$ 2) $\sqrt{0}$ 3) $\sqrt{0,64}$ 4) $-\sqrt{\dfrac{25}{49}}$

1) $-\sqrt{16}=-4$ 2) $\sqrt{0}=0$ 3) $\sqrt{0,64}=0,8$ 4) $-\sqrt{\dfrac{25}{49}}=-\dfrac{5}{7}$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Thực hiện phép tính

Bài 1: Tính

1) $\sqrt{16}$ 2) $\sqrt{36}$ 3) $\sqrt{64}$ 4) $\sqrt{91}$

5) $-\sqrt{121}$ 6) $-\sqrt{144}$ 7) $-\sqrt{169}$ 8) $-\sqrt{196}$

9) $\sqrt{255}$ 10) $\sqrt{400}$ 11) $\sqrt{900}$ 12) $\sqrt{-25}$

Bài 2: Tính

1) $\sqrt{0,04}$ 2) $\sqrt{0,09}$ 3) $\sqrt{0,25}$ 4) $\sqrt{0,36}$

5) $-\sqrt{0,49}$ 6) $-\sqrt{1,21}$ 7) $-\sqrt{2,25}$ 8) $-\sqrt{0,64}$

Bài 3: Tính

1) $\sqrt{1^2}$ 2) $\sqrt{5^2}$ 3) $\sqrt{13^2}$ 4) $\sqrt{36^2}$

5) $\sqrt{(-7)^2}$ 6) $\sqrt{(-9)^2}$ 7) $\sqrt{(-49)^2}$ 8) $\sqrt{(-100)^2}$

9) $-\sqrt{(-25)^2}$ 10) $-\sqrt{(-36)^2}$ 11) $-\sqrt{(-1)^2}$ 12) $-\sqrt{-0^2}$

Bài 4: Tính

1) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ 2) $\sqrt{\frac{25}{49}}$ 3) $\sqrt{\frac{64}{81}}$ 4) $\sqrt{\frac{100}{9}}$

5) $\sqrt{\frac{17+8}{16}}$ 6) $\sqrt{\frac{36}{100-36}}$ 7) $\sqrt{1-\frac{11}{36}}$ 8) $\sqrt{2+\frac{1}{4}}$

Bài 5: Thực hiện phép tính

1) $-\frac{\sqrt{9}}{16}+\frac{5}{\sqrt{36}}$ 2) $\sqrt{25}-3\sqrt{\frac{4}{9}}$ 3) $\sqrt{0,36}+\frac{\sqrt{4}}{3}$

4) $\sqrt{7^2}+\sqrt{\frac{25}{16}}-\frac{3}{2}$ 5) $\sqrt{25}-\sqrt{\frac{49}{4}}+\sqrt{0,25}$ 6) $\frac{3}{\sqrt{49}}-\sqrt{\frac{4}{9}}+\frac{\sqrt{16}}{7}$

7) $\sqrt{\frac{1}{9}}-\left(-\sqrt{0,15+0,01}\right)$

Bài 6: Thực hiện phép tính

1) $\sqrt{16}.\sqrt{4}-\sqrt{25}+2\sqrt{49}$ 2) $\sqrt{121}.\sqrt{225}-\sqrt{81}-3\sqrt{9}$

3) $\sqrt{6^2+8^2}-3\sqrt{25}$ 4) $2\sqrt{400}-2\sqrt{100}+\sqrt{4^2+3^2}$

5) $\sqrt{64}.23+2.\sqrt{23^2}-\sqrt{144}$ 6) $\sqrt{0,25}-3.\sqrt{0,49}+\sqrt{1,44}$

7) $2^2+5.\left(-\frac{1}{3}\right)^0-\sqrt{\frac{1}{9}}$ 8) $\left(-\frac{2}{3}\right)^0-\frac{1}{5}:\sqrt{\frac{9}{25}}+20\%$

9) $2.\frac{\sqrt{1}}{3}+\frac{1}{\sqrt{25-3^2}}-\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ 10) $-\sqrt{25}.\frac{-4}{\sqrt{225}}-5.\frac{\sqrt{121}}{15}+(-3)^2$

11) $-1\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{16}}+(-2)^2\sqrt{\frac{1}{4}}.3^0$ 12) $\left(\frac{-5}{4}\right)^2.0,16-\sqrt{\frac{4}{81}}:\frac{16}{9}+(-2020)^0$

13) $2.\sqrt{5^2-3^2}-\sqrt{64}+\sqrt{\frac{1}{4}}$ 14) $-\frac{\sqrt{36}}{3}-\frac{15}{\sqrt{6^2+8^2}}+\frac{\left(\sqrt{7}\right)^2}{\sqrt{4}}$

15) $\sqrt{\frac{25}{9}}-\left(\frac{7}{\sqrt{144}}-\frac{\sqrt{4}}{3}\right)+\sqrt{\frac{1}{3^2}}$ 16) $25\%-\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{6^2+64}}+\frac{2}{3}+\sqrt{\frac{1}{144}}$

17) $25\%-\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{6^2+64}}+\frac{2}{3}+\sqrt{\frac{1}{144}}$ 18) $4\frac{3}{16}+\frac{1}{\sqrt{25}}-\sqrt{\frac{9}{256}}+\frac{\sqrt{16}}{5}+50\%$

19) $10\frac{1}{4}:\sqrt{\frac{9}{25}}+8\frac{1}{4}.\frac{\left(\sqrt{5}\right)^2}{\sqrt{5^2-16}}+220$ 20) $99+5\frac{2}{3}:\sqrt{\frac{16}{49}}-17\frac{2}{3}.\frac{\left(\sqrt{7}\right)^2}{2^2}$

21) $\left(-\frac{11}{91}\right)^0-\frac{1}{7}:\sqrt{\frac{25}{49}}+20\%$ 22) $\left(\frac{5}{4}\right)^2.0,8-\sqrt{\frac{1}{81}}:\frac{4}{9}+(-1234)^0$

Bài 7: Thực hiện phép tính

1) $1-\left\{\sqrt{1}:\left[\sqrt{4}+1:\left(1-\sqrt{\frac{1}{4}}\right)\right]\right\}$ 2) $\frac{\sqrt{49}}{13}:\left(-\sqrt{196}\right)-\left[2\frac{2}{9}:\left(-\sqrt{1\frac{4}{9}}\right)^2\right]$

3) $\frac{-\sqrt{47}}{5}.2\frac{2}{3}-\left(\sqrt{1\frac{2}{5}}\right)^2.\frac{\sqrt{4}}{-\sqrt{9}}$ 4) $3\frac{1}{3}.\frac{-4}{9}+\frac{\sqrt{100}}{3}.\sqrt{\frac{169}{9^2}}-\frac{1}{3}:\sqrt{\frac{1}{16}}$

Bài 8: Thực hiện phép tính

1) $\left[\sqrt{\frac{225}{3^2}}-\left(\frac{-\sqrt{1}}{4}\right):1\frac{1}{5}\right].\left(\frac{6}{\sqrt{64}}+\frac{3.\sqrt{3^2}}{4}\right)$

2) $3+\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{1}}:\left\{1+\sqrt{27:3}:\left[2-1:\left(3+\frac{1}{1-\sqrt{9}}\right)\right]\right\}$

3) $A=\left[\frac{-7}{5}+\frac{1}{\sqrt{(-2)^2}}+(0,5)^2\right]-\left(\frac{-4}{10}+\frac{3}{2}-0,75\right)$

4) $A=\left(\frac{-3}{4}\right)^2.(-16)-(2019-2020)^{2019}-\sqrt{(-10)^2}$

5) $A=\left(-\frac{1}{2}\right)^2.\sqrt{16}-3^2.\sqrt{0,01}+\left(2^2\right)^2-\left[0,0(6)+\frac{13}{30}\right]$

Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết (Tìm x)

Bài 1: Tìm x biết

1) $3-2\sqrt{x}=-1$ 2) $3\sqrt{x}+1=40$ 3) $2-3\sqrt{x}=-7$

4) $\frac{2}{5}-\sqrt{x}=\frac{1}{4}$ 5) $\sqrt{x}+\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$ 6) $\frac{1}{6}+\sqrt{x}=\frac{5}{12}$

7) $\frac{3}{5}\sqrt{x}-\frac{2}{3}=\frac{4}{5}$ 8) $3\sqrt{x}-\frac{4}{5}=\frac{-7}{10}$ 9) $1\frac{3}{2}-\sqrt{x}=\frac{5}{3}$

10) $\frac{3}{5}-\sqrt{x}=\frac{-1}{4}+\frac{7}{10}$ 11) $\frac{-7}{12}-\frac{3}{5}-\sqrt{x}=\frac{3}{4}$ 12) $\frac{1}{5}+\frac{11}{10}:\sqrt{x}=\frac{3}{4}$

13) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}:\sqrt{x}=\frac{2}{5}$ 14) $\frac{2}{3}+\frac{5}{2}:\sqrt{x}=\frac{3}{4}$

Bài 2: Tìm x biết

1) $\sqrt{x-6}=2$ 2) $\sqrt{x+5}=9$ 3) $\sqrt{x+1}=1$

4) $\sqrt{2x-3}=7$ 5) $\sqrt{3x-7}=5$ 6) $\sqrt{2-3x}=4$

7) $\sqrt{1-3x}=\frac{1}{2}$ 8) $\sqrt{5-6x}=\frac{1}{5}$ 9) $\sqrt{2x-1}=\frac{5}{2}$

10) $\sqrt{2x-\frac{4}{3}}=\frac{1}{2}$ 11) $\sqrt{x-\frac{5}{6}}=\frac{1}{3}$ 12) $\sqrt{x-\frac{2}{11}}=\frac{4}{11}$

13) $\sqrt{x:\frac{4}{21}}=2\frac{4}{5}$ 14) $\sqrt{\frac{3}{4}x}-\frac{1}{2}=\frac{3}{7}$ 15) $\frac{2}{3}+\sqrt{\frac{1}{3}:x}=\frac{3}{5}$

Bài 3: Tìm x biết

1) $\sqrt{(x-3)^2}=5$ 2) $\sqrt{(3-x)^2}=9$ 3) $\sqrt{(x-1)^2}=4$

4) $\sqrt{(x+12)^2}=13$ 5) $\sqrt{(6-x)^2}=2$ 6) $\sqrt{(4-3x)^2}=(-1)^2$

7) $\sqrt{(x-4)^2}=\frac{1}{2}$ 8) $\sqrt{(1-3x)^2}=\frac{2}{3}$ 9) $\sqrt{(5x+1)^2}=\frac{6}{7}$

10) $\sqrt{(3x-4)^2}=\frac{3}{4}$ 11) $\sqrt{\left(\frac{x}{5}-1\right)^2}=\frac{4}{3}$ 12) $\sqrt{\left(2x-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{1}{2}$

Bài 4: Tìm x biết:

1) $\sqrt{(x-1)(4-x)}=0$ 2) $\sqrt{(7-x)(8+x)}=0$ 3) $\sqrt{(2x-1)(3x+1)}=0$

4) $\sqrt{(4-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)}=0$ 5) $\sqrt{(\sqrt{x}-1)(5-\sqrt{x})}=0$ 6) $\sqrt{(5\sqrt{x}-1)(1+\sqrt{x})}=0$

7) $\sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x}-7)}=0$ 8) $\sqrt{x^2(3-\sqrt{x})}=0$ 9) $\sqrt{(4\sqrt{x}-5)(-x^2)}=0$

10) $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)\left(3-\frac{\sqrt{x}}{4}\right)=0$ 11) $\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\frac{3}{2}-\sqrt{x}\right)=0$ 12) $\left(2\sqrt{x}-\frac{6}{5}\right)\left(1-\frac{\sqrt{x}}{5}\right)=0$

Bài 5: Tìm x biết:

1) $\left(x-\sqrt{8}\right)^2=8$ 2) $\left(x-\sqrt{4}\right)^2=4$

3) $\left(2x-4\sqrt{4}\right)^2=4$ 4) $\left(3x-6\sqrt{5}\right)^2=9$

5) $1\frac{4}{9}-\frac{1}{16}:\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\sqrt{1\frac{7}{9}}$ 6) $\left(x+\frac{1}{\sqrt{4}}\right)^2+2\frac{5}{9}=2,7:0,9$

Dạng 3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Bài 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

1) $A=\sqrt{x+2}+2$ 2) $A=\sqrt{x-7}-14$

3) $A=\sqrt{x-3}+6$ 4) $A=2\sqrt{x+7}-5$

5) $A=5\sqrt{x+5}-\frac{3}{5}$ 6) $A=\frac{9}{5}\sqrt{x^2-9}+\frac{5}{9}$

7) $A=-12+\frac{1}{2}\sqrt{x-8}$ 8) $A=-\frac{5}{6}+\frac{\sqrt{2x-5}}{3}$

Bài 2: Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau

1) $B=-\sqrt{x+9}+9$ 2) $B=-\sqrt{1-5x}-12$

3) $B=4-\frac{1}{4}\sqrt{x}$ 4) $B=\frac{17}{5}-\sqrt{x-\frac{6}{5}}$

5) $B=-\frac{5}{2}-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{x}{2}+3}$ 6) $B=-\frac{1}{12}-4\sqrt{\frac{x}{5}-\frac{1}{6}}$

7) $B=1^2-\frac{1}{4}\sqrt{x^2-4}$ 8) $B=\frac{3}{2^2}-\frac{1}{4}\sqrt{9-x^2}$

Bài 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

1) $C=\frac{5}{-3\sqrt{x-1}+5}$ 2) $C=\frac{-7}{4+\sqrt{x-4}}$

3) $C=\frac{\sqrt{(-25)^2}}{5-\sqrt{3x-8}}$ 4) $C=\frac{\sqrt{25}-5^2}{9+\sqrt{9-3x}}$

Bài 7. TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm số thực và trục số thực.

Ví dụ 1: Chúng ta đã được học về các số hữu tỉ và số vô tỉ

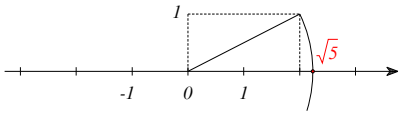
Như vậy khi gộp chung hai số đó lại với nhau tạo thành một tập hợp gọi là tập số thực.

Kết luận:

- Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực
- Tập hợp số thực được kí hiệu là $\mathbb{R}$.
- Mỗi số thực a đều có 1 số đối là $-a$.
- Trong tập hợp số thực cũng có đầy đủ các phép tính toán như trong tập số hữu tỉ.
- Mỗi số thực đều được biểu diễn bởi 1 điểm trên trục số.

Ví dụ 1: Biểu diễn số thực $\sqrt{5}$ trên trục số

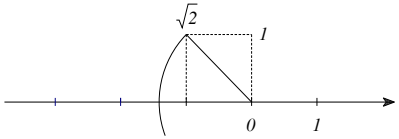
Ta tách $5=1^2+2^2$ khi đó trên trục số, độ dài $\sqrt{5}$ là đường chéo của hình chữ nhật có cạnh 1 và 2.

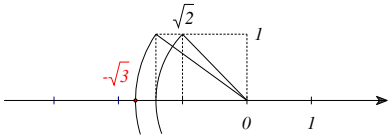


Ví dụ 2: Biểu diễn số thực $-\sqrt{3}$ trên trục số

Ta tách $3=1^2+\left(\sqrt{2}\right)^2$ khi đó trên trục số, độ dài $\sqrt{3}$ là đường chéo của hình chữ nhật có cạnh 1 và $\sqrt{2}$.

Ta tách $2=1^2+1^2$ khi đó $\sqrt{2}$ là đường chéo của hình chữ nhật có cạnh 1 và 1.





2) Thứ tự trong tập hợp số thực.

- Các số thực đều được viết dưới dạng số thập phân hữu hạn, vô hạn tuần hoàn hoặc vô hạn không tuần hoàn nên có thể so sánh hai số thực như so sánh hai số thập phân.
- Nếu $0<a<b$ thì $\sqrt{a}<\sqrt{b}$
- Với số thực $a<0$ ta nói a là số thực âm, còn $a>0$ ta nói a là số thực dương.

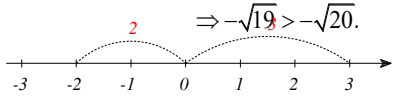
Ví dụ 3: So sánh các số thực sau

1) 3 và $\sqrt{8}$ 2) 4 và $\sqrt{17}$ 3) $-\sqrt{19}$ và $-\sqrt{20}$

1) $3=\sqrt{9}>\sqrt{8}$ 2) $4=\sqrt{16}<\sqrt{17}$ 3) $\sqrt{19}<\sqrt{20}$

$\Rightarrow 3>\sqrt{8}$ $\Rightarrow 4<\sqrt{17}$ $\Rightarrow -\sqrt{19}>-\sqrt{20}$.

3) Giá trị tuyệt đối của một số thực.



Ví dụ 4:

Trên trục số khoảng cách từ số 3 đến số 0 là 3 đơn vị gọi là giá trị tuyệt đối của 3.

Trên trục số, khoảng cách từ số -2 đến số 0 là 2 đơn vị gọi là giá trị tuyệt đối của -2.

Kí hiệu $|3|=3$ và $|-2|=2$.

Kết luận:

- Khoảng cách từ điểm a trên trục số đến gốc 0 là giá trị tuyệt đối của số a. Kí hiệu $|a|$.

Tổng quát: $|a|=\begin{cases}a & (a>0)\\ -a & (a<0)\\ 0 & (a=0)\end{cases}$

Chú ý:

- Giá trị tuyệt đối của một số luôn không âm. Nhỏ nhất bằng 0 khi $|0|=0$.

Ví dụ 5: Tìm giá trị tuyệt đối của các số sau -5; $\frac{-7}{6}$; $-\frac{9}{2}$; $-\sqrt{15}$

Giá trị tuyệt đối của các số trên là

$|-5|=5$. $\left|\frac{-7}{6}\right|=\frac{7}{6}$. $-\frac{9}{2}=\frac{9}{2}$. $-\sqrt{15}=\sqrt{15}$.

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Tìm hiểu về số thực

Bài 1: Điền dấu $\in$ hay $\notin$ vào chỗ trống trong mỗi câu sau:

$\frac{1}{7}$.....$\mathbb{R}$ $\frac{-5}{9}$.....$\mathbb{R}$ $\frac{7}{-12}$.....$\mathbb{R}$ $-\frac{2}{9}$.....$\mathbb{R}$ 1,4981.....$\mathbb{R}$

$\sqrt{7}$.....$\mathbb{R}$ $\sqrt{12}$.....$\mathbb{Q}$ $\frac{4}{\sqrt{20}}$.....$\mathbb{Q}$ $-\sqrt{25}$.....$\mathbb{Q}$ $\frac{\sqrt{39}}{5}$.....$\mathbb{Q}$

$\frac{\sqrt{4}}{5}$.....$\mathbb{Q}$ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{19}}$.....$\mathbb{R}$ $\sqrt{3}-8$.....$\mathbb{R}$ $7-\sqrt{5}$.....$\mathbb{R}$ $\frac{1}{\sqrt{9}}$.....$\mathbb{Q}$

Bài 2: Điền dấu $\in$ hay $\notin$ vào chỗ trống trong mỗi câu sau:

$-2\sqrt{13}$.....$\mathbb{R}$ $-1,(49)$.....$\mathbb{R}$ $-2,(8)-\sqrt{10}$.....$\mathbb{R}$ $3\sqrt{7}-\sqrt{1}$.....$\mathbb{R}$ $6\sqrt{4}-0,2$.....$\mathbb{Q}$

$\frac{2,431.....}{\sqrt{25}}$.....$\mathbb{Q}$ $\frac{-6}{\sqrt{13}}$.....$\mathbb{Q}$ $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{11}}{4}$.....$\mathbb{Q}$ $\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$.....$\mathbb{Q}$ $0,(02)\sqrt{7}$.....$\mathbb{R}$

$1-2\sqrt{13}$.....$\mathbb{Q}$ $5-2\sqrt{16}$.....$\mathbb{Z}$ $\sqrt{11}-\sqrt{4}$.....$\mathbb{Q}$ $-\sqrt{5}-\sqrt{9}$.....$\mathbb{R}$ $0,(2)-\sqrt{2}$.....$\mathbb{Q}$

Bài 3: Tìm số đối của các số sau

$\frac{4}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{12}}{5}$; $\sqrt{\frac{6}{7}}$; $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{25}}$; $\frac{-\sqrt{5}}{9}$; $\frac{7}{-\sqrt{19}}$; $-\sqrt{\frac{23}{41}}$

Bài 4: Tìm số đối của các số sau

$-\sqrt{5-2^2}$; $8\sqrt{3}$; $-9\sqrt{12}$; $-\sqrt{2^2+5^2}$

Bài 5: Tìm số đối các kết quả của các phép tính sau

$\sqrt{3}-\sqrt{5}$; $\sqrt{7}-\sqrt{2}$; $\sqrt{11}+\sqrt{6}$; $-\sqrt{9}-\sqrt{13}$; $\frac{-3}{\sqrt{1}-3}$; $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{3}$

Bài 6: Biểu diễn các số sau trên các trục số khác nhau.

1) $\sqrt{13}$ 2) $-2\sqrt{2}$ 3) $3\sqrt{5}$

Dạng 2. So sánh hai số thực

Bài 1: So sánh các số sau

1) $\sqrt{5}$ và 2 2) $\sqrt{35}$ và 6 3) 8 và $\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{17}$ và 4

5) -5 và $-\sqrt{24}$ 6) -7 và $-\sqrt{50}$ 7) -11 và $-\sqrt{110}$ 8) $-\sqrt{81}$ và -9

Bài 2: So sánh các số sau

1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ và $\frac{1}{\sqrt{6}}$ 2) $\frac{4}{\sqrt{27}}$ và $\frac{4}{5}$ 3) $\frac{-4}{\sqrt{121}}$ và $\frac{-4}{\sqrt{120}}$ 4) $\frac{-3}{\sqrt{36}}$ và $\frac{-3}{7}$

5) $\frac{-\sqrt{9}}{2}$ và $\frac{1}{\sqrt{16}}$ 6) $\frac{3}{\sqrt{7}}$ và $\frac{\sqrt{7}}{3}$ 7) $\frac{-\sqrt{5}}{8}$ và $\frac{-8}{\sqrt{5}}$ 8) $\frac{\sqrt{35}}{6}$ và $\frac{\sqrt{50}}{7}$

Bài 3: So sánh

1) $3,(14)$ và $3,1(41)$ 2) $-3,679$ và $-3,90$ 3) $-2,950$ và $-3,001$

4) $2.5,(1)$ và $10,(2)$ 5) $6,(02).7$ và $42,15$ 6) $3.3,(32)$ và $9,(69)$

Dạng 3. Thực hiện phép tính

Bài 1: Tính

1) $|8|$ 2) $|\sqrt{12}|$ 3) $|3,02|$ 4) $\left|\frac{4}{15}\right|$ 5) $\frac{|5|}{30}$

6) $|-5|$ 7) $|-0,29|$ 8) $|-\sqrt{6}|$ 9) $\left|\frac{\sqrt{5}}{-15}\right|$ 10) $\left|-\frac{8}{\sqrt{18}}\right|$

Bài 2: Tính

1) $-|-3|$ 2) $-|-\sqrt{5}|$ 3) $-\left|\frac{-1}{-3}\right|$ 4) $-\left|\frac{6}{-11}\right|$ 5) $-\left|\frac{-\sqrt{12}}{14}\right|$

6) $|3-\sqrt{12}|$ 7) $|5-\sqrt{5}|$ 8) $|20-\sqrt{10}|$ 9) $|-5-\sqrt{2}|$ 10) $|4+\sqrt{3}|$

Bài 3: Thực hiện phép tính

1) $1\frac{3}{5}-\left|\frac{5}{2}\right|+\frac{-1}{4}+\frac{21}{8}$ 2) $\frac{3}{5}+\left|\frac{-4}{3}\right|-\frac{1}{2}+\frac{-1}{4}$ 3) $\sqrt{36}-3\sqrt{\frac{1}{4}}+\left|\frac{-3}{2}\right|$

4) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2-\left|\frac{-13}{15}\right|+\sqrt{\frac{25}{9}}$ 5) $\frac{1}{\sqrt{36}}+\frac{\sqrt{25}}{6}-\sqrt{0,81}$ 6) $3:\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{9}.\sqrt{36}$

7) $\left|\frac{-1}{3}\right|-\left(\frac{-6}{7}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^2:2$ 8) $\left(\frac{2}{3}\right)^3+\sqrt{\frac{49}{81}}-\left|-\frac{7}{3}\right|:3$ 9) $\sqrt{\frac{25}{49}}+(5555)^0+\left|\frac{-2}{7}\right|$

10) $\sqrt{\frac{1}{36}}-(-999)^0+\left|\frac{-5}{6}\right|$ 11) $\sqrt{\frac{4}{9}}+\left(\frac{-1}{2}\right)^3-\left|\frac{-3}{7}\right|.\frac{7}{8}$ 12) $\sqrt{\frac{9}{49}}+\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left|-\frac{3}{7}\right|-\frac{7}{8}$

13) $\left(\frac{3}{4}-1\frac{1}{6}\right)^2:\sqrt{\frac{25}{144}}$ 14) $\left(\frac{-4}{8}\right)^3:0,75-\sqrt{\frac{49}{169}}$ 15) $\left(\sqrt{\frac{9}{4}}-\sqrt{9}\right)\sqrt{1\frac{9}{16}}$

16) $\frac{-11}{3}:\left(2,5.\sqrt{\frac{9}{25}}-3\frac{1}{3}\right)$ 17) $\sqrt{0,25}.2^4-\frac{4}{9}:\sqrt{\frac{16}{25}}$ 18) $\sqrt{121}-\left|\frac{-5}{4}\right|:\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)^2$

19) $\left|-\frac{15}{6}\right|-\left|\frac{3}{18}\right|.\sqrt{81}+\sqrt{\frac{9}{64}}$ 20) $\sqrt{0,36}.\sqrt{\frac{25}{16}}+\left|-\frac{3}{4}\right|.0,(3)$ 21) $(-2)^2+\left|\frac{-3}{2}\right|.\sqrt{36}-\frac{8}{3}.\sqrt{9}$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $\left|\frac{-5}{8}\right|.\sqrt{(-8)^2}-2019^0.\sqrt{\frac{16}{25}}$ 2) $5.\sqrt{\frac{16}{25}}-\frac{2}{3}:\left(\frac{-1}{3}\right)^2+|-2023|^0$

3) $\left|\frac{-5}{3}\right|+\left(\frac{-11}{4}\right):\sqrt{\frac{1}{16}}-\left(\frac{20}{21}\right)^0$ 4) $-\sqrt{\frac{25}{64}}+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)^3+\left|\frac{-3}{7}\right|.\frac{7}{12}$

5) $\left(\frac{-3}{4}\right)^2+\left|-\frac{11}{18}\right|-\frac{5}{12}.\sqrt{(-12)^2}$

6) $\left(\frac{-1}{2}\right)^3+\left|\frac{-9}{8}\right|-\frac{5}{12}:\frac{5}{6}+\sqrt{25}$

7) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2.\sqrt{\frac{9}{4}}-\left|\frac{-2}{3}\right|+\left(\frac{2222}{555}\right)^0$

8) $-\sqrt{\frac{25}{64}}+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)^2+\left|\frac{-3}{7}\right|.\frac{7}{12}$

9) $\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left[\frac{1}{2}:2-\sqrt{(-9)^2}.\frac{1}{3}\right]$

10) $\left|-\frac{1}{3}\right|^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^3.64+\left|\frac{-213}{216}\right|^0$

11) $\left(\frac{3}{|-2|}-\frac{2}{5}+\frac{1}{10}\right):\left(\frac{3}{2}-\left|-\frac{2}{-3}\right|+\frac{1}{12}\right)$

12) $\frac{-5}{17}.\frac{31}{33}+\frac{5}{-|-17|}.\frac{2}{33}+\frac{|1|^{100}}{(-99)^0}$

13) $\sqrt{\frac{16}{9}}+\left(\frac{2}{3}\right)^9:\left(-\frac{2}{3}\right)^8-|-2929|$

14) $\sqrt{\frac{16}{25}}+\left(\frac{2}{5}\right)^2:|-4|-\frac{1}{5}\left(\frac{-19}{20}\right)^0$

15) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2.\frac{9}{16}-\sqrt{\frac{4}{81}}:\frac{16}{9}+(-9876)^0$

16) $2\frac{3}{5}-\frac{9}{5}.\sqrt{\frac{1}{9}}+(-1)^{2020}+|9999|$

17) $\frac{2}{5}+\left|\frac{-3}{7}\right|+\frac{6}{35}+\sqrt{34-25}$

18) $25.\left(\frac{-1}{5}\right)^2+\left|\frac{-1}{5}\right|-9.\left(\frac{1}{9}\right)^2+\frac{|-1|^{21}}{9}$

19) $\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{15}-\left|\frac{1}{-6}\right|\right)+\frac{3}{|-5|}:\left(\frac{-1^6}{3}-1\frac{1}{15}\right)$

20) $\sqrt{\frac{4}{25}}+|-0,75|-\frac{9}{5}.\left(\frac{-1}{3}\right)^2+\frac{13}{4}$

21) $\frac{2}{3}\sqrt{81}-\left(\frac{-3}{4}\right)\sqrt{\frac{9}{64}}+\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2$

22) $4\frac{2}{3}-\frac{4}{3}.\sqrt{\frac{1}{4}}+(-1)^{2021}+|-3636|$

23) $(-0,5)^2.8+\sqrt{\frac{9}{16}}:2\frac{1}{2}-\left|\frac{-3}{5}\right|$

24) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2:\frac{-1}{4}-2\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\sqrt{25-16}$

25) $-10\frac{1}{4}:\left|\frac{-3}{5}\right|+8\frac{1}{4}:\frac{3}{5}+4321^0$

26) $\left(\frac{-7}{4}.\frac{3}{8}+\frac{-7}{4}.\frac{|-5|}{(-2)^3}\right)+\left|\frac{7}{-15}\right|:\frac{-14}{5}$

27) $\left(-\frac{5}{4}\right)^2.0,16-\sqrt{\frac{4}{81}}:\frac{16}{9}+(-8822)^0$

28) $\left|-\frac{5}{3}\right|:\sqrt{25}-1,12.\sqrt{\frac{49}{36}}-1\frac{2}{7}.\left(-\frac{14}{15}\right)$

29) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2.5^2-\left|-\frac{-1}{4}\right|^3:\left(\frac{3}{4}\right)^3-3$

30) $\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\left|\frac{-3}{2^2}\right|.19\frac{1}{3}-\frac{3}{4}.39\frac{1}{3}$

31) $\left(-5\frac{1}{2}\right).\left(\frac{-1}{2}\right)-\sqrt{\frac{4}{3^2}}.\left(-\frac{2}{3}\right)$

32) $\left(2\frac{1}{2}+3\right):\left(-\sqrt{\frac{1}{9}}+\frac{\sqrt{2^2}}{5}\right)$

33) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2.\frac{27}{7}+\sqrt{\frac{16}{49}}-3\right]:\frac{4}{7}$

34) $\left[6-3.\left(\frac{-1}{3}\right)^2+\sqrt{\frac{1}{4}}\right]:\sqrt{0,(9)}$

35) $\left(\sqrt{\frac{1}{9}}+\sqrt{\frac{25}{36}}-\sqrt{\frac{49}{81}}\right):\sqrt{\frac{441}{324}}$

36) $\sqrt{25}.\left(0,4-1\frac{1}{2}\right):\left[(-2)^3.\frac{11}{8}\right]$

37) $\frac{\sqrt{144}}{5\sqrt{25}}.\frac{23}{7}-\frac{12}{\sqrt{49}}.\frac{13}{25}$

38) $\frac{\sqrt{25}}{7}.\frac{5}{2\sqrt{16}}-\frac{1}{7}.\frac{\sqrt{25}}{8}$

39) $\frac{\sqrt{9}}{8}.\frac{16}{\sqrt{225}}-\frac{3}{4\sqrt{4}}.\frac{2}{5\sqrt{3^2}}$

40) $\frac{-1}{24}-\left[\frac{1}{\sqrt{3^2}+1}-\left(\frac{1}{2}-\frac{7}{2\sqrt{16}}\right)\right]$

41) $\left(\sqrt{\frac{9}{64}}.2\frac{2}{3}+2,25\right):\left|-2\frac{1}{5}+1,2\right|-\left(-\frac{3}{2}\right)^2$

42) $\left[1,5+2\frac{1}{2}-\left(\sqrt{8}\right)^2\right]:\left[4\frac{1}{2}-\sqrt{0,25}\right]-2\frac{3}{4}$

43) $2^3+3.\left(-\frac{1}{2}\right)^0-\left(\frac{1}{2}\right)^2.4+\left[(-2)^2:\frac{1}{2}\right]:8$

44) $\sqrt{12^2-44}-\left(1\frac{3}{4}-2\right)^2+(1,5)^5:\left(\frac{-3}{2}\right)^4$

45) $\left(\sqrt{\frac{1}{4}}-1,2\right):1\frac{1}{20}-\left(-\frac{5}{2}\right)^2+\left|1,25-\frac{3}{4}\right|$

46) $\frac{-2^3}{9}+\frac{4}{9}.\left[-\left(2012\frac{2}{7}-2012\frac{2}{7}\right):\left|-\frac{1}{21}\right|\right]$

47) $\left[(-0,25)-\frac{3}{4}\right]:(-5)-3\left(\frac{-1}{3}\right)^2+\sqrt{\frac{1}{25}}$

48) $\left[\sqrt{\frac{4}{9}}+\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]:0,75+1\frac{1}{3}.\left|1-\frac{11}{12}\right|$

49) $|-3|:\sqrt{\frac{81}{16}}+\left(-\frac{1}{3}\right)^3.108+\sqrt{(-6)^2}:\sqrt{2,25}$

50) $96.\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\sqrt{81}.\left|-\frac{16}{9}\right|-1\frac{1}{2}.\sqrt{\left(\frac{-2}{3}\right)^2}$

51) $\frac{-10}{\sqrt{121}}.\frac{\sqrt{(3+5)^2}}{9}+\frac{7}{2\sqrt{81}}.\frac{5\sqrt{4}}{11}$

52) $\left(\frac{1}{\sqrt{256}}+\frac{1}{2}-\frac{1}{1}\right):\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{\sqrt{2^6}}+1\right)$

53) $1-\frac{5}{\sqrt{196}}-\frac{5}{\left(2\sqrt{21}\right)^2}-\frac{\sqrt{25}}{204}-\frac{\left(\sqrt{5}\right)^2}{374}$

54) $\frac{1}{9}\sqrt{(-9)^2}-\left|-3^2\right|-14.\sqrt{1-\frac{48}{49}}+\frac{25}{4}$

55) $\left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2-\sqrt{\frac{9}{4}}:(-4,5)-\sqrt{\frac{25}{16}}.\sqrt{\frac{64}{9}}$

56) $\frac{2}{5}.\left[\frac{9}{25}:\left(-\frac{1}{5}\right)^2-\sqrt{49}\right].\left(\frac{19}{20}\right)^0-\frac{11}{15}$

Dạng 4: Tìm giá trị chưa biết (Tìm x biết)

Bài 1: Tìm x biết:

1) $\left|x+\frac{1}{3}\right|=0$

2) $\left|x-\frac{2}{5}\right|=1$

3) $\left|x+\frac{3}{4}\right|=\frac{1}{2}$

4) $\left|x-\frac{2}{5}\right|=\frac{1}{4}$ 5) $\left|x-\frac{1}{3}\right|=\frac{3}{2}$ 6) $\left|\frac{3}{8}-x\right|=\frac{2}{5}$

7) $\left|x+\frac{3}{4}\right|-\frac{1}{3}=0$ 8) $\left|x-\frac{3}{4}\right|-\frac{1}{4}=0$ 9) $\left|x+\frac{3}{4}\right|-\frac{2}{5}=0$

10) $\left|x+\frac{3}{4}\right|-\frac{1}{2}=0$ 11) $\left|x+\frac{1}{3}\right|-\frac{5}{6}=0$ 12) $\left|\frac{5}{18}-x\right|-\frac{7}{24}=0$

13) $\left|x+\frac{1}{3}\right|-4=-1$ 14) $\left|x+\frac{1}{5}\right|-4=-2$ 15) $\left|x+\frac{1}{3}\right|-5=6$

16) $\left|x-\frac{3}{4}\right|+\frac{1}{2}=7$ 17) $\left|x+\frac{3}{5}\right|+\frac{5}{8}=1$ 18) $\left|x+\frac{2}{3}\right|-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

19) $\left|x+\frac{3}{4}\right|-2=\frac{-1}{4}$ 20) $\left|\frac{3}{8}-x\right|+\frac{5}{6}=\frac{7}{4}$ 21) $\left|x-\frac{2}{5}\right|+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

22) $\left|x-\frac{1}{3}\right|+\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$ 23) $\left|x-\frac{1}{2}\right|-\frac{5}{6}=\frac{2}{3}$ 24) $\left|x-\frac{4}{5}\right|+\frac{1}{3}=\frac{8}{15}$

25) $\left|x+\frac{1}{2}\right|-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ 26) $\left|\frac{1}{4}+x\right|-\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$ 27) $\left|\frac{2}{5}-x\right|+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

28) $|x+1|-\frac{3}{5}=\frac{-1}{10}$ 29) $\left|\frac{1}{3}-x\right|-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$ 30) $\left|x+\frac{3}{2}\right|-\frac{2}{5}=\frac{2}{3}$

31) $\left|x-\frac{1}{3}\right|-\frac{1}{2}=2,5$ 32) $\left|x+\frac{3}{4}\right|-\frac{5}{6}=3\frac{1}{5}$ 33) $\left|x-\frac{-5}{6}\right|+\frac{-1}{2}=2\frac{1}{3}$

34) $\left|x+\frac{2}{5}\right|-0,5=1\frac{1}{2}$ 35) $\frac{1}{5}-\left|\frac{1}{5}-x\right|=\frac{1}{5}$ 36) $\frac{2}{5}-\left|\frac{1}{2}-x\right|=6$

37) $\frac{5}{6}-|2-x|=\frac{1}{3}$ 38) $1\frac{1}{4}-\left|x+\frac{5}{6}\right|=\frac{-5}{7}.\frac{21}{6}$ 39) $\frac{18}{5}-\left|\frac{1}{4}+x\right|=\frac{3}{5}$

Bài 2: Tìm x biết:

1) $\left|3x-\frac{3}{2}\right|=3$ 2) $|2x+3|=\frac{1}{4}$ 3) $\left|\frac{1}{4}-4x\right|=2$

4) $\left|2x-\frac{2}{5}\right|+\frac{3}{10}=1$ 5) $\left|\frac{3}{4}-2x\right|-1=\frac{2}{3}$ 6) $\left|\frac{2}{3}-3x\right|-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

7) $\left|\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}\right|=\frac{1}{3}$ 8) $\left|\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}\right|=\frac{1}{2}$ 9) $\left|\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}\right|=\left|\frac{-3}{4}\right|$

10) $14-\left|\frac{3x}{2}-1\right|=9$ 11) $17-\left|\frac{2}{3}-4x\right|=9$ 12) $5-|2x-3|=\frac{1}{2}$

13) $4-\left|2x-\frac{3}{4}\right|=\frac{1}{2}$ 14) $\left|3x+\frac{1}{2}\right|-\frac{2}{3}=1$ 15) $5-\left|3x+\frac{1}{6}\right|=1\frac{1}{2}$

16) $\frac{1}{3}-\left|\frac{5}{4}-2x\right|=\frac{1}{4}$ 17) $\frac{-2}{7}+\left|\frac{2}{5}-3x\right|=\frac{5}{7}$ 18) $\frac{1}{2}-\left|\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{3}$

19) $|2x-1|-\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$ 20) $|5-3x|+\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$ 21) $\left|\frac{1}{6}x+\frac{2}{3}\right|-\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

22) $0,5-\left|\frac{5}{4}-2x\right|=\frac{1}{3}$ 23) $\left|-2x+\frac{1}{3}\right|-\frac{1}{3}=2\frac{2}{3}$ 24) $1\frac{1}{4}-\left|x+\frac{5}{6}\right|=\frac{-5}{7}.\frac{21}{6}$

25) $\frac{2}{5}:\left|\frac{x}{2}-1\right|=\frac{1}{4}$ 26) $\left|x-\frac{3}{4}\right|:\frac{4}{3}=\frac{2}{5}$ 27) $\frac{8}{9}:|2x-1|=\frac{8}{5}$

28) $2|2x-3|=\frac{1}{2}$ 29) $2\left|x-\frac{1}{2}\right|-\frac{1}{8}=0$ 30) $\frac{3}{4}.\left|\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{6}$

31) $\left|x-\frac{3}{4}\right|.\frac{2}{5}-\frac{2}{5}=0$ 32) $\frac{-5}{6}-3|2-x|=\frac{1}{3}$ 33) $\frac{4}{3}-\frac{1}{3}:|2x-1|=\frac{1}{2}$

Bài 3: Tìm x biết:

1) $\left|x+\frac{1}{2}\right|+\frac{9}{2}=\frac{19}{-3}:\frac{-2}{3}$ 2) $\left|x-\frac{1}{5}\right|=\frac{1}{7}-\left|\frac{4}{3}-\frac{1}{6}\right|$ 3) $\frac{-22}{15}x+\frac{1}{3}=\left|-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right|$

4) $\left|1-x\right|-\frac{1}{6}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 5) $\left|x-1\right|-\frac{3}{12}=\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ 6) $\left|x-\frac{7}{4}\right|+1,25=\left(\frac{-3}{2}\right)^2$

7) $0,75-\left|x^2+2\right|=-\left(1\frac{1}{2}\right)^2$ 8) $\left|x-\frac{2}{3}\right|-0,(3)=\frac{1}{3}$ 9) $1,25-\left(x+\frac{1}{2}\right)=\left|\frac{-3}{2}\right|$

10) $|2x-5|=\frac{1}{2}.2^3$ 11) $\left|-2:x+\frac{5}{6}\right|=\frac{3}{4}$ 12) $\left|x:\left(-\frac{5}{6}\right)-\frac{3}{4}\right|=2$

13) $\left|x-3.\frac{1}{2}\right|-\frac{1}{2}=5$ 14) $\left|\frac{3}{4}:x-\frac{1}{7}\right|=\frac{1}{14}$ 15) $-\frac{5}{12}:\left|\left(-\frac{5}{6}\right):x\right|=-\frac{5}{9}$

Bài 4: Tìm x biết:

1) $\left|x-\frac{1}{2}\right|-\sqrt{25}=-2$ 2) $2|x+1|-0,5=\sqrt{\frac{1}{9}}$ 3) $\left|x-\frac{1}{2}\right|-\sqrt{\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{1}{4}}$

4) $\left|\sqrt{x+\frac{3}{4}}\right|-\frac{1}{3^2}=0$ 5) $14-\left|\sqrt{\frac{3x}{2}-1}\right|=9$ 6) $\left|5-\sqrt{3x}\right|+\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$

7) $\left|\sqrt{x-\frac{3}{4}}\right|-\frac{1}{2^2}=0$ 8) $\left|\sqrt{\frac{3x}{2}}-1\right|=\frac{1}{2}$ 9) $\left|4x-\sqrt{\frac{1}{4}}\right|-25\%=\frac{1}{2}$

Bài 5: Tìm x biết:

1) $\left(3-\frac{1}{2}x\right).\left(\left|x+\frac{3}{4}\right|-\frac{5}{6}\right)=0$ 2) $\left(x^2+\sqrt{16}\right)\left(|x|-\frac{1}{2}\right)=0$

3) $\left(2-\frac{3}{4}x\right)\left(|x+3|-5\right)=0$ 4) $\left(|x+2|+\frac{1}{2}\right).\left(x^2-4\right)=0$

5) $\left(1\frac{1}{3}-\left|x-\frac{1}{4}\right|\right).\left(x^2+\frac{1}{4}\right)=0$ 6) $\left(\left|x-\frac{1}{7}\right|-\frac{1}{14}\right).\left(\sqrt{x}-3\right)=0$

Bài 6*: Tìm x, y biết:

1) $|x+5|+(3y-4)^{2012}=0$ 2) $(x+2)^2+2|y-1|=0$

3) $|6x+22|+(y-21)^2=0$ 4) $\left|\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}x\right|+\left|1,5-\frac{11}{6}+\frac{23}{3}y\right|=0$

5) $|12x+8|+|11y-5|\le 0$ 6) $|x-y-5|+(y-3)^4=0$

Dạng 5: Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức

Bài 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau

1) $A=\left|\frac{3}{5}-x\right|+\frac{1}{9}$ 2) $A=\left|\frac{x}{3}-\frac{3}{2}\right|+\frac{2}{3}$ 3) $A=\left|x+\frac{15}{19}\right|+\frac{19}{15}$

4) $A=\left|x+\frac{1}{2}\right|+\frac{-1}{2}$ 5) $A=\frac{99}{100}+\left|-\frac{3}{5}-x\right|$ 6) $A=\frac{2}{199}|119x-2|+1$

7) $A=\left|\frac{7}{5}x+\frac{2}{3}\right|+\frac{1}{10}$ 8) $A=\left|\frac{4}{3}x-\frac{1}{4}\right|-\frac{2}{11}$ 9) $A=\left|\frac{7}{8}x+\frac{5}{6}\right|+5$

10) $A=-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\left|\frac{1}{2}x+5\right|$ 11) $A=\frac{-1}{99}+\frac{1}{5}\left|\frac{5}{4}x-\frac{7}{2}\right|$ 12) $A=\frac{6}{11}+2\left|\frac{5}{8}x+\frac{3}{5}\right|$

Bài 2: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau

1) $A=9-\left|x-\frac{1}{10}\right|$ 2) $A=-\left|\frac{5}{3}-x\right|+2$ 3) $A=10-\left|\frac{2}{3}-\frac{2x}{5}\right|$

4) $A=-\frac{4}{3}-\left|\frac{2x-3}{4}\right|$ 5) $A=\frac{-2021}{2022}-|x+2023|$ 6) $A=\frac{29}{20}-\frac{20}{29}\left|x-\frac{92}{29}\right|$

7) $A=-\left|\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\right|+3$ 8) $A=-\left|\frac{1}{3}x-2\right|-\frac{2}{3}$ 9) $A=-\left|\frac{1}{6}x+1\right|-\left|-\frac{1}{5}\right|$

10) $A=\frac{5}{8}-\left|\frac{5}{2}-x\right|$ 11) $A=-\frac{6}{13}-3\left|\frac{x}{5}-\frac{4}{7}\right|$ 12) $A=\frac{-7}{10}-\frac{4}{5}\left|3-\frac{4}{5}x\right|$

Bài 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau

1) $B=|4x-3|+\left|5y+\frac{15}{2}\right|+12$ 2) $B=\left|x+\frac{1}{2}\right|+\left|x+y+\frac{3}{2}\right|-\frac{1}{17}$

3) $B=-\frac{4}{3}+\frac{3}{4}|x-3|+\left|\frac{4}{3}-y\right|$ 4) $B=-\frac{5}{7}+\frac{7}{5}\left|2x-\frac{7}{5}\right|+\frac{5}{7}\left|5y-\frac{7}{2}\right|$

5) $B=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\left|2x-3-\frac{y}{4}\right|+\frac{6}{13}$ 6) $B=7x^2+\frac{3}{10}\left|\frac{y-12}{9}\right|-\frac{-9}{10}$

7) $B=\sqrt{\frac{1}{5}x-\frac{2}{7}}+\left|y-\frac{1}{4}\right|^3+\frac{1}{6}$ 8) $B=\frac{-1}{27}-\left(\frac{-|6-x|}{3}-\sqrt{y-\sqrt{6}}\right)$

Bài 4: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau

1) $C=-\sqrt{x-\frac{7}{3}}-\left|y-\frac{8}{3}\right|+\frac{10}{3}$ 2) $C=-\left(|x+y-1|+\sqrt{\frac{x}{3}-1}\right)-\frac{1}{99}$

3) $C=\frac{1}{10}-\left|\frac{x-3}{5}\right|^3-\left(y-\frac{1}{6}\right)^2$ 4) $C=\frac{-1}{4}-\frac{\sqrt{x-3}}{4}-|y+x-6|$

5) $C=\frac{1}{3}-\left(\frac{3x}{2}-1\right)^2-\frac{1}{4}|x-y|$ 6) $C=-\left(x^2-9\right)^6-\frac{3}{14}\left|y-\frac{1}{5}\right|-9$

CHƯƠNG V. THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

Bài 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

A. LÝ THUYẾT.

1) Thu thập và phân loại dữ liệu.

Ví dụ 1: Cho các dãy dữ liệu sau:

a) Các loại màu sắc gồm có: Xanh, đỏ, cam, vàng, trắng, đen.

b) Các loại bộ nhớ của USB: $8G$; $16G$; $32G$; $64G$; $128G$

c) Các loại học lực: Giỏi; Khá; Trung Bình; Yếu.

Nhận thấy rằng dữ liệu ở câu b là dữ liệu liên quan đến số nên gọi là số liệu.

Còn dữ liệu ở câu a, c có dữ liệu không phải là số.

Kết luận:

♣ Dữ liệu có thể là số liệu hoặc không phải là số liệu.

♣ Dữ liệu là số liệu còn gọi là dữ liệu định lượng, dữ liệu không phải là số gọi là dữ liệu định tính.

Chú ý:

♣ Trong dữ liệu không phải là số có thể chia thành hai loại nhỏ, là dữ liệu có thể sắp thứ tự và dữ liệu không thể sắp thứ tự

Cụ thể: Dữ liệu không thể sắp thứ tự ở câu a, dữ liệu có thể sắp thứ tự là câu c.

Ví dụ 2: Bạn Thảo đã hỏi một số bạn trong lớp về một số câu hỏi và thu được kết quả như sau:

a) Tháng sinh của bạn là tháng mấy: tháng 3, tháng 5, tháng 7, tháng 9.

b) Quê ngoại của bạn ở đâu: Nội thành Hà Nội, Thái Bình, Ngoại thành Hà Nội, Hưng yên.

c) Sự yêu thích của bạn với môn Toán: Thích, Bình thường, Không thích.

d) Chiều cao của bạn: $1,2m$; $1,4m$; $1,3m$; $1,35m$.

Khi đó:

Dữ liệu ở câu a và câu d là dữ liệu số.

Dữ liệu ở câu b không phải là dữ liệu số, dữ liệu ở câu c không là dữ liệu số và có thể sắp thứ tự.

2) Tính đại diện của dữ liệu.

♣ Để có thể đưa ra các kết luận hợp lí, dữ liệu thu được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.

Ví dụ 3: Kết quả điều tra về số lượng xe gửi trong 1 tuần của một bãi gửi xe ô tô, xe máy được cho bởi bảng sau:

Loại xe	Thứ 2	Thứ 3	Thứ 4	Thứ 5	Thứ 6	Thứ 7	CN
Ô tô	90	95	88	76	80	98	102

Dữ liệu trên có đại diện cho số lượng xe được gửi trong một tuần của bãi xe trên không?

Dữ liệu trên không đại diện cho số lượng xe một tuần của bãi xe trên, vì bãi xe trên bao gồm cả xe máy và ô tô, nhưng dữ liệu trên chỉ cho ta biết thông tin về xe ô tô.

Ví dụ 4: Kết quả điều tra về màu sắc sản phẩm bán được trong 1 tháng tại một shop quần áo được cho bởi bảng thống kê sau:

Màu sắc	Đen	Xám bạc	Xanh rêu	Ghi	Xanh dương
Quần	56	43	21	50	32

Dữ liệu trên có đại diện cho màu sắc mặt hàng bán được của shop quần áo không?

Dữ liệu trong bảng không đại diện cho màu sắc mặt hàng bán được của shop quần áo. vì trong shop có đủ cả quần và áo, nhưng dữ liệu trong bảng chỉ cho thông tin về màu sắc của quần bán được.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Hãy cho biết dữ liệu dưới đây là dữ liệu số hay không là dữ liệu số.

a) Danh sách một số loại phương tiện: Xe máy, ô tô, máy bay, …..

b) Màu sắc một số màu sơn tường: vàng, trắng, cam, xanh, …..

c) Chiều dài của một số máy bay dân dụng: $73,9m$; $63m$; $66,89m$; .....

Bài 2: Cho các dãy dữ liệu sau, đâu là dữ liệu số, dữ liệu nào có thể sắp thứ tự được?

a) Áo trắng, quần đen, giày thể thao, mũ trắng.

b) 50%; 30%; 17%; 3%.

c) $2h$; $3h$; $4h$; $5h$.

d) Vở, sách, bút, thước, cục tẩy.

Bài 3: Cho bảng sau:

Tốc độ chạy trung bình của một số loài động vật		
Con vật	Tốc độ (km/h)	Tên loài điển hình
Chó sói	69	Sói bắc cực
Ngựa vằn	64	Ngựa vằn chamman
Sơn dương	98	Sơn dương sumatra
Thỏ	56	Thỏ Angora

Trong bảng trên, đâu là dữ liệu số, đâu là dữ liệu không phải số.

Bài 4: Khi tìm hiểu về việc học thêm môn Toán của một số học sinh trong lớp, Yến thu về bảng thông tin sau

STT	Gới tính	Tuổi	Ý kiến
1	Nam	13	Thích
2	Nam	13	Không thích
3	Nữ	13	Không thích
4	Nam	13	Không thích
5	Nữ	13	Thích
6	Nữ	13	Thích

Trong các loại dữ liệu thống kê trên, dữ liệu thống kê nào là số liệu?

Bài 5: Sở thích môn Toán của các bạn lớp $7A$ được ghi ở bảng sau:

Sở thích	Rất thích	Bình thường	Không thích
Bạn nam	6	3	5

Bảng trên có đại diện cho sở thích môn Toán của các bạn lớp $7A$

Bài 6: Tìm hiểu về môn học yêu thích của các bạn trong lớp $7B$, cô giáo lập phiếu thu như bảng sau và học sinh sẽ tích vào các môn mà học sinh chọn.

Môn học	Toán	Văn	Anh
Thích			
Không thích			

Dữ liệu trên có đại diện cho môn học yêu thích của các bạn trong lớp $7B$ hay không?

Bài 7: Cô giáo chủ nhiệm muốn lấy ý kiến của các bạn học sinh lớp $7A$ về sở thích học môn Toán của lớp.

a) Em hãy cho biết đối tượng mà cô giáo muốn lấy ý kiến.

b) Trong các cách lấy ý kiến sau, cách nào hợp lý hơn:

Cách 1: Lấy ý kiến của các bạn học giỏi Toán của lớp.

Cách 2: Lấy ý kiến của tất cả các bạn ở tổ I.

Bài 2. BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Đọc và mô tả biểu đồ hình quạt tròn.

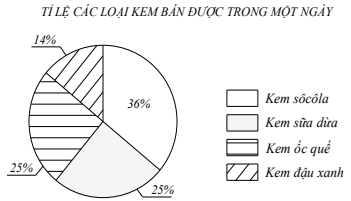
- Biểu đồ hình quạt tròn dùng để so sánh các phần trong toàn bộ dữ liệu.
- Trong biểu đồ hình quạt tròn, mỗi phần là một hình quạt tròn, cả hình tròn biểu diễn toàn bộ dữ liệu ứng với 100%.

Ví dụ 1: Biểu đồ ở *Hình* 1. Cho biết các loại kem bán ra trong một ngày của một cửa hàng kem.

a) Em hãy chỉ ra các thành phần của biểu đồ trên.

b) Trong biểu đồ, hình tròn được chia thành mấy hình quạt, mỗi hình quạt biểu diễn số liệu nào?

c) Em hãy lập bảng thống kê tỉ lệ các loại kem bán được trong một ngày của cửa hàng đó.



Hình 1

a) Các thành phần trong biểu đồ ở *Hình* 1 gồm có:

Tiêu đề: Tỉ lệ các loại kem bán được trong một ngày.

Hình tròn biểu diễn dữ liệu và Chú giải.

b) Trong biểu đồ hình tròn được chia thành 4 hình quạt, mỗi hình quạt biểu diễn tỉ lệ một loại kem được bán ra.

c) Từ biểu đồ hình tròn ta có bảng thống kê sau

	Kem sôcôla	Kem sữa dừa	Kem ốc quế	Kem đậu xanh
Tỉ lệ phần trăm	36%	25%	25%	14%

Nhận xét:

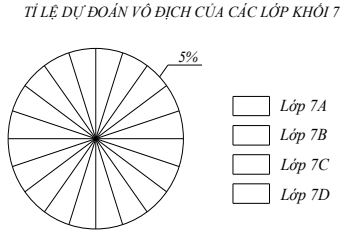
- Mỗi 1% ứng với một góc $3,6^0$ ở tâm của hình tròn.
- Phần hình quạt ứng với một nửa đường tròn là 50%.

2) Biểu diễn dữ liệu vào biểu đồ hình quạt tròn.

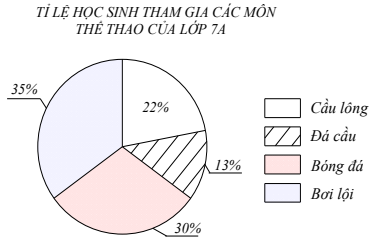
Ví dụ 2: Tỉ lệ các bạn trong trường dự đoán đội vô địch giải bóng đá học sinh khối 7 được cho bởi bảng sau:

	$7A$	$7B$	$7C$	$7D$
Tỉ lệ dự đoán	15%	30%	20%	35%

Em hãy biểu diễn thông tin bảng trên vào biểu đồ ở *Hình* 2.



Hình 2



Hình 3

3) Phân tích dữ liệu trong biểu đồ hình quạt tròn.

Ví dụ 3: Cho biểu đồ ở *Hình* 3.

a) Môn thể thao nào được các bạn lớp $7A$ tham gia nhiều nhất.

b) Lớp $7A$ có 40 học sinh. Khi đó số học sinh tham gia bóng đá là bao nhiêu em?

c) Môn thể thao nào được ít các bạn tham gia nhất? chiếm bao nhiêu phần trăm học sinh cả lớp.

a) Từ biểu đồ ta thấy, môn bơi lội được các bạn lớp $7A$ tham gia nhiều nhất chiếm 35%.

b) Số học sinh tham gia bóng đá chiếm 30% trong tổng số 40 học sinh nên số học sinh tham gia bóng đá là $30\%.40 = \frac{3}{10}.40 = 12$ học sinh.

c) Môn đá cầu được ít các bạn tham gia nhất chiếm 13% số học sinh cả lớp.

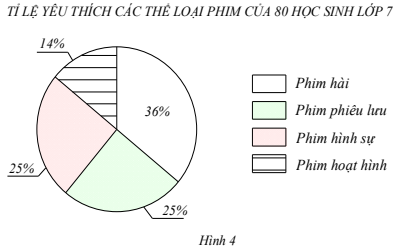
B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho biểu đồ ở *Hình* 4.

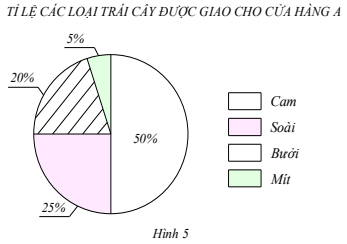
a) Trong biểu đồ trên, có mấy thể loại phim được thống kê.

b) Loại phim nào được các bạn học sinh khối lớp 7 yêu thích nhất?

c) Phim hoạt hình có bao nhiêu bạn yêu thích?



Hình 4



Hình 5

Bài 2: Cho biểu đồ ở *Hình* 5.

a) Trong biểu đồ trên, có mấy loại trái cây của hàng A nhập về.

b) Loại trái cây nào nhập về nhiều nhất, loại nào ít nhất, chiếm bao nhiêu phần trăm.

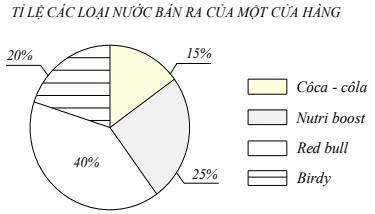
c) Nếu tổng các loại trái cây là 200kg thì Cam chiếm bao nhiêu kg?

Bài 3: Biểu đồ ở *Hình* 6 thể hiện các mặt hàng nước ngọt bán được của một cửa hàng trong một tháng.

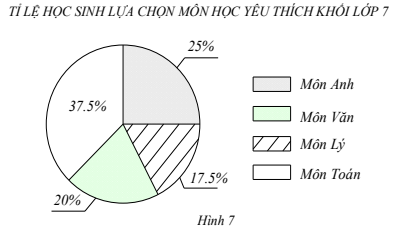
a) Cửa hàng bán sản phẩm nào nhiều nhất, ít nhất.

b) Tổng tất cả có bao nhiêu phần trăm.

c) Cửa hàng nhận thấy đã bán hết tổng 375 lon nước. Hỏi cửa hàng đã bán được bao nhiêu lon nước Bridy trong một tháng.



Hình 6



Hình 7

Bài 4: Biểu đồ ở *Hình* 7 thể hiện tỉ lệ các bạn học sinh khối lớp 7 lựa chọn môn học yêu thích.

a) Trong các môn học, môn nào được các bạn học sinh lựa chọn nhiều nhất? ít nhất.

b) Lập bảng thống kê cho biểu đồ ở *Hình* 7.

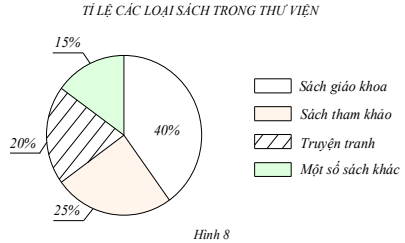
c) Thầy giáo thấy rằng có 70 bạn thích học Lý, em hãy tính xem khối lớp 7 có bao nhiêu bạn học sinh.

Bài 5: Tỉ lệ các loại sách trong thư viện của một Trường được cho ở *Hình* 8.

a) Sách giáo khoa chiếm bao nhiêu phần trăm.

b) Sách nào có nhiều nhất, ít nhất trong thư viện

c) Lập bảng thống kê thể hiện biểu đồ ở *Hình* 8.

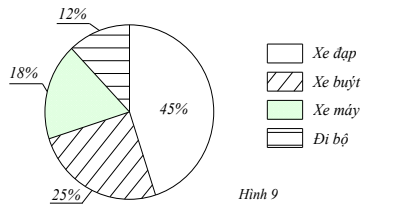


Hình 8

Bài 6: Biểu đồ ở *Hình* 9 thể hiện các loại phương tiện di chuyển của học sinh khi đi học tại một trường tiểu học.

a) Học sinh chủ yếu sử dụng phương tiện nào nhiều nhất, ít nhất.

b) Học sinh được bố mẹ đưa đón bằng xe máy chiếm bao nhiêu phần trăm.



Hình 9

c) Trường này cho biết có 360 học sinh đăng kí đi xe đạp. em hãy tính số học sinh toàn trường của trường tiểu học này.

Bài 7: Biểu đồ doanh thu một số dòng sản phẩm của một cửa hàng điện tử trong một tháng được cho bởi bảng sau:

Các loại sản phẩm	Máy tính	Điện thoại	Bàn phím	Chuột không giây
Doanh số	10	80	20	40

Vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể hiện bảng số liệu trên.

Bài 8: Cho bảng thống kê sau:

Lợi nhuận sản phẩm trên mỗi mặt hàng				
Các loại sản phẩm	Xe đạp trẻ em	Xe máy điện	Pin	Phụ kiện đi kèm
Doanh số	20%	60%	15%	5%

Vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể diện dữ liệu trên.

Bài 3. BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

A. LÝ THUYẾT.

1) Giới thiệu về biểu đồ đoạn thẳng.

♣ Biểu đồ đoạn thẳng thường được dùng để biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian. Các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng gồm:

+ Trục ngang biểu diễn thời gian.

+ Trục dọc biểu diễn đại lượng quan tâm.

+ Mỗi điểm biểu diễn giá trị của đại lượng tại một thời điểm. Hai điểm liên tiếp được nối với nhau bởi một đoạn thẳng.

+ Tiêu đề của biểu đồ thường ở dòng trên cùng.

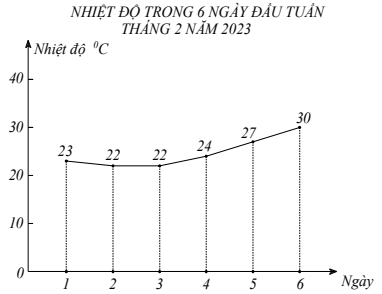
Ví dụ 1: Trong biểu đồ ở *Hình* 1. gồm có:

+ Tiêu đề: Nhiệt độ 6 ngày đầu tuần tháng 2 năm 2024

+ Trục đứng: Thể hiện nhiệt độ.

+ Trục ngang: Thể hiện ngày

+ Các điểm được nối vơi nhau bởi các đoạn thẳng.



Hình 1

2) Đọc và phân tích dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng.

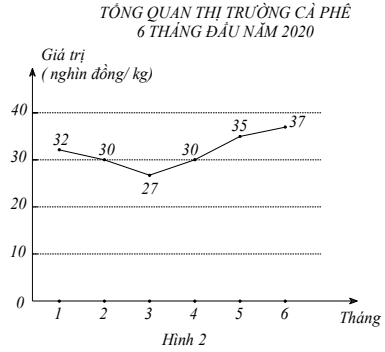
♣ Biểu đồ đoạn thẳng giúp ta dễ dàng nhận ra xu thế của đại lượng ta đang quan tâm theo thời gian.

Ví dụ 2: Cho biểu đồ ở *Hình* 2.

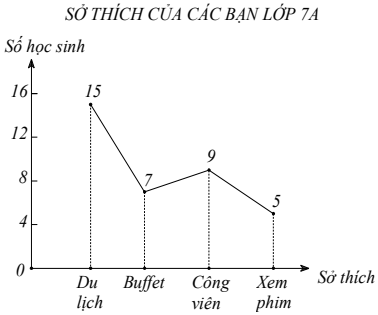
a) Cho biết biểu đồ cho ta biết thông tin gì?

b) Theo em, tháng nào giá trị của cà phê thấp nhất, tháng nào cà phê có giá trị cao nhất?

c) Từ biểu đồ em hãy lập bảng thống kê về giá trị của cà phê trong 6 tháng đầu năm 2020



Hình 2



Hình 3

Ví dụ 3: Biểu đồ ở *Hình* 3 thể hiện sở thích của các bạn trong lớp $7A$

a) Sở thích nào được các bạn lựa chọn nhiều nhất, ít nhất.

b) Nếu mỗi bạn chỉ được lựa chọn một sở thích và bạn nào cũng chọn. Em hãy cho biết lớp $7A$ có bao nhiêu bạn học sinh?

c) Từ thông tin biểu đồ, em hãy lập bảng thống kê thể hiện sở thích các bạn lớp $7A$.

3) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

♣ Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng ta cần vẽ hai trục ngang và dọc.

♣ Trên trục ngang ta thường lấy các đại lượng ta quan tâm, trên trục dọc thể hiện giá trị của các đại lượng.

Chú ý:

♣ Khi lấy các giá trị trên trục nằm dọc, các giá trị bằng nhau sẽ được thể hiện bởi các đoạn thẳng bằng nhau.

Ví dụ 4: Cho bảng thống kê chiều cao của một cây đậu trong 5 ngày.

Ngày	Ngày 1	Ngày 2	Ngày 3	Ngày 4	Ngày 5
Chiều cao (cm)	0,5	0,75	1	1,4	2,5

Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu thị bảng số liệu trên.

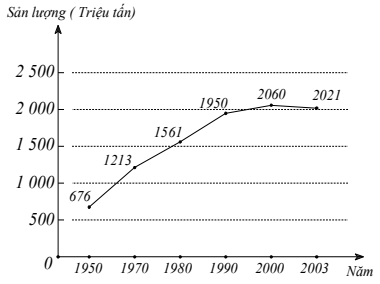
Giải

Ta vẽ trục ngang thể hiện các ngày từ ngày 1 đến ngày 5.

Trục dọc ta thể hiện chiều cao theo cm. (*Hình* 4).

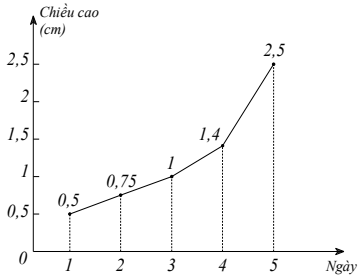
B. BÀI TẬP.

SẢN LƯỢNG LƯƠNG THỰC THẾ GIỚI THỜI KÌ 1950 - 2003



Hình 5

CHIỀU CAO CỦA MỘT CÂY ĐẬU TRONG 5 NGÀY ĐẦU TIÊN



Hình 4

Bài 1: Quan sát biểu đồ ở *Hình* 5. rồi trả lời một số câu hỏi sau

a) Biểu đồ biểu diễn thông tin gì?

b) Đơn vị thời gian là gì?

c) Năm bao nhiêu thì sản lượng lương thực thế giới đạt trên 2000 triệu tấn.

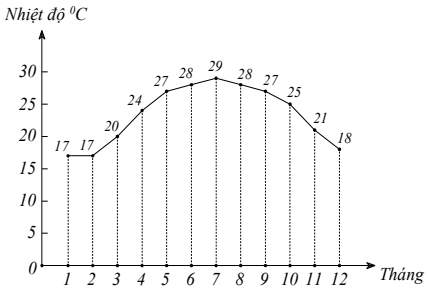
Bài 2: Quan sát biểu đồ ở *Hình* 6.

a) Tháng nào trong năm có nhiệt độ trung bình cao nhất? thấp nhất? là bao nhiêu độ?

b) Giải thích vì sao các tháng 6,7,8 lại có nhiệt độ trung bình cao nhất trong năm?

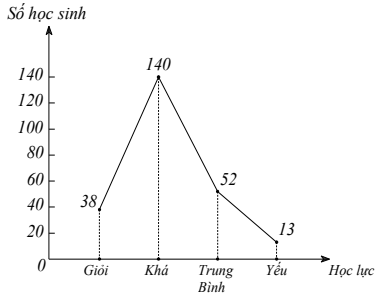
c) Lập bảng thống kê thể hiện biểu đồ trên.

NHIỆT ĐỘ TRUNG BÌNH 12 THÁNG Ở HÀ NỘI NĂM 2022



Hình 6

TỈ LỆ HỌC LỰC HỌC KÌ 1



Hình 7

Bài 3: Sau khi tổng kết học kì 1 của một trường THCS, trường này đã thể hiện học lực học sinh toàn trường vào biểu đồ ở *Hình* 7.

a) Có những loại học lực nào được thể hiện trong bản đồ, học sinh trường này chiếm học lực nào nhiều nhất, ít nhất, chiếm bao nhiêu học sinh?

b) Có bao nhiêu bạn đạt học lực Giỏi, nếu chỉ tiêu nhà trường đưa ra trong học kì 1 là học sinh có học lực giỏi chiếm 20% thì kết quả trên đã đạt được chưa.

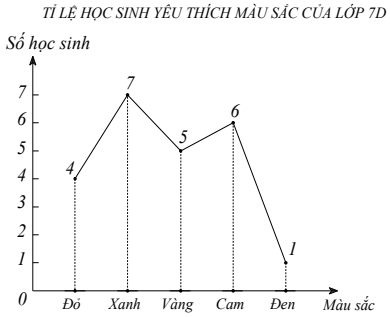
c) Em hãy lập bảng thống kê thể hiện thông tin ở biểu đồ trên.

Bài 4: Thông tin về tỉ lệ học sinh yêu thích các loại màu sắc của các bạn học sinh trong lớp $7D$.

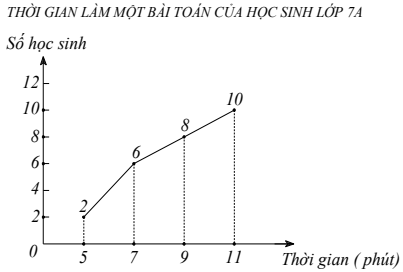
a) Cho biết màu nào được học sinh yêu thích nhiều nhất? chiếm bao nhiêu học sinh?

b) Màu nào được các bạn lựa chọn ít nhất? kém hơn so với máu được lựa chọn nhiều nhất là bao nhiêu bạn?

c) Em hãy cho biết lớp $7D$ có bao nhiêu học sinh, biết rằng mỗi bạn học sinh chỉ được chọn 1 màu và có 4 bạn không chọn màu?



Hình 8



Hình 9

Bài 5: Biểu đồ ở *Hình* 9 thể hiện thời gian giải một bài toán của các bạn học sinh lớp $7A$

a) Thời gian nhiều nhất để 1 học sinh lớp $7A$ giải bài toán này là bao nhiêu phút?

b) Nếu giải bài toán trên trong vòng 5 phút thì thầy giáo sẽ có phần thưởng, vậy lớp $7A$ có bao nhiêu bạn được thầy giáo thưởng?

c) Lớp $7A$ có bao nhiêu học sinh? Từ 8 phút trở lên, bao nhiêu bạn làm xong?

Bài 6: Bảng thống kê thể hiện số học sinh đạt điểm tốt của lớp $7A$ trong các tháng của học kì 1.

Tháng	Tháng 9	Tháng 10	Tháng 11	Tháng 12
Số học sinh	7	9	12	8

Em hãy vẽ biểu đồ thể hiện bảng thống kê trên

Bài 7: Thời gian giải một bài toán của 10 em học sinh lớp $7A$ được thể hiện trong bảng thống kê sau

Thời gian (phút)	5	7	12	14
Số học sinh	1	2	5	2

Em hãy vẽ biểu đồ thể hiện bảng thống kê trên.

CHƯƠNG VI. TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ.

Bài 1. TỈ LỆ THỨC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Tỉ lệ thức.

Ví dụ 1:

a) Bạn An có 3 quyển vở, bạn Hà có 7 quyển vở. Viết tỉ số về số vở của bạn An và bạn Hà.

b) Bạn Bình có 6 chiếc bút chì màu, bạn Minh có 14 chiếc bút chì màu. Viết tỉ số về số bút chì màu của bạn Bình và bạn Minh.

c) So sánh hai tỉ số trên.

Khi đó người ta nói rằng $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$ gọi là 1 tỉ lệ thức.

Kết luận:

♣ Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

♣ Tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ còn được viết dưới dạng $a:b=c:d$.

Ví dụ 2: Hai tỉ số $10:15$ và $\frac{2}{7}:\frac{3}{7}$ có lập thành 1 tỉ lệ thức không?

Ta có $10:15=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$ còn $\frac{2}{7}:\frac{3}{7}=\frac{2}{7}.\frac{7}{3}=\frac{2}{3}$

Do đó ta có tỉ lệ thức $10:15=\frac{2}{7}:\frac{3}{7}$.

2) Tính chất của tỉ lệ thức.

Ví dụ 3: Cho tỉ lệ thức $\frac{-2}{5}=\frac{4}{-10}$

Ta có các tích chéo là

$(-2).(-10)=20$ và $5.4=20$

Khi đó ta có hai tích chéo bằng nhau $(-2).(-10)=5.4$

Kết luận:

♣ Nếu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ thì $a.d=b.c$.

♣ Ngược lại nếu $a.b=c.d$ thì ta sẽ suy ra được 4 tỉ lệ thức sau:

$\frac{a}{c}=\frac{d}{b}$ $\frac{a}{d}=\frac{c}{b}$ $\frac{b}{c}=\frac{d}{a}$ $\frac{b}{d}=\frac{c}{a}$

Ví dụ 4: Tìm x từ các tỉ lệ thức sau $\frac{x}{6}=\frac{5}{3}$.

Từ $\frac{x}{6}=\frac{5}{3}\Rightarrow 3.x=30\Rightarrow x=\frac{30}{3}=10$. Vậy $x=10$

Ví dụ 5: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức $1.(-6)=2.(-3)$

Từ đẳng thức $1.(-6)=2.(-3)$ ta được các tỉ lệ thức sau

$\frac{1}{2}=\frac{-3}{-6}$ $\frac{1}{-3}=\frac{2}{-6}$ $\frac{-6}{2}=\frac{-3}{1}$ $\frac{-6}{-3}=\frac{2}{1}$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức sau $3.4=1.12$.

Bài 2: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức sau $2.10=4.5$.

Bài 3: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức sau $2.9=(-3).(-6)$.

Bài 4: Hãy lập tất cả các tỉ lệ thức từ đẳng thức sau $22.(-3)=-11.6$.

Dạng 2. Tìm x trong các tỉ lệ thức.

Bài 1: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x}{6}=\frac{7}{3}$ 2) $\frac{x}{8}=\frac{7}{4}$ 3) $\frac{x}{20}=\frac{4}{5}$ 4) $\frac{x}{15}=\frac{8}{21}$

5) $\frac{15}{x}=\frac{10}{4}$ 6) $\frac{3}{x}=\frac{27}{18}$ 7) $\frac{3}{5}=\frac{x}{4}$ 8) $\frac{6}{5}=\frac{1}{x}$

Bài 2: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x}{6}=\frac{-1}{2}$ 2) $\frac{x}{14}=\frac{-1}{2}$ 3) $\frac{x}{-3}=\frac{-15}{9}$ 4) $\frac{x}{-6}=\frac{-8}{15}$

5) $\frac{15}{x}=\frac{-9}{6}$ 6) $\frac{9}{x}=\frac{-25}{12}$ 7) $\frac{-1}{-5}=\frac{x}{-3}$ 8) $\frac{-7}{2}=\frac{4}{-x}$

Bài 3: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $x:8=5:4$ 2) $x:4=3:10$ 3) $6:27=x:72$ 4) $-3:7=-x:21$

5) $20:x=-12:15$ 6) $-15:35=27:x$ 7) $-8:5=-x:3$ 8) $-1:(-x)=7:6$

Bài 4: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x}{26}=\frac{-3}{6,5}$ 2) $\frac{x}{27}=\frac{-2}{3,6}$ 3) $\frac{x}{3,5}=\frac{-2}{0,7}$ 4) $\frac{x}{3,15}=\frac{0,15}{7,2}$

5) $\frac{-2,6}{x}=\frac{-12}{42}$ 6) $\frac{2,5}{x}=\frac{4,7}{12,1}$

Bài 5: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{3}{5}:x=2:\frac{14}{3}$ 2) $x:\frac{1}{3}=\frac{12}{99}:\frac{15}{90}$ 3) $\frac{1}{3}:x=1\frac{2}{3}:\frac{5}{2}$ 4) $\frac{2}{7}:x=1\frac{5}{6}:\frac{7}{12}$

5) $2\frac{2}{3}:x=1\frac{7}{9}:2\frac{2}{3}$ 6) $1\frac{1}{4}:x=2\frac{1}{4}:1\frac{1}{3}$ 7) $2\frac{2}{3}:x=1\frac{7}{9}:0,2$ 8) $\frac{4}{9}:x=3\frac{1}{3}:2,25$

Bài 6: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{3}{5}:x=2:\frac{14}{3}$ 2) $x:\frac{1}{3}=\frac{12}{99}:\frac{15}{90}$ 3) $\frac{1}{3}:x=1\frac{2}{3}:\frac{5}{2}$ 4) $\frac{2}{7}:x=1\frac{5}{6}:\frac{7}{12}$

5) $2\frac{2}{3}:x=1\frac{7}{9}:2\frac{2}{3}$ 6) $1\frac{1}{4}:x=2\frac{1}{4}:1\frac{1}{3}$ 7) $2\frac{2}{3}:x=1\frac{7}{9}:0,2$ 8) $\frac{4}{9}:x=3\frac{1}{3}:2,25$

Bài 7: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x-1}{4}=\frac{1}{2}$ 2) $\frac{x-2}{10}=\frac{3}{15}$ 3) $\frac{x-7}{16}=\frac{9}{24}$ 4) $\frac{-3}{x-2}=\frac{4}{5}$

5) $\frac{x-7}{12}=\frac{-12}{16}$ 6) $\frac{49}{x-3}=\frac{7}{-2}$ 7) $\frac{15}{2x-1}=\frac{5}{3}$ 8) $\frac{2x+1}{-3}=\frac{-7}{11}$

Bài 8: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{3}{5}=\frac{2x}{10}$ 2) $\frac{3x}{10}=\frac{9}{15}$ 3) $\frac{3x}{20}=\frac{-3}{4}$ 4) $\frac{2x}{49}=\frac{-2}{7}$

Bài 9: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x}{5}=\frac{20}{x}$ 2) $\frac{x}{-15}=\frac{-60}{x}$ 3) $\frac{x}{-25}=\frac{-121}{x}$ 4) $\frac{-x}{2}=-\frac{18}{x}$

Bài 10: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x-1}{3}=\frac{27}{x-1}$ 2) $\frac{x-2}{2}=\frac{8}{x-2}$ 3) $\frac{x-2}{12}=\frac{3}{x-2}$ 4) $\frac{x+2}{2}=\frac{8}{x+2}$

5) $\frac{x+4}{20}=\frac{5}{x+4}$ 6) $\frac{x+1}{3}=\frac{27}{x+1}$ 7) $\frac{x-1}{-15}=\frac{-60}{x-1}$ 8) $\frac{x-1}{15}=\frac{60}{x-1}$

9) $\frac{2x-1}{4}=\frac{4}{2x-1}$ 10) $\frac{2x-1}{27}=\frac{3}{2x-1}$

Bài 11: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{4}{x}=\frac{8}{x+1}$ 2) $\frac{6}{x-3}=\frac{7}{x-5}$ 3) $\frac{4-x}{3}=\frac{x-2}{5}$ 4) $\frac{x-1}{x+5}=\frac{6}{7}$

5) $\frac{x-3}{x+5}=\frac{5}{7}$ 6) $\frac{x}{x+16}=\frac{7}{35}$ 7) $\frac{x-3}{5}=\frac{5-2x}{11}$ 8) $\frac{7x+1}{4}=\frac{2x-9}{3}$

Bài 12: Tìm x trong các tỉ lệ thức sau:

1) $\frac{x}{x+1}=\frac{x+5}{x+7}$ 2) $\frac{x-1}{x+2}=\frac{x-2}{x+3}$ 3) $\frac{x+7}{x+4}=\frac{x-1}{x-2}$ 4) $\frac{x-2}{x-1}=\frac{x+4}{x+7}$

5) $\frac{2x-18}{2x+4}=\frac{2x-17}{2x+16}$ 6) $\frac{2x+3}{5x+2}=\frac{4x+5}{10x+2}$

Bài 2. TÍNH CHẤT CỦA DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU.

A. LÝ THUYẾT.

1) Tính chất của dãy hai tỉ số bằng nhau.

Ví dụ 1: Với tỉ lệ thức $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$

Ta thấy $\frac{2-4}{5-10}=\frac{-2}{-5}=\frac{2}{5}$ hoặc $\frac{2+4}{5+10}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

Như vậy $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{2+4}{5+10}=\frac{2-4}{5-10}$

Kết luận:

♣ Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ta suy ra $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b+d}$.

Ví dụ 2: Tìm hai số x, y biết $\frac{x}{5}=\frac{y}{3}$ và $x+y=16$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{x}{5}=\frac{y}{3}=\frac{x+y}{5+3}=\frac{16}{8}=2$.

$\Rightarrow\begin{cases}x=5.2=10\\y=3.2=6\end{cases}$. Vậy $x=10$ và $y=6$.

2) Mở rộng tính chất cho dãy tỉ số bằng nhau.

♣ Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a-c-e}{b-d-f}$.

♣ Với dãy tỉ số $\frac{a}{m}=\frac{b}{n}=\frac{c}{p}$ ta có thể viết $a:b:c=m:n:p$ *(nói a, b, c tỉ lệ với m, n, p)*

Ví dụ 4: Tìm ba số x, y, z biết $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$ và $x+y-z=2$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{x+y-z}{2+3-4}=\frac{2}{1}=2$.

$\Rightarrow\begin{cases}x=2.2=4\\y=3.2=6\\z=4.2=8\end{cases}$. Vậy $x=4, y=6$ và $z=8$.

Ví dụ 5: Tính số học sinh tiên tiến của 3 lớp $7A, 7B, 7C$ biết rằng số học sinh tiên tiến của ba lớp $7A, 7B, 7C$ tỉ lệ với 6; 5; 4 và tổng số học sinh tiên tiến của 3 lớp là 45 em.

Gọi số học sinh tiên tiến của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt là a, b, c $(a, b, c\in\mathbb{N})$

Ta có $\frac{a}{6}=\frac{b}{5}=\frac{c}{4}$ và $a+b+c=45$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a}{6}=\frac{b}{5}=\frac{c}{4}=\frac{a+b+c}{6+5+4}=\frac{45}{15}=3$.

$$\Rightarrow\begin{cases}a=6.3=18\\b=5.3=15\\c=4.3=12\end{cases}.$$

Số học sinh tiên tiến của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt là $18; 15; 12$ học sinh.

Ví dụ 6: Hưởng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của Đội, Biết rằng số giấy vụn thu được của ba chi đội $7A, 7B, 7C$ tỉ lệ với $9; 8; 7$. Biết rằng tổng số giấy vụn của lớp $7A$ và $7B$ hơn lớp $7C$ là $72kg$. Hãy tính số giấy vụn thu được của mỗi chi đội.

Gọi số giấy vụn thu được của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt là a, b, c $(a,b,c>0)$

Ta có $\frac{a}{9}=\frac{b}{8}=\frac{c}{7}$ và $a+b-c=72$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a}{9}=\frac{b}{8}=\frac{c}{7}=\frac{a+b-c}{9+8-7}=\frac{72}{10}=7,2$.

Khi đó $\begin{cases}a=9.7,2=64,8\\b=8.7,2=57,6\\c=7.7,2=50,4\end{cases}$

Số giấy vụn thu được của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt là $64,8kg; 57,6kg; 50,4kg$.

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Tìm x, y, z

Bài 1: Tìm x, y biết:

1) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ và $x-y=9$
2) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$ và $x+y=32$
3) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$ và $x+y=24$
4) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$ và $x-y=22$
5) $\frac{x}{5}=\frac{y}{3}$ và $x-y=20$
6) $\frac{x}{4}=\frac{y}{5}$ và $x+y=36$
7) $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}$ và $x+y=28$
8) $\frac{x}{7}=\frac{y}{4}$ và $y-x=12$
9) $\frac{x}{3}=\frac{y}{-2}$ và $x-y=10$

Bài 2: Tìm x, y biết:

1) $\frac{x}{y}=\frac{8}{5}$ và $x-y=12$
2) $\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$ và $x-y=12$
3) $\frac{7}{5}=\frac{y}{x}$ và $x+y=-36$

4) $\frac{x}{y}=\frac{9}{10}$ và $y-x=120$
5) $\frac{x}{y}=\frac{3}{7}$ và $x-y=16$
6) $\frac{x}{y}=\frac{2}{-5}$ và $x-y=-7$
7) $\frac{5}{2}=\frac{y}{x}$ và $x+y=-21$
8) $\frac{x}{y}=\frac{-2}{3}$ và $x+y=-4$
9) $\frac{x}{y}=\frac{7}{3}$ và $x-42=y$

Bài 3: Tìm x, y biết:

1) $3x=4y$ và $y-x=5$
2) $2x=3y$ và $x+y=90$
3) $5x=3y$ và $x-y=10$
4) $5x=8y$ và $x-y=12$
5) $2x=5y$ và $y-x=12$
6) $7x=4y$ và $x-y=-21$

Bài 4: Tìm x, y, z biết:

1) $\frac{x}{5}=\frac{y}{7}=\frac{z}{2}$ và $y-x=48$
2) $\frac{x}{4}=\frac{y}{12}=\frac{z}{15}$ và $y-x=4$
3) $\frac{x}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z}{2}$ và $x+y-z=21$
4) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$ và $x+y+z=270$
5) $\frac{x}{30}=\frac{y}{10}=\frac{z}{6}$ và $x+y+z=92$
6) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$ và $4.y-3.x=12$
7) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}$ và $3y-2z=99$
8) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-4}$ và $3x-2z=28$
9) $\frac{x}{-3}=\frac{y}{-5}=\frac{z}{-4}$ và $3z-2x=36$
10) $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{8}$ và $2x-3y=-18$
11) $\frac{x}{3}=\frac{y}{8}=\frac{z}{5}$ và $2x+y-2z=12$
12) $\frac{x}{7}=\frac{y}{4}=\frac{z}{3}$ và $x-3y+3z=24$
13) $\frac{x}{3}=\frac{y}{8}=\frac{z}{5}$ và $2x+3y-z=50$
14) $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ và $x-2y+3z=30$
15) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}$ và $2x+3y-z=-14$
16) $\frac{x}{8}=\frac{y}{-7}=\frac{z}{12}$ và $-3x+10y-2x=236$

Bài 5: Tìm x, y, z biết:

1) $x:y:z=1:2:3$ và $4x-3y+2z=36$
2) $x:y:z=4:3:9$ và $x-3y+4z=62$
3) $x:y:z=3:5:7$ và $2x+3y-2z=42$
4) $x:y:z=2:3:4$ và $x+2y-3z=-20$
5) $x:y:(-z)=3:8:5$ và $4x+3y+2z=52$
6) $x:y:z=3:5:(-2)$ và $5x-y+3z=124$

Bài 6: Tìm x, y, z biết:

1) $2x=3y=5z$ và $x+y-z=19$
2) $2x=3y=5z$ và $x+y-z=95$
3) $2x=3y=4z$ và $x-y+z=35$
4) $2x=5y=3z$ và $x+y-z=-44$
5) $20x=15y=12z$ và $x-y+z=12$
6) $3x=4y=5z$ và $x-(y+z)=-21$

Bài 7: Tìm x, y, z biết:

1) $\frac{2x}{3}=\frac{3y}{4}=\frac{4z}{5}$ và $x+y+z=49$
2) $\frac{6}{11}x=\frac{9}{2}y=\frac{18}{5}z$ và $-x+z=-196$
3) $\frac{3}{4}x=\frac{4}{5}y=\frac{6}{7}z$ và $x+y+z=-45$
4) $\frac{6}{11}x=\frac{9}{2}y=\frac{18}{5}z$ và $-x+y+z=-120$
5) $\frac{2}{3}x=\frac{1}{2}y=\frac{3}{5}z$ và $x+y+z=-74$
6) $\frac{2x}{5}=\frac{4y}{3}=\frac{3z}{10}$ và $x+y+z=39,5$

Bài 8: Tìm x, y, z biết:

1) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3};\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ và $x+y+z=5$
2) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3};\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ và $x-y-z=38$
3) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3};\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ và $x+y-z=10$
4) $\frac{x}{5}=\frac{y}{6};\frac{y}{8}=\frac{z}{7}$ và $x+y-z=69$
5) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3};\frac{y}{5}=\frac{z}{4}$ và $x+y+z=-37$
6) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3};\frac{y}{5}=\frac{z}{4}$ và $x-y+z=-49$

Bài 9: Tìm x, y, z biết:

1) $3x=2y;7y=5z$ và $x-y+z=32$
2) $7x=9y;3y=7z$ và $x-y+z=-15$
3) $9x=10y;3z=4y$ và $x-y+z=78$
4) $2x=3y;5y=7z$ và $3x-7y+5=-30$

Bài 10: Tìm x, y, z biết:

1) $\frac{y}{3}=\frac{z}{5};4x=3y$ và $3x-z=21$
2) $\frac{x}{3}=\frac{y}{4};3z=5y$ và $2x-3y+z=6$
3) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5};3x=4z$ và $x-y+2z=-20$.
4) $\frac{x}{3}=\frac{y}{4};7y=5z$ và $2x+3y-z=186$.
5) $\frac{x}{10}=\frac{y}{5};3y=2z$ và $2x-3y+4z=330$
6) $\frac{x}{5}=y;-2y=z$ và $-x-y+2z=160$.

Bài 11: Tìm x, y, z biết:

1) $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}$ và $xy=12$
2) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ và $xy=54$
3) $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}$ và $xy=10$
4) $\frac{x}{4}=\frac{y}{5}$ và $xy=80$
5) $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$ và $x^2-y^2=-4$
6) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ và $x^2+y^2=52$
7) $\frac{x}{3}=\frac{y}{7}$ và $x^2-y^2=-40$
8) $\frac{x}{-2}=\frac{y}{3}$ và $x^3+y^3=19$

Bài 12: Tìm x, y, z biết:

1) $\frac{x}{3}=\frac{y}{7}=\frac{z}{5}$ và $x^2-y^2+z^2=-60$
2) $\frac{x}{5}=\frac{y}{7}=\frac{z}{3}$ và $x^2+y^2-z^2=585$
3) $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$ và $x^2-y^2+2z^2=108$
4) $\frac{x}{3}=\frac{y}{8}=\frac{z}{5}$ và $2x^2-y^2+z^2=-21$.
5) $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ và $5z^2-3x^2-2y^2=594$
6) $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ và $2x^2+2y^2-3z^2=-100$

Bài 13: Tìm x, y, z biết:

1) $\frac{x+1}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z}{2}$ và $3x+y-2z=18$
2) $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z+3}{5}$ và $x+y+z=18$
3) $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{5}$ và $x+y+z=42$
4) $\frac{x+5}{3}=\frac{y+4}{4}=\frac{z+3}{5}$ và $x+y+z=24$
5) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ và $x-2y+3z=14$
6) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ và $2x+3y-z=50$
7) $\frac{x+1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+5}{6}$ và $2x+y-4z=-1$
8) $\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{-4}=\frac{z+1}{5}$ và $2x-3y+z=72$
9) $\frac{x+3}{5}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{7}$ và $3x+5y-7z=32$
10) $\frac{1+2x}{5}=\frac{3+y}{6}=\frac{2z-1}{7}$ và $2x-y-z=-3$

Dạng 2. Chứng minh

Bài 1: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ với $b,d\neq 0$. Chứng minh

1) $\frac{2a+3c}{2b+3d}=\frac{2a-3c}{2b-3d}$
2) $\frac{2a+5b}{3a-4b}=\frac{2c+5d}{3c-4d}$
3) $\frac{3a+5b}{6a-7b}=\frac{3c+5d}{6c-7d}$
4) $\frac{11a+3b}{11c+3d}=\frac{3a-11b}{3c-11d}$
5) $\frac{7a-4b}{3a+5b}=\frac{7c-4d}{3c+5d}$
6) $\frac{3a+5b}{2a-7b}=\frac{3c+5d}{2c-7d}$

Bài 2: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ với $b,d\neq 0$. Chứng minh

1) $\frac{a-c}{c}=\frac{b-d}{d}$
2) $\frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c}$
3) $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$
4) $\frac{a+c}{c}=\frac{b+d}{d}$
5) $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

Bài 3: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Chứng minh $\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}=\frac{ac}{bd}$

Bài 4: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Chứng minh $\frac{ad}{cd}=\frac{a^2-b^2}{c^2-d^2}$

Bài 5: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^2=\frac{ab}{cd}$

Bài 6: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Chứng minh $\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}=\frac{ab}{cd}$

Bài 7: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2=\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$

Bài 8: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{c}=\frac{c}{b}$. Chứng minh $\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2}=\frac{a}{b}$

Bài 9: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{b}{d}$. Chứng minh $\frac{a^2+b^2}{b^2+d^2}=\frac{a}{d}$

Bài 10: Cho $b^2=ac$. Chứng minh $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\frac{a}{c}$

Bài 11: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$. Chứng minh $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3=\frac{a}{d}$

Bài 12: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{c}=\frac{c}{d}=\frac{b}{d}$. Chứng minh $\frac{a^3+c^3-b^3}{c^3+b^3-d^3}=\frac{a}{d}$

Bài 13: Cho dãy tỉ số $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Chứng minh $\frac{a^2+ac}{c^2-ac}=\frac{b^2+bd}{d^2-bd}$

Bài 14: Cho dãy tỉ số $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$. Chứng minh $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

Bài 15: Cho dãy tỉ số $\frac{a+5}{a-5}=\frac{b+6}{b-6}$. Chứng minh $\frac{a}{b}=\frac{5}{6}$.

Bài 16: Cho dãy tỉ số $\frac{u+2}{u-2}=\frac{v+2}{v-3}$. Chứng minh $\frac{u}{2}=\frac{v}{3}$.

Bài 17: Cho dãy tỉ số $\frac{a+b}{c+d}=\frac{a-2b}{c-2d}$. Chứng minh $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

Bài 18: Cho dãy tỉ số $\frac{2a+13b}{3a-7b}=\frac{2c+13d}{3c-7d}$. Chứng minh $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

Bài 19: Cho dãy tỉ số $\frac{a+2019}{a-2019}=\frac{b+2020}{b-2020}$. Chứng minh $\frac{a}{2019}=\frac{b}{2020}$.

Dạng 3. Tính giá trị của biểu thức

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau

1) $A=\frac{3a-2b}{2a-3b}$ với $\frac{a}{b}=\frac{5}{6}$

2) $A=\frac{3a-b}{2a+13}-\frac{3b-a}{2b-13}$ với $a-b=13$

3) $A=\frac{2a-5b}{a-3b}-\frac{4a+b}{8a-2b}$ với $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$

4) $A=\frac{a+b}{b+c}$ với $\frac{b}{a}=2, \frac{c}{b}=3$

5) $A=\frac{3a-2b}{2a+5}+\frac{3b-a}{b-5}$ với $a-2b=5$

Bài 2: Cho $2a-b=\frac{2}{3}(a+b)$. Tính biểu thức $A=\frac{a^4+5^4}{b^4+4^4}$.

Bài 3: Cho $xyz=2, x+y+z=0$. Tính: $A=(x+y)(y+z)(z+x)$.

Bài 4: Cho $x, y, z\neq 0, x-y-z=0$. Tính: $A=\left(1-\frac{z}{x}\right)\left(1-\frac{x}{y}\right)\left(1+\frac{y}{z}\right)$.

Bài 5: Cho $a,b,c\neq 0$ thỏa mãn $\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}$. Tính $A=\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)$.

Bài 6: Cho dãy tỉ số $\frac{a+b-c}{c}=\frac{b+c-a}{a}=\frac{c+a-b}{b}$. Tính $A=\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)\left(1+\frac{a}{c}\right)$.

Bài 7: Cho $\frac{a+b-c}{c}=\frac{a-b+c}{b}=\frac{-a+b+c}{a}$. Tính $A=\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$.

Bài 8: Cho $\frac{3a+b+c}{a}=\frac{a+3b+c}{b}=\frac{a+b+3c}{c}$. Tính $A=\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}$.

Bài 9: Cho dãy tỉ số $\frac{x}{5}=\frac{y}{4}=\frac{z}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A=\frac{x+2y-3z}{x-2y+3z}$.

Bài 10: Cho dãy tỉ số $\frac{x}{5}=\frac{y}{4}=\frac{z}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A=\frac{2x+3y-5z}{2x-3y+5z}$.

Bài 11: Cho dãy tỉ số $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}, \frac{y}{5}=\frac{z}{6}$. Tính giá trị biểu thức $A=\frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$.

Bài 12: Cho $\frac{x}{4}=\frac{y}{7}; \frac{y}{5}=\frac{z}{6}$. Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{3x-4y+5z}{x-2y+5z}$.

Dạng 4. Bài toán lập luận

Bài 1: Số học sinh lớp $7A, 7B$ của một trường tỉ lệ với 8 và 7. Biết số học sinh của lớp $7B$ ít hơn số học sinh của lớp $7A$ là 5 em. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Bài 2: Số học sinh ba khối $6; 7; 8$ của một trường THCS tỉ lệ với các số $8; 6; 7$. Biết rằng số học sinh khối 8 nhiều hơn số học sinh khối 7 là 15 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối.

Bài 3: Lớp $7A$ của một trường có số học sinh Giỏi, Khá, Trung bình lần lượt tỉ lệ với $3; 7; 5$. Biết rằng số học sinh Giỏi ít hơn số học sinh khá là 12 học sinh. Hỏi lớp $7A$ có bao nhiêu học sinh Giỏi, Khá, Trung bình.

Bài 4: Số học sinh 4 khối $6; 7; 8; 9$. lần lượt tỉ lệ với $9; 8; 7; 6$. Biết rằng số học sinh khối 9 ít hơn số học sinh khối 7 là 70 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối.

Bài 5: Tổng kết năm học, người ta thấy số học sinh giỏi của trường phân bố ở các khối lớp $6; 7; 8; 9$. tỉ lệ với $11; 10; 9; 8$. Tính số học sinh giỏi mỗi khối, biết khối 7 nhiều hơn khối 9 là 32 học sinh giỏi.

Bài 6: Hai lớp $7A$ và $7B$ lao động trồng cây. Biết số cây hai lớp trồng được tỉ lệ với $3; 5$ và tổng số cây trồng được của hai lớp là 64 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp.

Bài 7: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ đi lao động trồng cây xanh, số cây trồng được của ba lớp theo thứ tự lần lượt tỉ lệ với $3; 5; 8$ và tổng số cây trồng được của ba lớp là 256 cây. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây.

Bài 8: Trong đợt quyên góp sách ủng hộ học sinh vùng lũ ở Sơn La vừa qua, số quyển sách quyên góp được của ba lớp $7A, 7B, 7C$ của trường THCS Kim Liên lần lượt tỉ lệ với $5; 4; 6$. Biết tổng số sách của hai lớp $7A$ và $7B$ nhiều hơn số sách của lớp $7C$ là 90 quyển. Tính số quyển sách mà mỗi lớp đã quyên góp được.

Bài 9: Hưởng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của Đội, Ba lớp $7A, 7B, 7C$ đã thu được tổng cộng $126kg$ giấy vụn. Biết rằng số giấy vụn thu được của ba lớp lần lượt tỉ lệ với $6; 7; 8$. Hãy tính số kg giấy vụn thu được của mỗi lớp.

Bài 10: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ của một trường THCS cùng tham gia hưởng ứng tết trồng cây. Số cây ba lớp trồng được lần lượt tỉ lệ với các số $4; 5; 6$ và lớp $7C$ trồng được nhiều hơn lớp $7A$ là 60 cây. Tính số cây trồng được được của lớp $7B$.

Bài 11: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ của một trường THCS tham gia quyên góp truyện tặng thư viên. Số quyển truyện đem quyên góp của ba lớp lần lượt tỉ lệ với $5; 4; 6$. Tính số quyển truyện mỗi lớp quyên góp biết tổng số quyên truyện đem quyên góp của lớp $7A$ và $7B$ là 180 quyển.

Bài 12: Trong đợt quyên góp đồng bào lũ lụt, số tiền ủng hộ của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt tỉ lệ với các số $5; 6; 9$. Tính số tiền của mỗi lớp ủng hộ biết lớp $7B$ ủng hộ nhiều hơn lớp $7A$ là 35000 đồng.

Bài 13: Hưởng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của đội, ba lớp $7A_1, 7A_2, 7A_3$ đã thu được tổng cộng $126kg$ giấy vụn. Biết rằng số giấy vụn thu được của ba lớp lần lượt tỉ lệ với $6; 7; 8$. Hãy tính số kg giấy vụn mỗi lớp thu được.

Bài 14: Trong đợt phát động phòng trào " Thu hòi Pin cũ" của một trường THCS A thu được 250 cục phin cũ thu được từ 4 khối lớp $6; 7; 8; 9$. Biết rằng số pin cũ của các khối lớp $6; 7; 8; 9$ lần lượt tỉ lệ với $9; 7; 5; 4$. Hỏi mỗi khối đã nộp bao nhiêu cục pin.

Bài 15: Hưởng ứng phong trào kế hoạch nhỏ, ba lớp $7A, 7B, 7C$ có 130 học sinh tham gia, Mỗi học sinh lớp $7A$ thu được $2kg$ giấy vụn, mỗi học sinh lớp $7B$ thu được $3kg$ giấy vụn, mỗi học sinh lớp $7C$ thu được $4kg$ giấy. Hãy tính số học sinh của mỗi lớp tham gia trồng cây biết số giấy vụn của các lớp đều bằng nhau.

Bài 16: Ba bạn Bảo, Bình, Phát cùng góp giấy vụn để đổi cây xanh, biết số giấy vụn của ba bạn thu được tỉ lệ thuận với $3; 4; 5$. Biết số giấy vụn của bạn Phát thu được nhiều hơn bạn Bảo là $0,5kg$. Tính số giấy vụn của mỗi bạn?

Bài 17: Ba bạn An, Bích, Cường thi đua điểm tốt. Biết số hoa điểm tốt của ba bạn lần lượt tỉ lệ với $2; 3; 4$ và tổng số hoa của Bình và Cường nhiều hơn số hoa của An là 30 hoa. Tính số hoa điểm tốt của mỗi bạn.

Bài 18: Để có một ly nước chanh ngon, người ta pha các nguyên liệu gồm nước cốt chanh, nước đường 80% và nước lọc theo tỉ lệ $1; 4; 7$. Để pha $1,2$ lít nước chanh theo công thức đó thì cần bao nhiêu lít nước cốt chanh và bao nhiêu lít nước đường 80%

Bài 19: Ba xưởng may cùng may một loại áo và dùng hết tổng số mét vải là $236m$, số áo may được của xưởng I và xưởng II tỉ lệ với 3 và 4, số áo may được của xưởng II và xưởng III tỉ lệ với 5 và 6. Hỏi mỗi xưởng đã may hết bao nhiêu mét vải ?

Bài 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm.

Ví dụ 1: Một chiếc xe ô tô đi với vận tốc $50km/h$.

Khi đó trên cùng một đoạn đường, thì hai đại lượng còn lại là quãng đường và thời gian.

Như vậy

1 giờ ô tô đi được $50km$.

2 giờ ô tô đi được $100km$.

x giờ thì ô tô đi được $100x(km)$

Như vậy quãng đường và thời gian liện hệ với nhau bởi công thức $s=v.t=100.t$

Khi đó quãng đường và thời gian gọi là tỉ lệ thuận với nhau.

Kết luận:

- Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y=k.x$ (k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k.
- Khi ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số k thì ta sẽ có công thức $y=k.x$ và ngược lại.
- Khi đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì x cũng tỉ lệ thuận với y và ta nói hai đại lượng này tỉ lệ thuận với nhau.
- Nếu y tỉ lệ thuận với x thì ta có $y=kx\Rightarrow x=\frac{y}{k}=\frac{1}{k}.y$ hay ta có $x=\frac{1}{k}.y$ như vậy thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $\frac{1}{k}$.
- Đại lượng tỉ lệ thuận đại diện cho sự cùng tăng hoặc cùng giảm của hai hay nhiều đại lượng. Tuy nhiên không phải bất kì hai đối tượng nào cùng tăng hoặc cùng giảm đều là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

Ví dụ 2: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và khi $x=3$ thì $y=15$.

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ k của y đối với x.

b) Tính giá trị của y khi $x=-5$.

a) Gọi k là hệ số tỉ lệ của y đối với x. Ta có $y=k.x$.

Vì khi $x=3$ thì $y=15$ nên $15=k.3\Rightarrow k=5$.

Vậy hệ số tỉ lệ k của y đối với x là $k=5$.

b) Ta có $y=5.x$.

Khi $x=-5$ thì $y=5.x=5.(-5)=-25$

2) Tính chất.

- Nếu hai đại lượng x, y tỉ lệ thuận với nhau thì

Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi và bằng hệ số tỉ lệ hoặc nghịch đảo hệ số tỉ lệ $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}=.....=\frac{y_n}{x_n}=k$

Ví dụ 2: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Gọi x_1,x_2 là hai giá trị của x, còn y_1,y_2 là hai giá trị tương ứng của y, biết $x_1=6,x_2=-9,y_1-y_2=10$. Tính y_1,y_2

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có $\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}=\frac{y_1}{6}=\frac{y_2}{-9}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được $\frac{y_1}{6}=\frac{y_2}{-9}=\frac{y_1-y_2}{6-(-9)}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$.

Vậy $y_1=6.\frac{2}{3}=4$ và $y_2=-9.\frac{2}{3}=-6$.

Ví dụ 3: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận $x_1;x_2$ là hai giá trị khác nhau của x và $y_1;y_2$ là hai giá trị tương ứng của y. Tính $x_1;y_1;y_2$ biết $x_1=3y_1;2y_1-x_1=-7$ và $x_2=45$.

Vì $x_1=3y_1\Rightarrow\frac{x_1}{3}=\frac{y_1}{1}$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{x_1}{3}=\frac{y_1}{1}=\frac{2y_1-x_1}{2-3}=\frac{-7}{-1}=7$

Nên $x_1=3.7=21$ và $y_1=1.7=7$.

Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên ta có:

$\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}\Rightarrow\frac{7}{21}=\frac{y_2}{45}\Rightarrow 21.y_2=7.45\Rightarrow y_2=15$.

Vậy $x_1=21$, $y_1=7$ và $y_2=15$.

Ví dụ 4: Dùng 8 máy thì tiêu thụ hết 70 lít xăng. Hỏi dùng 12 máy thì số xăng tiêu thụ là bao nhiêu?

Gọi x là số lít xăng mà 12 máy tiêu thụ.

Vì dùng 8 máy hết 70 lít xăng nên tỉ lệ giữa số máy và số lít xăng là $\frac{8}{70}=\frac{4}{35}$.

Mà số máy với số lít xăng tiêu thụ là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $\frac{4}{35}=\frac{12}{x}\Rightarrow x=105(l)$

Vậy với 12 máy thì số lít xăng tiêu thụ là $105(l)$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và khi $x=5$ thì $y=20$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và hãy biểu diễn y theo x.

b) Tính giá trị của x khi $y=-100$.

Bài 2: Biết 2 đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=6$ thì $y=4$

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x

b) Viết công thức biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=9; x=15$

Bài 3: Biết 2 đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=6$ thì $y=10$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của x đối với y

b) Viết công thức biểu diễn x theo y

c) Tính giá trị của x khi $y=5; y=12$

Bài 4: Biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận và khi $x=6$ thì $y=4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x

b) Biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=10$.

Bài 5: Cho biết đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x theo hệ số k và khi $x=3$ thì $y=5$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k.

b) Viết công thức tính y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=4; x=9$.

Bài 6: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Khi $x=6$ thì $y=4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x

b) Hãy biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=9; x=15$.

Bài 7: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=20$ thì $y=12$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của x khi $y=\frac{-1}{3}$.

Bài 8: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=6$ thì $y=4$

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và biểu diễn x theo y

b) Tính giá trị của y khi $x=12$, $x=-20$.

c) Tính giá trị của x khi $y=\frac{1}{6}$, $y=\frac{-2}{7}$.

Bài 9: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=5$ thì $y=3$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và biểu diễn x theo y

b) Tính giá trị của y khi $x=-15$, $x=10$.

c) Tính giá trị của x khi $y=\frac{1}{8}$, $y=\frac{-3}{4}$.

Bài 10: Cho hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=4$ thì $y=-3$.

a) Tìm hệ số k của y đối với x rồi biểu diễn y theo x và x theo y

b) Tính giá trị của y khi $x=-8$, $x=20$, $x=-0,6$.

c) Tính giá trị của x khi $y=\frac{-1}{9}$, $y=\frac{3}{4}$.

Bài 11: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=3$ thì $y=-2,7$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của y khi $x=-2$ và tính giá trị của x khi $y=\frac{9}{10}$.

Bài 12: Biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau và khi $x=7$ thì $y=5$

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x

b) Viết công thức biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=-3; x=\frac{1}{2}$.

Bài 13: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận và khi $x=3$ thì $y=6$.

a) Viết công thức liên hệ giữa x và y

b) Tính giá trị của y khi $x=-1, x=24, x=\frac{-3}{2}, x=-\frac{7}{6}$.

c) Tính giá trị của x khi $y=4, y=12, y=-26, y=\frac{4}{3}$.

Bài 14: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền số thích hợp vào ô trống :

x	2	5		$-1,5$	
y	6		-8		12

a) y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?

b) x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? Viết công thức ?

c) Điền các số vào ô trống còn lại trong bảng trên.

Bài 15: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền số thích hợp vào ô trống:

x	-3	-1	1	2	5
y				-4	

a) y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?

b) x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? viết công thức ?

Bài 16: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền vào ô trống :

x	-2	-1	1	3	4
y		2			

a) y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?

b) x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? viết công thức ?

Bài 17: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền vào ô trống :

x	0,5	1		3	
y	-2		-8		-16

a) y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?

b) x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? viết công thức ?

Bài 18: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận, điền vào ô trống :

x	-4	-2	-1		1
y	8			1	

a) y tỉ lệ thuận với x theo hệ số nào ? Viết công thức ?

b) x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ? viết công thức ?

Bài 19: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ thuận theo hệ số tỉ lệ -2

a) Hãy biểu diễn y theo x

b) Điền số thích hợp vào ô trống:

x	-4		1		$\frac{-1}{2}$
y		$\frac{3}{2}$		-1	

Bài 20: Các giá trị tương ứng của t và s được cho trong bảng sau :

t	-2	-1	1	2	3
s	90	45	-45	-90	-135
$\frac{s}{t}$					

a) Điền số thích hợp vào ô trống ?

b) Hai đại lượng s và t có tỉ lệ thuận với nhau không ? Nếu có hãy tìm hệ số tỉ lệ ?

Bài 21: Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k, và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ h. Chứng minh rằng z cũng tỉ lệ thuận với x và tìm hệ số tỉ lệ.

Bài 22: Cho biết x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ $0,8$ và y tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ 5. Chứng minh rằng x tỉ lệ thuận với z và tìm hệ số tỉ lệ.

Bài 23: Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ 2 và z tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ $\frac{2}{3}$. Chứng minh rằng y tỷ lệ thuận với z và tìm hệ số tỉ lệ

Bài 24: Biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k, x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ m. Hỏi z có tỉ lệ thuận với y không?

Bài 25: Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ là 7 và x tỉ lệ thuận với z theo hệ số tỉ lệ là $0,3$. Hỏi y và z có tỉ lệ thuận với nhau không ? Nếu có hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

Dạng 2.

Bài 1: Hai bạn Long và Minh làm mứt Dâu từ $3kg$ Dâu, theo công thức cứ $2kg$ dâu cần $3kg$ đường. Vậy Long và Minh cần bao nhiêu đường?

Bài 2: Cho biết 12 lít dầu hỏa nặng $14kg$. Hỏi với $16kg$ dầu hỏa có chứa hết vào can 13 lít không?

Bài 3: Một công nhân làm được 30 sản phẩm trong 45 phút. Hỏi trong 75 phút công nhân đó làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 4: Một công nhân làm được 20 dụng cụ trong 30 phút. Hỏi trong 75 phút người đó làm được bao nhiêu dụng cụ?

Bài 5: Cứ $100kg$ thóc thì cho $60kg$ gạo. Hỏi 3 thùng thóc thì cho bao nhiêu kg gạo, biết rằng mỗi thùng có $150kg$ thóc?

Dạng 3.

Bài 1: ΔABC có số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với 1; 2; 3. Tìm số đo mỗi góc của ΔABC.

Bài 2: Biết các cạnh của 1 tam giác tỉ lệ với 2; 3; 4 và chu vi của nó là $45cm$. Tính các cạnh của tam giác đó?

Bài 3: Tính độ dài các cạnh của ΔABC biết các cạnh tỉ lệ với 4; 5; 6 và chu vi của ΔABC là $30cm$.

Bài 4: Vàng trắng là hợp kim của Vàng, Niken và Platin. Khối lượng của chúng tỉ lệ với 7; 1; 2. Hỏi cần bao nhiêu gam Vàng, Niken và Platin để làm một cái vòng vàng trắng nặng 120 gam.

Bài 5: Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 3; 5; 7. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền lãi nếu tổng số tiền lãi là 450 triệu và được chia theo tỉ lệ trên?

Bài 6: Ba đơn vị kinh doanh góp vốn theo tỉ lệ 2; 3; 4. Hỏi mỗi đơn vị được chia bao nhiêu tiền lãi nếu tổng số tiền lãi là 135 triệu đồng và tiền lãi được chia tỉ lệ thuận với số tiền vốn góp?

Bài 7: Ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ góp tiền nuôi heo đất để giúp các bạn có hoàn cảnh khó khăn. Tỉ lệ góp tiền của ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ lần lượt là 8; 9; 10. Biết số tiền đóng góp của lớp $7C$ nhiều hơn lớp $7A$ là 50000 đồng. Tính số tiền nuôi heo đất mỗi lớp đã góp?

Bài 8: Số học sinh Giỏi, Khá, Trung bình của khối 7 lần lượt tỉ lệ với 2; 3; 5. Tính số học sinh Giỏi, Khá, Trung bình của khối 7 biết tổng số học sinh Khá và Trung bình là 128 em.

Bài 9: Số học sinh bốn khối 6; 7; 8; 9 của một trường THCS tỉ lệ với các số 6; 7; 8; 9. Biết rằng tổng số học sinh của bốn khối là 1050 học sinh. Tính số học sinh của mỗi khối.

Bài 10: Tổng kết năm học người ta thấy số học sinh giỏi của trường phân bố ở các khối lớp 6; 7; 8; 9 tỉ lệ thuận với $1,5$; $1,1$; $1,3$; $1,2$. Tính số học sinh giỏi ở mỗi khối biết rằng khối 8 có nhiều hơn khối 9 là 3 học sinh

Bài 11: Số học sinh Giỏi, Khá, Trung bình của khối lớp 7 lần lượt tỉ lệ với 2; 3; 5. Tính số học sinh Khá, Giỏi, Trung bình. Biết tổng số học sinh Khá và học sinh trung bình hơn số học sinh giỏi là 180 em.

Bài 12: Khối 7 của một trường THCS trong quận có 336 học sinh. Sau khi kiểm tra học kì I, số học sinh xếp thành 3 loại Giỏi, Khá, Trung bình. Biết số học sinh Giỏi, Khá và Trung bình lần lượt tỉ lệ với 4; 5; 7. Tính số học sinh mỗi loại của khối 7.

Bài 13: Bốn lớp $7A$, $7B$, $7C$, $7D$ đi lao động trồng cây. Biết số cây trồng được của 4 lớp $7A$, $7B$, $7C$, $7D$ lần lượt tỉ lệ với 3; 4; 5; 6 và lớp $7A$ trồng ít hơn lớp $7B$ là 5 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp?

Bài 14: Ba lớp $7A$; $7B$, $7C$ đi lao động trồng cây. Biết số cây trồng được của 3 lớp $7A$; $7B$, $7C$ lần lượt tỉ lệ với 3; 4; 5 và tổng số cây của lớp $7A$ và $7C$ là 48 cây. Tính số cây trồng được của mỗi lớp?

Bài 15: Ba lớp $7A$; $7B$, $7C$ đi lao động trồng cây xanh. Biết rằng số cây trồng được của mỗi lớp tỉ lệ với các số 3; 5; 8 và tổng số cây trồng được của mỗi lớp là 256 cây. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây?

Bài 16: Ba lớp $7A$; $7B$, $7C$ tham gia lao động trồng cây. Số cây mỗi lớp trồng được tỉ lệ với 5; 7; 8 và hai lần số cây của lớp $7A$ cộng với số cây của lớp $7B$ thì hơn số cây của lớp $7C$ là 360 cây. Tính số cây mỗi lớp trồng được.

Bài 17: Ba lớp $7A$; $7B$, $7C$ đóng góp cho chương trình " Nụ cười hồng" được 432 cây đèn cầy. Biết rằng số cây đèn cầy của ba lớp $7A$; $7B$, $7C$ đã đóng góp tỉ lệ với 7; 3; 8. Hỏi mỗi lớp đã đóng góp bao nhiêu cây đèn?

Bài 18: Ba lớp $7A$; $7B$, $7C$ hưởng ứng phong trào " Áo trắng tặng bạn". Biết tổng số áo trắng của lớp $7B$ và $7C$ quyên góp nhiều hơn số áo lớp $7A$ quyên góp là 120 áo. Hỏi mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu chiếc áo trắng biết số áo trắng thu được của ba lớp $7A$; $7B$, $7C$ lần lượt tỉ lệ với 3; 2; 5.

Bài 19: Bốn khối lớp 6; 7; 8; 9 của một trường góp lồng đèn cho ngày hội trung thu. Số lồng đèn khối lớp 6; 7; 8; 9 lần lượt tỉ lệ với 6; 8; 5; 7. Biết rằng số lồng đèn khối 7 góp được nhiều hơn số lồng đèn khối lớp 8 là 138 chiếc. Hỏi cả bốn khối đã góp được tất cả bao nhiêu chiếc lồng đèn?

Bài 21: Trong đợt phát động thi đua chào mừng ngày $20-11$. Số hoa điểm tốt của ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ lần lượt tỉ lệ với 8; 9; 7. Tính xem mỗi lớp đạt được bao nhiêu hoa điểm tốt, biết rằng tổng số hoa điểm tốt của hai lớp $7A$ và $7B$ nhiều hơn số hoa điểm tốt của lớp $7C$ là 150 hoa điểm tốt.

Bài 22: Trong đợt thi đua chào mừng ngày $20-11$, số hoa điểm tốt của ba lớp $7A$, $7B$, $7C$ lần lượt tỉ lệ với 15; 17; 16. Tính số hoa điểm tốt của mỗi lớp biết rằng tổng số hoa điểm tốt của lớp $7B$ và $7C$ nhiều hơn số hoa điểm tốt lớp $7A$ là 270 điểm.

Bài 23: Trong một đợt thi đua chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam $20-11$, Số hoa điểm tốt của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt tỉ lệ với các số $12; 10; 9$. Biết rằng tổng số hoa điểm tốt của hai lớp $7B, 7C$ nhiều hơn lớp $7A$ là 140 bông. Hỏi mỗi lớp đạt được bao nhiêu bông hoc điểm tốt?

Bài 24: Ba lớp $7A_1, 7A_2, 7A_3$ của một trường THCS cùng tham gia hưởng ứng tết trồng cây. Số cây ba lớp trồng được lần lượt tỉ lệ với các số $3; 5; 2$. Tính số cây mỗi lớp trồng được? Biết rằng lớp $7A_1$ trồng được ít hơn lớp $7A_2$ là 50 cây.

Bài 25: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ ủng hộ sách cho các bạn học sinh vùng lũ lụt miền Trung. Biết số quyển sách của ba lớp $7A, 7B, 7C$ ủng hộ lần lượt tỉ lệ với $2; 3; 4$ và tổng số sách của ba lớp ủng hộ được là 180 quyển. Hỏi mỗi lớp ủng hộ được bao nhiêu quyển sách?

Bài 26: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ tham gia trồng cây. Biết số cây trồng của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt tỉ lệ với $2; 3; 5$ và số cây lớp $7A$ trồng được ít hơn số cây lớp $7C$ là 6 cây. Tìm số cây mỗi lớp đã trồng?

Bài 27: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ cùng tham gia lao động trồng cây. Biết số cây các lớp $7A, 7B, 7C$ trồng được tỉ lệ với các số $3; 5; 8$ và hai lần số cây lớp $7A$ cộng với 4 lần số cây lớp $7B$ trồng được nhiều hơn số cây lớp $7C$ trồng được là 108 cây. Tính số cây mỗi lớp trồng được.

Bài 28: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ trong đợt thu kế hoạch nhỏ của nhà trường đã thu gom được tổng cộng $525kg$ giấy vụn. Tìm số kg giấy vụn của mỗi lớp, biết rằng số kg giấy vụn của ba lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt tỉ lệ với $7; 6; 8$

Bài 29: Tại ngày hội đọc sách của trường. Ba lớp $7A, 7B, 7C$ chuẩn bị một số sách truyện để giới thiệu, trưng bày. Biết số quyển sách, truyện của ba lớp lần lượt tỉ lệ với $3; 5; 7$. Tính số quyển sách của mỗi lớp biết lớp $7A$ chuẩn bị ít hơn lớp $7C$ là 28 quyển.

Bài 31: Hưởng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của Đội. Ba lớp $7A, 7B, 7C$ thu được số giấy vụn tỉ lệ với $9; 7; 8$. Tổng số giấy vụn thu được của lớp $7A$ và $7B$ hơn lớp $7C$ là $72kg$ giấy vụn. Hãy tính số giấy vụn mỗi chi đội thu được.

Bài 32: Trong hội thi " Văn hay chữ tốt" cả khối có 156 bạn tham gia. Biết rằng số bạn tham gia dự thi của lớp $7A, 7B, 7C, 7D$ lần lượt tỉ lệ với $8; 10; 8; 12$. Em hãy tính số bạn tham gia hội thi của mỗi lớp nói trên.

Bài 33: Tổng số học sinh tham gia câu lạc bộ " Đàn dân tộc" của ba lớp $7A, 7B, 7C$ là 90 học sinh. Biết số học sinh tham gia câu lạc bộ của mỗi lớp $7A, 7B, 7C$ lần lượt tỉ lệ với $16; 15; 14$. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh tham gia câu lạc bộ trên?

Bài 34: Ba bạn Hải, Lâm và Thanh tham gia ủng hộ đồng bào miền trung bị thiệt hại do mưa lũ với tổng số tiền là 650000 đồng. Biết số tiền của Hải, Lâm và Thanh tỉ lệ với $2; 5; 6$. Tính số tiền mỗi bạn tham gia ủng hộ.

Bài 35: Ba xưởng may cùng may một loại áo và dùng hết tất cả 420 mét vải. Số mét vải đã dùng của xưởng I, xưởng II và xưởng III lần lượt tỉ lệ với $16; 24; 20$. Tính số mét vải mà mỗi xưởng đã sử dụng?

Bài 36: Một phòng GD và ĐT đã thành lập 3 tổ công tác Văn, Toán và Anh. Số giáo viên trong 3 tổ lần lượt là $2; 4; 3$. Biết số giáo viên tổ Toán nhiều hơn tổ Anh là 16 người. Tính số giáo viên ở mỗi tổ công tác.

Bài 37: Một xí nghiệp gốm 3 đội sản xuất. Năng suất của 3 đội tỉ lệ nghịch với $2; 3; 4$. Biết rằng tổng sản phẩm trong 1 tuần của cả xí nghiệp là 130000 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi đội làm được trong tuần đó.

Bài 38: Chỉ tiêu đặt ra khi tham gia thi đấu các môn thể thao Seagames 30 của đoàn Việt Nam, Thailand và Philippines về số huy chương vàng tương ứng tỉ lệ với $1; 2; 3$. Trong dự kiến đó thì chủ nhà Philippines sẽ được nhiều hơn Thailand là 60 huy chương vàng. Hỏi đoàn Việt Nam dự kiến đạt bao nhiêu huy chương vàng tại Seagames 30. Và nếu muốn vượt đoàn Thailand thì đoàn Việt Nam cần phấn đấu thêm ít nhất bao nhiêu huy chương vàng so với dự kiến?

Bài 39: Đoàn thể thao Việt Nam tham gia thi đấu 43 môn tại Seagames 30 trong đó có bắn cung, đấu kiếm và vật. Biết rằng số vận động viên tham dự ba môn thi đấu trên tỉ lệ với $4; 6; 3$ và số vận động viên thi đấu vật ít hơn vận động viên thi đấu bắn cung là 4 vận động viên. Tính số vận động viên Việt Nam tham dự bắn cung, đấu kiếm và vật.

Bài 40: Ba công nhân có năng suất lao động tương ứng tỉ lệ với $3; 5; 7$. Tính tổng số tiền ba người được thưởng, nếu biết

a) Tổng số tiền của người thứ nhất và người thứ hai là $5,6$ triệu

b) Số tiền thưởng của người thứ 3 nhiều hơn số tiền thưởng của người thứ nhất là 2 triệu.

Bài 41: Một huyện miền trung có ba kho lương thực A, B, C. Số gạo của các kho A, B, C lần lượt tỉ lệ với $2; 3; 4$. Tìm số gạo của mỗi kho lương thực, biết 3 lần số gạo của kho A lớn hơn số gạo

của kho C là 40 tấn. Hỏi nếu mỗi kho góp 20% số gạo hiện có để làm từ thiện, thì tổng số gạo từ thiện của ba kho góp được là bao nhiêu?

Bài 42: Học sinh khối lớp 7 đã quyên góp được một số sách cho thư viện. Lớp $7A$ có 37 học sinh. Lớp $7B$ có 37 học sinh và lớp $7C$ có 40 học sinh. Lớp $7D$ có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp quyên góp được bao nhiêu quyển sách. Biết số sách quyên góp được tỉ lệ với số học sinh của mỗi lớp và lớp $7C$ góp nhiều hơn $7D$ là 8 quyển?

Bài 43: Học sinh ba lớp 7 cần phải chăm sóc 24 cây xanh. Lớp $7A$ có 24 học sinh, lớp $7B$ có 28 học sinh và lớp $7C$ có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp cần phải chăm sóc bao nhiêu cây xanh biết số cây xanh tỉ lệ thuận với số học sinh.

Bài 44: Học sinh ba lớp $7A, 7B, 7C$ cần phải chăm sóc 24 cây xanh. Lớp $7A$ có 32 học sinh, lớp $7B$ có 28 học sinh, lớp $7C$ có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp cần phải chăm sóc bao nhiêu cây xanh biết số cây tỉ lệ thuận với số học sinh.

Bài 45: Học sinh của ba lớp 7 cần trồng và chăm sóc 27 cây xanh. Lớp $7A$ có 32 học sinh, $7B$ có 36 học sinh và $7C$ có 40 học sinh. Hỏi số cây mỗi lớp phải trồng và chăm sóc. Biết rằng số cây cần chăm sóc tỉ lệ với số học sinh?

Bài 46: Để hưởng ứng phong trào trồng cây bảo vệ môi trường, học sinh ba lớp $7A, 7B, 7C$ đã trồng được 33 cây xanh. Lớp $7A$ có 40 học sinh, lớp $7B$ có 44 học sinh và lớp $7C$ có 48 học sinh. Hỏi mỗi lớp đã trồng được bao nhiêu cây xanh biết rằng số cây xanh tỉ lệ với số học sinh.

Bài 47: Có ba máy bơm nước vào ba bể có thể tích bằng nhau (lúc đầu các bể đều không có nước). Mỗi giờ máy thứ nhất, máy thứ hai và máy thứ ba bơm được lần lượt là $6m^3, 10m^3, 9m^3$. Thời gian bơm đầy bể của máy thứ hai ít hơn máy thứ nhất là 2 giờ. Tính thời gian của từng máy để bơm đầy bể.

Bài 48: Mùa hè năm nay. Bố bạn Minh làm rượu nho từ những trái nho chín và đường. Theo công thức thì cứ $3,75kg$ nho sẽ cần $1,25kg$ đường. Bố bạn Minh bảo Minh đi chợ mua $6kg$ nho và đường. Hỏi Minh cần mua bao nhiêu kg đường để vừa đủ dùng cho việc ngâm rượu nho.

Bài 49: Trong dịp nghỉ hè vừa qua, ba bạn An, Phúc và Thịnh đi câu cá. Bạn An câu được 8 con cá, Phúc câu được 12 con và Thịnh câu được 10 con. Ba bạn mang ra chợ bán và đc tổng là 180000 đồng và quyết định chia tiền theo số cá câu được của mỗi bạn. Hỏi mỗi bạn được bao nhiêu tiền?

Bài 50: Trong quý 3 năm 2019. Tại một siêu thị điện máy, người ta thấy số lượng ti vi bán ra của bốn nhân viên Nam, Khánh, Châu và Dũng như sau: Số lượng Ti vi Dũng bán được gấp 7 lần Nam,

gấp Khánh 5 lần, gấp Châu 4 lần. Tổng cộng 4 người bán được 669 chiếc Ti vi. Hỏi số Ti vi mà Dũng bán được là bao nhiêu?

Bài 51: Ngày tết ông bà mừng tuổi cho hia chị em Mai và Lan 90000 đồng và bảo chia tỉ lệ theo số tuổi. Cho biết Mai 10 tuổi còn Lan 8 tuổi. Hỏi mỗi em được ông bà mừng tuổi bao nhiêu tiền.

Bài 52: Bốn lớp $7A, 7B, 7C, 7D$ trồng được 172 cây xung quanh vườn trường, Tính số cây của mỗi lớp biết rằng số cây lớp $7A$ và $7B$ tỉ lệ với 3 và 4, lớp $7B$ và $7C$ tỉ lệ với 5 và 6 còn $7C$ và $7D$ tỉ lệ với 8 và 9.

Bài 53: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ của 1 trường được chăm sóc diện tích vườn trường là $95m$ vuông, Diện tích nhận chăm sóc tỉ lệ thuận với số học sinh của lớp biết tỉ số học sinh của lớp $7A$; $7B$ là $4; 3$ tỉ số học sinh của lớp $7B$ và $7C$ là $6; 5$. Tính diện tích vương trường mà mỗi lớp chăm sóc.

Bài 54: Một lớp học có 35 học sinh gồm Giỏi, Khá và Trung Bình. Số học sinh Giỏi và Khá tỉ lệ với 2 và 3. Số học sinh Khá và Trung bình tỉ lệ với 4 và 5. Tính số học sinh mỗi loại.

Bài 55: Hưởng ứng phong trào kế hoạch nhỏ của liên đội, ba lớp $7A, 7B, 7C$ thu được tất cả $346kg$ giấy vụn, Biết khối lượng giấy của hai lớp $7A, 7B$ tỉ lệ với 5; 4. Khối lượng giấy của lớp $7B$ bằng $\frac{6}{7}$ khối lượng giấy của lớp $7C$. Hỏi mối lớp thu được bao nhiêu kg giấy vụn.

Bài 56: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ trồng được tất cả 1020 cây xanh. Số cây trồng được của lớp $7B$ bằng $\frac{8}{9}$ số cây lớp $7A$ trồng được. Số cây lớp $7C$ trồng được bằng $\frac{17}{16}$ số cây lớp $7B$ trồng được. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây xanh.

Bài 57: Ba lớp 7 có 153 học sinh, số học sinh lớp $7B$ bằng $\frac{8}{9}$ số học sinh lớp $7A$, số học sinh lớp $7C$ bằng $\frac{17}{16}$ số học sinh lớp $7B$. Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài 58: Ba lớp $7A, 7B, 7C$ trồng được 387 cây. Số cây của lớp $7A$ trồng được bằng $\frac{11}{5}$ số cây của lớp $7B$ trồng được. Số cây của lớp $7B$ trồng được bằng $\frac{35}{17}$ số cây lớp $7C$ trồng được. Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây.

Bài 4. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH.

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm.

Ví dụ 1: Một chiếc xe ô tô đi trên đoạn đường dài $30km$

Khi đó thì hai đại lượng còn lại là vận tốc và thời gian

Như vậy

Ô tô đi với vận tốc $20km/h$ thì thời gian đi là $t=\dfrac{30}{20}=1,5h=1h30$ phút

Ô tô đi với vận tốc $40km/h$ thì thời gian đi là $t=\dfrac{30}{40}=\dfrac{3}{4}h=45$ phút.

Với vận tốc $x\left(km/h\right)$ thì thời gian đi là $t=\dfrac{30}{x}h$

Như vậy trên quãng đường $30km$ thì vận tốc và thời gian liện hệ với nhau bởi công thức $v=\dfrac{30}{t}\left(km/h\right)$. Khi đó quãng đường và thời gian gọi là tỉ lệ nghịch với nhau.

Kết luận:

- ♣ Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y=\dfrac{k}{x}\ \left(k\neq 0\right)$ thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ k
- ♣ Khi ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số k thì ta sẽ có công thức $y=\dfrac{k}{x}$ và ngược lại.
- ♣ Khi đại lượng y tỉ lệ nghịch với đại lượng x thì x cũng tỉ lệ nghịch với y và ta nói hai đại lượng này tỉ lệ nghịch với nhau.
- ♣ Nếu y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số k thì ta có: $y=\dfrac{k}{x}\Rightarrow x=\dfrac{k}{y}$ như vậy thì x tỉ lệ nghịch với y theo hệ số tỉ lệ k.
- ♣ Đại lượng tỉ lệ nghịch đại diện cho việc một đại lượng tăng thì đại lượng kia giảm. Tuy nhiên không phải bất kì hai đại lượng nào có tính chất trên đều là đại lượng tỉ lệ nghịch.

Ví dụ 1: Cho biết x, y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=8$ thì $y=15$

a) Tìm hệ số tỉ lệ và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của y khi $x=6, x=10$.

a) Ta có $x.y=8.15=120$ nên hệ số tỉ lệ k là 120. Nên $x.y=120\Rightarrow y=\dfrac{120}{x}$.

b) Khi $x=6$ thì $y=\dfrac{120}{6}=20$. Khi $x=10$ thì $y=\dfrac{120}{10}=12$.

2) Tính chất.

- ♣ Nếu hai đại lượng x, y tỉ lệ nghịch với nhau thì tích số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi và bằng hệ số tỉ lệ $x_1.y_1=x_2.y_2=x_3.y_3=.....=k$.

Ví dụ 2: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Gọi x_1,x_2 là hai giá trị của x. Gọi y_1,y_2 là hai giá trị tương ứng của y. Biết $x_1=6,x_2=-9,y_1-y_2=10$. Tính y_1,y_2

Vì x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có

$x_1.y_1=x_2.y_2\Rightarrow 6y_1=-9y_2\Rightarrow\dfrac{y_1}{-9}=\dfrac{y_2}{6}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được $\dfrac{y_1}{-9}=\dfrac{y_2}{6}=\dfrac{y_1-y_2}{-9-6}=\dfrac{10}{-15}=\dfrac{-2}{3}$.

Vậy $y_1=-9.\dfrac{-2}{3}=6$ và $y_2=6.\dfrac{-2}{3}=-4$.

Ví dụ 3: Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y. với x_1,x_2 là hai giá trị bất kì của x và y_1,y_2 là hai giá trị tương ứng của y

a) Tính y_1, y_2 biết $2y_1+3y_2=-26, x_1=3, x_2=2$.

b) Tính x_1, y_2, biết $3x_1-2y_2=32, x_2=-4, y_1=-10$.

a) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên $x_1.y_1=x_2.y_2\Rightarrow 3y_1=2y_2\Rightarrow\dfrac{y_1}{2}=\dfrac{y_2}{3}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\dfrac{y_1}{2}=\dfrac{y_2}{3}=\dfrac{2y_1+3y_2}{4+9}=\dfrac{-26}{13}=-2$

Vậy $y_1=2.\left(-2\right)=-4$ và $y_2=3.\left(-2\right)=-6$.

b) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận nên

$x_1.y_1=x_2.y_2\Rightarrow x_1\left(-10\right)=\left(-4\right)y_2\Rightarrow\dfrac{x_1}{-4}=\dfrac{y_2}{-10}\Rightarrow\dfrac{x_1}{4}=\dfrac{y_2}{10}$.

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có $\dfrac{x_1}{4}=\dfrac{y_2}{10}=\dfrac{3x_1-2y_2}{12-20}=\dfrac{32}{-8}=-4$

Vậy $x_1=4.\left(-4\right)=-16$ và $y=10.\left(-4\right)=-40$.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và khi $x=7$ thì $y=10$

a) Tìm hệ số tỉ lệ nghịch của y đối với x và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của y khi $x=5, x=14$

Bài 2: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và khi $x=2$ thì $y=-15$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x và hãy biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của x khi $y=-10$.

Bài 3: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=-5$ thì $y=-12$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ và biểu diễn y theo x

b) Tính giá trị của y khi $x=-10$ và giá trị của x khi $y=-15$.

Bài 4: Biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch và khi $x=8$ thì $y=15$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ.

b) Hãy biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=10$.

Bài 5: Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi $x=8$ thì $y=5$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ.

b) Biểu diễn y theo x

c) Tìm giá trị của y khi $x=10$.

d) Tìm giá trị của x khi $y=2$.

Bài 6: Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và khi $x=3$ thì $y=\frac{1}{6}$.

a) Tìm tỉ lệ k của y đối với x

b) Biểu diễn x theo y.

c) Tính x khi $y=1, y=2, y=5$.

Bài 7: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và khi $x=-3$ thì $y=9$

a) Tìm hệ số tỉ lệ của y đối với x

b) Biểu diễn y theo x

c) Tính giá trị của y khi $x=3, x=-\frac{1}{3}$

Bài 8: Cho x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào bảng sau:

x	-2	10		15	
y	-15		-3		5

Bài 9: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, điền số thích hợp vào ô trống

x	0,5	$-1,2$			4
y			3	-2	1,5

Bài 10: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, điền số thích hợp vào ô trống

x	1	2,5			8
y		-4	$-2,5$	-2	

Bài 11: Cho biết x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch, điền số thích hợp vào ô trống

x	-3		4	9	
y		-45		10	6

Bài 12: Cho ba đại lượng x, y, z hãy cho biết mối liên hệ giữa hai đại lượng x và z biết:

a) x và y tỉ lệ nghịch, y và z cũng tỉ lệ nghịch.

b) x và y tỉ lệ nghịch , y và z tỉ lệ thuận.

c) x và y tỉ lệ thận, y và z thỉ lệ nghịch.

Bài 13: Cho biết y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ k, và x tỉ lệ nghịch với z theo hệ số h, Hỏi?

a) x có tỉ lệ nghịch với y không? Nếu có hệ số tỉ lệ là bao nhiêu?

b) y tỉ lệ nghịch hay thuân với z? Nếu có hãy cho biết hệ số tỉ lệ?

Bài 14: Cho ba đại lượng x, y, z

a) Biết đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x. Khi $x=4$ thì $y=8$. Hãy biểu diễn y theo x

b) Biết z tỉ lệ nghịch với đại lượng y. Khi $y=2$ thì $z=3$. Hãy biểu diễn z theo y.

c) Chứng tỏ rằng z tỉ lệ nghịch với x và biểu diễn z theo x

Bài 15: Biết y tỉ lệ thuận với x hệ số tỉ lệ là 3, x tỉ lệ nghịch với z hệ số tỉ lệ là 15.

Hỏi y tỉ lệ thuận hay nghịch với z? Hệ số tỉ lệ ?

Bài 16: Biết y tỉ lệ nghịch với x, hệ số tỉ lệ là a, x tỉ lệ nghịch với z hệ số tỉ lệ là b.

Hỏi y tỉ lệ thuận hay nghịch với z? Hệ số tỉ lệ?

Dạng 2.

Bài 1: Cho biết 35 công nhân xây 1 ngôi nhà hết 168 ngày. Hỏi 28 công nhân xây ngôi nhà đó hết bao lâu?

Bài 2: Biết rằng 56 công nhân hoàn thành một công việc trong 21 ngày. Hỏi phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để hoàn thành công việc đó trong 14 ngày? Biết năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau.

Bài 3: Cho biết 48 công nhân hoàn thành 1 công việc trong 21 ngày. Hỏi phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để hoàn thành công việc đó trong 14 ngày *(Giả sử năng suất làm việc của mỗi người là như nhau).*

Bài 4: Cho biết 16 công nhân hoàn thành một công việc trong 36 ngày. Hỏi cần phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để có thể hoàn thành công việc đó trong 12 ngày.

Bài 5: 48 công nhân dự định hoàn thành công việc trong 12 ngày. Sau đó vì một số công nhân phải điều động đi làm việc khác, số công nhân còn lại phải hoàn thành công việc trong 36 ngày. Tính số công nhân bị điều đi?

Bài 6: Để làm 1 công việc trong $8h$ cần 30 công nhân, nếu công nhân tăng thêm 10 người thì thời gian hoàn thành công việc giảm đi mấy giờ ?

Bài 7: Cho biết 16 công nhân hoàn thành một công việc trong 36 ngày. Hỏi cần phải tăng thêm bao nhiêu công nhân nữa để có thể hoàn thành công việc đó trong 12 ngày? *(Năng suất của các công nhân là như nhau)*

Bài 8: Cho biết 36 công nhân đắp một đoạn đê hết 12 ngày. Hỏi cần bao nhiêu công nhân để đáp xong đoạn đê đó trong 8 ngày.

Bài 9: Có 20 công nhân năng suất làm việc như nhau đóng mới một chiếc tàu thì hoàn thành trong 60 ngày. Hỏi nếu chỉ còn 12 người thợ tham gia thì sẽ hoàn thành trong bao nhiêu ngày.

Bài 10: Một đội 15 công nhân dự định ráp xong một xưởng máy trong 20 ngày, mỗi ngày làm việc $8h$. Nếu thêm 5 người nữa mà cả đội mỗi ngày làm việc $10h$ thì ráp xong xưởng máy đó trong bao nhiêu ngày *(Năng suất mỗi người như nhau)*

Bài 11: Để hoàn thành công việc trong 20 ngày thì cần 36 người. Nếu hoàn thành công việc sớm hơn 8 ngày thì cần điều động thêm bao nhiêu người *(Biết năng suất làm việc của mỗi người là như nhau)*

Bài 12: Cho biết 36 học sinh trong hội đồng của trường hoàn thành dự án trang trí Lều Sách trong 12 ngày. Hỏi cần bao nhiêu học sinh tham gia để có thể hoàn thành dự án đó trong 8 ngày.

Bài 13: Cho biết 8 người làm cỏ một cánh đồng hết $5h$. Hỏi nếu tăng thêm 2 người *(có cùng năng suất)* thì làm cỏ cánh đồng đó trong bao lâu?

Bài 14: Cho biết 5 người làm cỏ một cánh đồng hết $12h$. Hỏi 15 người làm cỏ cánh đồng đó hết bao nhiêu giờ.

Bài 15: Cho biết 3 máy cày cày xong 1 cánh đồng hết $30h$. Hỏi 5 máy cày như vậy cày xong cánh đồng đó hết bao nhiêu giờ?

Bài 16: Cho biết 7 máy cày xong một cánh đồng hết $20h$. Hỏi 10 máy cày như thế *(cùng năng suất)* cày xong cánh đồng hết bao nhiêu giờ?

Bài 17: Cho biết 3 người làm cỏ một cánh đồng hết $6h$. Hỏi 12 người như vậy làm cỏ cánh đồng đó hết bao nhiêu thời gian?

Bài 18: Cho biết 5 người làm cỏ 1 cánh đồng hết $8h$. Hỏi 8 người như vậy làm cỏ cánh đồng hết bao nhiêu thời gian?

Bài 19: Cho biết 10 người có cùng năng suất làm việc thì sẽ xây xong ngôi nhà trong 60 ngày. Hỏi 15 người có cùng năng suất làm việc như vậy sẽ xây xong ngôi nhà trong ba nhiêu ngày?

Bài 20: Có 5 người cùng làm một công việc thì hoàn thành trong 6 ngày. Hỏi nếu có 15 người như vậy thì hoàn thành công việc trong mấy ngày?

Bài 21: Một đội công nhân chở vật liệu xây dựng để xây trường, nếu mỗi chuyến xe chở $2,8$ tấn thì phải đi 20 chuyến xe. Nếu mỗi chuyến chở 4 tấn thì cần bao nhiêu xe.

Bài 22: Để đặt 1 quãng đường sắt phải dùng 480 thanh ray dài $8m$, nếu thay những thanh ray này bằng các thanh dài $12m$ thì cần bao nhiêu thanh ray

Bài 23: Học sinh lớp $7A$ chở vật liệu để xây trường nếu mỗi chuyến xe bò chở $4,5$ tạ thì phải chở 20 chuyến, nếu mỗi chuyến chở 6 tạ thì phải chở bao nhiêu chuyến

Bài 24: Một công việc dự định giao cho 3 người làm trong 12 ngày nhưng cuối cùng chỉ có 2 người làm, vì vậy hộ phải làm thêm mỗi ngày 1 giờ và hoàn thành công việc trong 16 ngày. Biết rằng năng suất lao động của họ là như nhau. Hỏi họ phải làm mỗi ngày mấy giờ.

Bài 25: Một xí nghiệp dự định giao cho nhóm 48 công nhân thực hiện một dự án trong 12 ngày, tuy nhiên khi bắt đầu công việc thì một số công nhân bị điều động đi làm việc khác, do đó thời gian thực tế của nhóm công nhân tăng thêm 6 ngày. Hỏi số công nhân bị điều đồng đi là bao nhiêu? *(Giả sử năng suất các công nhân là như nhau)*

Bài 26: Nhà bạn Bình dự định xây nhà bếp, biết nếu thuê 6 công nhân thì xây xong nhà bếp đó trong 30 ngày. Hỏi muốn xây xong nhà bếp đó trong 20 ngày để kịp đón Tết Nguyên Đán thì nhà Bình cần thuê thêm bao nhiêu công nhân nữa so với dự định? *(Năng suất các công nhân như nhau)*

Bài 27: Một đội thợ xây gồm 20 người, theo kế hoạch hoàn thành dự án sửa chữa trường học trong 30 ngày. Nhưng để chuẩn bị cho năm học mới nên trường cần hoàn thành việc xây trong 24 ngày. Hỏi đội thợ xây cần tăng cường thêm bao nhiêu người nữa?

Bài 28: Một cơ sở gia công phù hiệu cho trường học dự định vận hành 6 máy theo trong 12 giờ để hoàn thành tất cả số phù hiệu được giao. Tuy nhiên, khách hàng muốn lấy hàng trong 8 giờ. Hỏi cơ sở đó cần cho vận hành thêm bao nhiêu máy nữa để kịp giap hàng? Biết rằng năng suất các máy là như nhau?

Bài 29: Với cùng một số tiền để mua $225m$ vải loại 1 có thể mua được bao nhiêu mét vải loại 2, biết rằng giá tiền vải loại 2 chỉ bằng 75% giá tiền vải loại 1.

Tỉ lệ giá tiền vải loại 2 so với vải loại 1 là $75\% = \dfrac{75}{100} = \dfrac{3}{4}$.

Với số tiền không đổi thì số mét vải mua được và giá vải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch

Gọi số mét vải loại 2 mua được là x, theo tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch, ta có

$$\frac{225}{x} = \frac{75}{100} \Rightarrow x = \frac{225.100}{75} = 300$$

Số mét vải loại 2 mua được là $300m$.

Bài 30: Với cùng 1 số tiền mua $51m$ vải loại 1 có thể mua được bao nhiêu mét vải loại 2, Biết rằng giá tiền $1m$ vải loại 1 chỉ bằng 85% giá tiền $1m$ vải loại 2.

Bài 31: Với số tiền để mua $135m$ vải loại 1 có thể mua được bao nhiêu mét vải loại 2 biết giá tiền $1m$ vải loại 1 chỉ bằng 90% giá tiền loại 2.

Bài 32: Với số tiền để mua $150m$ vải loại 1 có thể mua được bao nhiêu mét vải loại 2, Biết giá tiền vải loại 2 chỉ bằng 90% giá tiền loại 1.

Bài 33: Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Các đội $1, 2, 3$ hoàn thành công việc trong $4, 6, 8$ ngày. Tính số máy mỗi đội biết rằng đội 1 có nhiều hơn đội 2 là 2 máy.

Bài 34: Bốn đội máy cày có 36 máy làm việc trên 4 cánh đồng có diện tích bằng nhau, đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày, đội thứ 3 trong 10 ngày và đội thứ 4 trong 12 ngày. Hỏi mỗi đội có mấy máy cày?

Bài 35: Ba đội máy cày làm việc trên ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội thứ nhất cày xong trong 6 ngày. Đội thứ hai cày xong trong 8 ngày và Đội thứ ba cày xong trong 4 ngày. Tính số máy cày mỗi đội biết rằng đội thứ ba có nhiều hơn đội thứ nhất là 2 máy. *(Năng suất các máy như nhau).*

Bài 36: Ba đội máy cày cùng cày trên ba cánh đồng như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 3 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 5 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 9 ngày. Biết rằng mỗi máy cày đều có năng suất như nhau và tổng số máy cày của ba đội là 87 máy. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày?

Bài 37: Ba đội máy cày làm việc trên ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 12 ngày, đội thứ hai hoàn thành trong 9 ngày, đội thứ ba hoàn thành trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày. Biết đội thứ nhất ít hơn đội thứ ha là 2 máy và năng suất các máy là như nhau.

Bài 38: Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau, đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày và đội thứ ba trong 8 ngày, Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy, biết rằng đội thứ nhất nhiều hơn đội thứ hai là 2 máy

Bài 39: Ba đội có 29 máy cày *(có cùng năng suất)* làm việc trên ba cánh đồng có cùng diện tích như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai hoàn thành cồng việc trong 7 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày ?

Bài 40: Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng có cùng diện tích đội thứ nhất cày xong trong 3 ngày, đội thứ hai trong 5 ngày, đội thứ ba trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày biết rằng đội hai có nhiều hơn đội ba là 1 máy

Bài 41: Ba đội máy cày, cày trên 3 cánh đồng có diện tích như nhau. Đội 1 hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội 2 hoàn thành công việc 6 ngày. Hỏi đội 3 hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày, biết rằng tổng số máy cày của đội 1 và đội 2 gấp 5 lần số máy cày của đội 3 và năng suất của các máy là như nhau?

Bài 42: Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 3 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc tròn 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy *(có cùng năng suất)* biết đội thứ nhất nhiều hơn đội thứ hai là 2 ngày.

Bài 43: Ba đội máy cày có 33 máy cùng cày ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội thứ nhất cày xong trong 2 ngày, đội thứ hai cày xong trong 4 ngày, đội thứ ba cày xong trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy?

Bài 44: Ba đội máy cày cày trên ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội một hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội hai hoàn thành công việc trong 6 ngày, đội ba hoàn thành công việc trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày, biết đội một nhiều hơn đội hai là 6 máy và các máy có cùng năng suất.

Bài 45: Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng có cùng diện tích, đội thứ nhất cày xong trong 2 ngày, đội thứ hai cày xong trong 4 ngày và đội thứ ba cày xong trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy biết rằng cả ba đội có tất cả 33 máy?

Bài 46: Ba đội san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội một làm trong 4 ngày, đội hai làm trong 6 ngày. Đội ba làm trong 8 ngày. Mỗi đội có bao nhiêu máy biết đội 2 ít hơn đội một là 2 máy

Bài 47: Ba đội máy cày cùng làm việc trên ba cánh đồng có diện tích bằng nhau. Đội một hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội hai hoàn thành công việc trong 6 ngày, đội ba hoàn thành công việc trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày. Biết đội một nhiều hơn đội hai là 6 máy và năng suất các máy như nhau.

Bài 48: Ba đội máy san đất cùng làm khối lượng công việc nhue nhau. Để hoàn thành công việc đội một cần làm việc trong 12 ngày, đội hai cần 15 ngày, đội ba cần 18 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy cày. Biết rằng đội một có nhiều hơn đội ba là 15 máy.

Bài 49: Ba đội máy ủn đất được giao hoàn thành ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất cần 10 giờ để hoàn thành xong, đội thứ hai cần 8 giờ và đội thứ ba cần 12 giờ. Biết rằng năng suất các máy là như nhau và đội thứ hai có nhiều hơn đội thứ nhất là 3 máy. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy?

Bài 50: Bốn đội máy san đất làm bốn khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày, đội thứ ba trong 10 ngày và đội thứ tư trong 12 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy *(có cùng năng suất).* Biết rằng cả bốn đội có 72 máy?

Bài 51: Ba đội máy xúc cùng làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 2 ngày, đội thứ hai hoàn thành công việc trong 3 ngày và đội thứ ba hoàn thành công việc trong 4 ngày. Hỏi số máy cày của mỗi đội biết rằng tổng số máy của đội hai và đội ba là 14 máy và năng suất các máy là như nhau.

Bài 52: Ba phân xưởng cùng được giao sản xuất số lượng sản phẩm bằng nhau. Phân xưởng một hoàn thành công việc trong 6 ngày, phân xưởng hai hoàn thành công việc trong 9 ngày, phân xưởng ba hoàn thành công việc trong 12 ngày. Hỏi mỗi phân xưởng có bao nhiêu công nhân, biết cả ba phân xưởng có tổng số 65 công nhân và năng suất làm việc của các công nhân là như nhau.

Bài 53: Ba đội công nhân tham gia làm đường và phải làm ba khối lượng công việc như nhau. Để hoàn thành công việc, đội một cần 4 ngày, đội hai cần 6 ngày và đội ba cần 8 ngày. Tính số công nhân của mỗi đội, biết rằng đội một có nhiều hơn đội hai là 4 người *(Năng suất mỗi người như nhau).*

Bài 54: Ba tổ sản xuất cùng làm một số sản phẩm như nhau. Tổ một làm trong 3 giờ, tổ hai làm trong 4 giờ, tổ ba làm trong 6 giờ thì hoàn thành công việc. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu người? Biết tổ một nhiều hơn tổ ba là 10 người và năng suất lao động của mỗi người là như nhau.

Bài 55: Ba tổ sản suất cùng một số sản phẩm như nhau. Tổ một làm trong 2 giờ, tổ hai làm trong 3 giờ, tổ ba làm trong 5 giờ thì hoàn thành công việc. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu người. Biết tổ ba ít hơn tổ hai là 8 người và năng suất lao động của mỗi người là như nhau.

Bài 56: Ba đội công nhân có 52 người tất cả, để làm cùng một công việc đội một cần 2 ngày, đội hai cần 3 ngày và đội ba cần 4 ngày. Tính số người của mỗi đội ?

Bài 57: Ba đội công nhân làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày. Hỏi đội thứ ba hoàn thành công việc trong bao nhiêu ngày? Biết rằng tổng số người của đội một và đội hai gấp 5 lần số người đội ba.

Bài 58: Ba đội công nhân cùng làm một khối lượng công việc. Để hoàn thành công việc đó, đội thứ nhất làm trong 3 ngày, đội thứ hai làm trong 4 ngày, đội thứ ba làm trong 6 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu người. Biết rằng đội thứ nhất hơn đội thứ ba là 12 người.

Bài 59: Bốn đội công nhân có 154 người cùng làm một công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành trong 4 ngày, đội thứ hai hoàn thành trong 6 ngày, đội thứ ba hoàn thành công việc trong 8 ngày, đội còn lại hoàn thành trong 10 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu người?

Bài 60: Ba tổ sản xuất làm một số sản phẩm như nhau. Tổ một làm trong 12 giờ, tổ hai làm trong 10 giờ và tổ ba làm trong 8 giờ thì hoàn thành công việc. Hỏi mỗi tổ có bao nhiêu người biết tổng số người cả ba tổ là 37 và năng suất lao động của mọi người là như nhau.

Bài 61: Ba tổ A, B, C cùng sản xuất một loại sản phẩm. Tổ A hoàn thành 1 sản phẩm hết 2 giờ, tổ B hoàn thành 1 sản phẩm hết 3 giờ, tổ C hoàn thành 1 sản phẩm hết 4 giờ. Trong cùng một thời gian như nhau, tổng số sản phẩm mà tổ A và tổ C làm được nhiều hơn số sản phẩm tổ B làm được là 30 sản phẩm. Tính sản phẩm mỗi tổ làm được trong số thời gian đó.

Bài 62: Ba công nhân phải sản xuất số sản phẩm như nhau, công nhân thứ nhất, hai, ba hoàn thành công việc với thời gian lần lượt là $9h; 6h; 7,5h$. Hỏi trong $1h$ mỗi công nhân sản suất được bao nhiêu sản phẩm. Biết trong $1h$ công nhân thứ hai sản xuất nhiều hơn công nhân thứ nhất là 3 sản phẩm

Bài 63: Hai lớp $7A$ và $7B$ đi lao động và được phân công công việc như nhau. Lớp $7A$ hoàn thành công việc trong 4 giờ, lớp $7B$ hoàn thành công việc trong 5 giờ. Tính số học sinh của mỗi lớp. biết rằng hai lớp có tổng số 63 học sinh *(Giả sử năng suất làm việc của mỗi học sinh là như nhau)*

Bài 64: Ba lớp $7A; 7B; 7C$ có tất cả 130 học sinh tham gia trồng cây. Mỗi học sinh lớp $7A$ trồng được 2 cây, mỗi học sinh lớp $7B$ trồng được 3 cây và mỗi học sinh lớp $7C$ trồng được 4 cây. Hỏi số học sinh của mỗi lớp? Biết số cây trồng được của ba lớp bằng nhau.

Bài 65: Ba nhóm học sinh có 39 em. Mỗi nhóm phải trồng một số cây như nhau. Nhóm một trồng trong 2 ngày, nhóm hai trồng trong 3 ngày, nhóm ba trồng trong 4 ngày. Hỏi mỗi nhóm có bao nhiêu học sinh, biết mỗi học sinh trồng được số cây bằng nhau.

Bài 66: Một cuốn sách gồm 555 trang được giao cho ba người đánh máy. Để đánh máy một trang người thứ nhất cần 5 phút, người thứ hai cần 4 phút, người thứ ba cần 6 phút. Hỏi mỗi người đánh máy được bao nhiêu trang biết rằng cả ba người cùng làm từ lúc đầu cho đến khi xong.

Bài 67: Trong một xưởng cơ khí, để làm xong một dụng cụ, người thợ thứ nhất cần 5 phút, người thợ thứ hai cần 7 phút còn người thợ thứ ba cần 10 phút. Nếu trong cùng một thời gian như nhau cả ba cùng làm việc thì làm được tất cả 93 dụng cụ. Tính số dụng cụ mà mỗi người đã làm được.

Bài 68: Ba đội cùng chuyển một khối lượng gạch như nhau. Thời gian để đội thứ nhất, thứ hai, thứ ba làm xong công việc lần lượt là $2h; 3h; 4h$. Tính số người tham gia làm việc của mội đội biết rằng số người của đội thứ ba ít hơn số người của đội thứ hai là 5 người.

Bài 69: Để phục vụ cho việc in tài liệu học tập môn Toán cho học sinh khối 7. Ba xưởng in dành tổng cộng là 12 máy in *(cùng năng suất)* và mỗi xưởng được giao in số lượng sách như nhau. Xưởng thứ nhất in xong trong 4 ngày, xưởng thứ hai in xong trong 6 ngày, xưởng thứ ba in xong trong 12 ngày. Hỏi mỗi xưởng có bao nhiêu máy in để phục vụ công tác này.

Bài 70: Để phục vụ cho việc in tài liệu ôn thi học kì I cho toàn trường, ba xưởng in tổng cộng có 24 máy in *(có cùng năng suất)* và mỗi xưởng được giao in số lượng sách như nhau. Xưởng thứ nhất in trong 4 ngày, xưởng thứ hai in xong trong 6 ngày và xưởng thứ ba in xong trong 12 ngày. Hỏi mỗi xưởng có bao nhiêu máy in?

Bài 71: Hai ô tô cùng khởi hành 1 lúc từ A đến B với vận tốc theo thứ tự là $45km/h$ và $60km/h$. Biết ô tô thứ hai đến trước ô tô thứ nhất là 40 phút. Tính quãng đường AB.

Bài 72: Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc là $40km/h$ vận tốc lúc về là $45km/h$, thời gian ô tô đi và về là $8h30$ phút. Tính quãng đường AB.

Bài 73: Bạn tâm đi từ nhà đếm trường mất 15 phút và từ trường về nhà mất 20 phút. Biết vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là $20m/$ phút. Tính chiều dài quãng đường từ nhà đến trường?

Bài 74: Hai ô tô khởi hành từ A đến B, vận tốc của ô tô thứ nhất là $50km/h$, còn ô tô thứ hai là $60km/h$. Biết ô tô thứ nhất đến B sau ô tô thứ hai là 36 phút. Tính quãng đường AB.

Bài 75: Hai xe máy cùng đi từ A đến B, một xe đi hết 1 giờ 20 phút, xe kia đi hết 1 giờ 30 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi xe. Biết rằng trung bình 1 phút xe thứ nhất đi hơn xe thứ hai là $100m$.

Bài 76: Hai máy bay cùng bay từ A đến B. Máy bay thứ nhất bay hết 2 giờ 30 phút. Máy bay hai bay hết 2 giờ 20 phút. Tính vận tốc trung bình của mõi máy bay biết rằng cứ 1 phút thì máy bay này bay nhanh hơn máy bay kia là $1km$.

Bài 77: Ba ô tô cùng đi từ A đến B, vận tốc ô tô thứ nhất kém vận tốc ô tô thứ hai là $3km/h$, Thời gian ô tô thứ nhất, hai, ba đi hết AB lần lượt là : 40 phút, $\frac{5}{8}$ giờ, $\frac{5}{9}$ giờ. Tính vận tốc của mỗi ô tô.

Bài 78: Lúc 8 giờ một người đi xe đạp từ A về B với vận tốc $12km/h$, lúc 8 giờ 30 phút người thứ hai đi từ A đến B với vận tốc $20km/h$. Xác định thời điểm giặp nhau của hai người và khoảng cách từ A đến chỗ giặp nhau.

Bài 79: Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B mất 2 giờ, đi ngược dòng từ B đến A mất $2,5$ giờ. Biết vận tốc dòng nước là $2km/h$. Tính vận tốc ca nô khi xuôi dòng và chiều dài khúc sông AB.

Bài 80: Hai ô tô cùng đi từ A đến B. Vận tốc của xe thứ nhất là $60km/h$ và vận tốc của xe thứ hai là $40km/h$. Biết thời gian đi của xe thứ nhất ít hơn của xe thứ hai là 30 phút. Tính quãng đường AB.

Bài 81: Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc $40km/h$ hết 4 giờ 30 phút. Hỏi ô tô chạy từ B đến A với vận tốc $50km/h$ thì mất bao lâu?

Bài 82: Một xe máy đi từ A đến B gồm ba đoạn đường bằng nhau với vận tốc trên mỗi đoạn lần lượt là $50km/h; 40km/h; 30km/h$. Thời gian đi từ A đến B hết 15 giờ 40 phút. Tính thời gian xe đi trên mỗi đoạn đường và từ đó tính quãng đường AB.

Bài 83: Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc $45km/h$, hết 3 giờ 15 phút. Hỏi chiếc ô tô đó chạy từ A đến B với vận tốc $65km/h$ mất bao nhiêu thời gian?

Bài 84: Một xe máy đi từ TP. Hồ Chí Minh đi Vũng Tàu hết 3 giờ 6 phút. Khi từ Vũng Tàu về TP. Hồ Chí Minh, người đó tăng vận tốc lên thêm $8km/h$ nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 31 phút. Tính quãng đường TP. Hồ Chí Minh – Vũng Tàu.

Bài 85: Bạn Hòa đặt xe Grap đi từ nhà đến trường với vận tốc $40km/h$ hết 15 phút. Hỏi lúc về Hòa đi xe đạp với bạn Bình cũng theo con đường ấy với vận tốc $30km/h$ thì hết bao nhiêu phút?

Bài 86: Khi đi từ nhà đến trường, ban An đặt xe Grab đi với vận tốc $40km/h$. Lúc về bạn An đi xe đạp điện cùng với bạn Bình cũng theo con đường ấy với vận tốc $25km/h$. Hỏi lúc về bạn An đi mất bao nhiêu thời gian biết thời gian lúc về nhiều hơn thời gian lúc đi là 12 phút.

Bài 87: Chu vi hình chữ nhật là $64m$. Biết tỉ số chiều rộng và chiều dài là $\frac{3}{5}$. Tính diện tích hình chữ nhật đó.

Bài 88: Ba thửa ruộng HCN có diện tích bằng nhau, chiều rộng của các thửa ruộng lần lượt là $22,5m;\ 20m;\ 18m$. Biết chiều dài thửa ruộng thứ nhất kém chiều dài thửa ruộng thứ hai là $5m$. Tính chu vi của mỗi thửa ruộng đó

Bài 89: Một đám đất hình tam giác vuông có chu vi $240m$ và có hai cạnh góc vuông dài $80m$ và $60m.$. Em hãy tính chiều cao hạ từ đỉnh của góc vuông xuống cạnh còn lại.

Bài 90: Có ba khu đất hình chữ nhật A, B, C. Diện tích khu đất A và B tỉ lệ với 5 và 6, còn diện tích khu đất B và C tỉ lệ với 11 và 9. Khu đất A và B có cùng chiều dài và tổng các chiều rộng của chúng là $33m.$. Khu B và khu C có cùng chiều rộng và chiều dài của khu đất C là $36m$.

a) Tính chiều rộng của khu A và khu B.

b) Hãy tính diện tích của mỗi khu đất.

Bài 91: Ông Bình có một miếng đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng là $20m.$. Chiều dài và chiều rộng tỉ lệ với 9 và 5.

a) Tính chu vi hình chữ nhật.

b) Ông tính làm hàng rào xung quanh miếng đất bằng ba hàng kẽm gai với giá 5500 đồng/ mét. Hỏi ông Bình tốn hết bao nhiêu tiền, biết tiền công và chi phí cọc là 2500000 đồng.

Bài 92: Có ba mảnh đất hình chữ nhật A, B, C. Diện tích của mảnh đất A và B tỉ lệ với 4 và 5. Diện tích mảnh đất B và C tỉ lệ với 7 và 8. Mảnh A và B có cùng chiều dài và tổng chiều rộng của chúng là $27m$. mảnh B và C có cùng chiều rộng, chiều dài của mảnh đất C là $24m$. Tính diện tích của mỗi mảnh đất đó.

Bài 93: Ông Nam chia một khu đất thành 3 mảnh đất hình chữ nhật có diện tích bằng nhau cho ba người con trai. Biết rằng chiều rộng các mảnh đất lần lượt là $6m;\ 8m;\ 10m$. Tổng chiều dài các mảnh đất là $47m.$. Tính diện tích khu đất đó.

Bài 94: Sàn nhà của bác An là hình chữ nhật có độ dài cạnh tỉ lệ với $3;\ 4$ và chu vi là $28m$.

a) Tìm chiều dài hai cạnh của sàn nhà bác An.

b) Bác An dự định mua gạch men để lát lại sàn nhà. Cửa hàng báo giá mỗi mét vuông là 300000 đồng. Em hãy giúp bác tính xem số tiền phải trả để mua gạch men là bao nhiêu?

Bài 95: Một thầy giáo thể dục mang một số tiền dự định đi mua 4 quả bóng đá về cho học sinh luyện tập. Do có đợt giảm giá nên với cùng số tiền đó thầy đã mua được 5 quả với giá đã giảm là 80000 đồng một quả. Tính giá tiền ban đầu khi chưa giảm của một quả bóng?

Bài 96: Anh Bình cần mua $120m$ dây thép loại lớn về làm giàn trồng cây. Người bán hàng cho biết $20m$ dây thép loại lớn nặng khoảng $3kg$. Vậy anh Bình cần mua khoảng bao nhiêu kg dây thép loại này?

Bài 98: Bạn Nam đi mua vở và nhầm tính với số tiền hiện có thì chỉ mua được 10 quyển vở loại một hoặc 12 quyển vở loại hai hoặc 15 quyển vở loại ba. Biết rằng tổng giá trị tiền 1 quyển vở loại một và 2 quyển vở loại ba nhiều hơn giá tiền 2 quyển vở lại hai là 2000 đồng. Tính giá tiền mỗi quyển vở mỗi loại.

Bài 99: Một máy cày có đường kính của bánh xe trước là $0,8m$ và đường kính của bánh xe sau là $1,2m$. Trên đường từ nhà ra ruộng bánh xa sau quay 600 vòng. Hỏi bánh xa trước quay bao nhiêu vòng ?

Bài 100: Hai bánh xe nối với nhau bởi 1 dây tời, bánh xe lớn có bán kính $25cm$, bánh xe nhỏ có bán kính $10cm$. Một phút bánh xe lớn quay được 60 vòng. Hỏi 1 phút bánh xe nhỏ quay được bao nhiêu vòng ?

Bài 101: Hai bánh xe nối với nhau bởi 1 dây tời, bánh xe lớn có bán kính $15cm$, bánh xe nhỏ có bán kính $10cm$. Bánh xe lớn quay được 30 vòng trên 1 phút. Hỏi bánh xe nhỏ quay được bao nhiêu vòng trong 1 phút

Bài 102: Một bánh xe răng cưa có 24 răng, quay được 80 vòng trong 1 phút, nó khớp với 1 bánh xe răng cưa khác có x răng. Giả sử bánh xe răng cưa thứ hai quay được y vòng trong 1 phút, hãy biểu diễn y theo x.

Bài 103: Một bánh răng cưa có 20 răng, quay 1 phút được 60 vòng. Nó khớp với 1 bánh răng cưa khác, có x răng, giả sử bánh răng cưa thứ hai quay 1 phút được y vòng, hãy biểu diễn y theo x.

CHƯƠNG VII. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

Bài 1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Biểu thức đại số.

Ví dụ 1: Với các biểu thức

a) $2^2-50.\left[4-(5-3)^2\right]$ b) $(x-3):2+7^2$ c) $\dfrac{x}{2.y^2+3}$

- ♣ Các biểu thức trên đều được gọi là các biểu thức
- ♣ Biểu thức câu a không có chữ nên gọi là biểu thức số.
- ♣ Biểu thức câu b và c có các chữ x và y, khi đó x, y gọi là các biến số và đại diện cho một số nào đó.
- ♣ Để đơn giản khi viết biểu thức đại số thì phép nhân của một số với chữ có thể viết tắt như sau:

$2.x=2x$ hoặc $a.b.c=abc$ hoặc $x.(2+y)=x(2+y)$

$1.a=a$

2) Giá trị của biểu thức đại số.

Ví dụ 2: Cho biểu thức đại số $A=3x^2-5x+1$.

Khi $x=1$ thì giá trị của biểu thức $A=3.1^2-5.1+1=-1$

Kết luận:

- ♣ Để tính giá trị của một biểu thức đại số có chứa biến, ta thay giá trị cho trước của biến vào biểu thức rồi thực hiện phép tính.

Ví dụ 3: Bác nông dân sử dụng 2 chiếc máy bơm nước để bơm nước vào ao cá. Chiếc máy bơm thứ nhất cứ mỗi 1 giờ bơm được $30m^3$ nước, còn máy bơm thứ hai mỗi giờ bơm được $25m^3$ nước.

a) Viết biểu thức lượng nước bơm được khi máy bơm thứ nhất bơm trong x giờ, còn máy bơm thứ hai bơm được y giờ.

b) Sử dụng kết quả câu a, để tính lượng nước bơm được khi $x=2$ giờ và $y=3$ giờ.

a) Lượng nước bơm được của máy thứ nhất khi chạy trong x giờ là $30x\left(m^3\right)$

Lượng nước bơm được của máy thứ hai khi chạy trong y giờ là $25y\left(m^3\right)$

Biểu thức thể hiện lượng ước bơm được khi là $30x+25y\left(m^3\right)$

b) Khi $x=2, y=3$ thay vào biểu thức ta được $30.2+25.3=60+75=135\left(m^3\right)$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $A=x^5-5$ tại $x=-1$ 2) $A=3x^2-3$ tại $x=2$ 3) $A=-x^2-1$ tại $x=-1$

4) $A=3a+2$ tại $a=\dfrac{4}{3}$ 5) $A=4a^2-\dfrac{1}{3}$ tại $a=\dfrac{1}{3}$ 6) $A=3a^2-\dfrac{2}{9}$ tại $a=-\dfrac{1}{3}$

7) $A=\dfrac{y+1}{2y}$ tại $y=-3$. 8) $A=\dfrac{2a+5}{3a-6}$ tại $a=-1$. 9) $A=\dfrac{5}{2y-1}$ tại $y=\dfrac{1}{4}$

Bài 2: Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $B=2x^2+3x+5$ tại $x=-1$ 2) $B=6x^5-7x^4+8x^3$ tại $x=-1$

3) $B=2x^{20}-3x^{10}+40$ tại $x=0$ 4) $B=x^5-5x^4+555$ tại $x=5$

5) $B=3a^2-\dfrac{1}{2}a+1$ tại $a=\dfrac{1}{2}$ 6) $B=16a^2-6a-1$ tại $a=\dfrac{1}{2}$

7) $B=\dfrac{(y+2)^2}{2y}+\dfrac{y}{y+2}$ tại $y=0$

Bài 3: Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $C=2x+y$ tại $x=3;\ y=-1$ 2) $C=4x-15y$ tại $x=-7;\ y=-1$

3) $C=3x-7y-7$ tại $x=7;\ y=9$ 4) $C=7x+2y-6$ tại $x=-1;\ y=2$

5) $C=-5x-10y+1$ tại $x=2,\ y=-1$ 6) $C=-3x+4y-25$ tại $x=3;\ y=-4$

7) $C=x^2-4y^2$ tại $x=-1;\ y=\dfrac{1}{2}$ 8) $C=x^2+3y^2$ tại $x=\dfrac{1}{2};\ y=\dfrac{-1}{2}$

9) $C=x^5-9y^2$ tại $x=-1;\ y=\dfrac{2}{3}$ 10) $C=4x^2-9y^2$ tại $x=1;\ y=-\dfrac{1}{3}$

11) $C=\dfrac{2xy}{x^2-4}$ tại $x=2,\ y=\dfrac{-1}{2021}$. 12) $C=\dfrac{(a-b)^2-1}{a^2-1}$ tại $a=2, b=-1$.

Bài 4: Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $D=3x^2-5x-1$ tại $|x|=3$ 2) $D=4x^2+5x-9$ tại $|x|=2$

3) $D=4x^3-8x+7$ tại $|x|=2$ 4) $D=-x^3-3x^2+7$ tại $|x|=3$

5) $D=x(3y-1)$ tại $x^2=4;\ y=5$ 6) $D=(x-3)(y-4)$ tại $x=5,\ y^2=1$

7) $D=\left(x^2+4\right)(y-3)$ tại $x=3, |y|=2$ 8) $D=(6x+1)(y-4)$ tại $\sqrt{x}=3;\ y=5$

9) $D=3x^2+2x-1$ tại $|x|=\dfrac{1}{2}$. 10) $D=3x^2+2x-3$ tại $|x|=\dfrac{1}{3}$.

11) $D=\dfrac{6x^2+x-3}{2x-1}$ tại $|x|=\dfrac{1}{2}$.

12) $D=\dfrac{2x^2+3x-2}{x+2}$ tại $|x|=3$.

Bài 5: Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $E=\dfrac{2a-5b}{a-3b}$ tại $\dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{4}$

2) $E=\dfrac{3b-a}{2b+1}$ tại $a=b-1$

3) $E=\dfrac{3a-2b}{2a+7b}$ tại $a-b=-7$.

4) $E=\dfrac{5x^2+3y^2}{10x^2-3y^2}$ tại $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}$

Bài 6: Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $F=4x-6y+7$ tại $2x-3y=7$

2) $F=7x-7y+4ax-4ay-5$ tại $x-y=0$

3) $F=x\left(x^2+1\right)-y\left(x^2+1\right)$ tại $x-y=0$

4) $F=x\left(y^2-1\right)+y\left(x^2-1\right)$ tại $x+y=5$

Bài 7: Tìm giá trị của biến để biểu thức sau nhận giá trị bằng 0

1) $G=3x^2-48$

2) $G=x^2-9$

3) $G=25-x^2$

4) $G=16-2x^3$

5) $G=\dfrac{x+1}{-7}$

6) $G=\dfrac{3x-2}{2+3x}$

7) $G=\dfrac{x^2-3}{x-3}$

8) $G=\dfrac{3x+3}{-19}$

Bài 8: Tìm giá trị của biến để biểu thức sau nhận giá trị bằng 0

1) $H=(x-1)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$

2) $H=(2x-7)\left(4-\dfrac{x}{2}\right)$

3) $H=\left(\dfrac{x}{3}+1\right)\left(x^2+6\right)$

4) $H=(x-5)(y+6)$

5) $H=(2x-7)(4-3y)$

6) $H=\left(x^2-4\right)\left(y-1^2\right)$

Bài 2. ĐA THỨC MỘT BIẾN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Đơn thức một biến.

Ví dụ 1: Các biểu thức $\dfrac{1}{2}x^2$; $4.x^5$; $-6x$ đều là tích một số với một lũy thừa của x nên gọi là đơn thức một biến.

Kết luận:

- Đơn thức một biến (đơn thức) là biểu thức đại số có dạng tích của một số thực với mọi lũy thừa của biến, trong đó số thực gọi là hệ số, số mũ của biến gọi là bậc của đơn thức.

  Cụ thể: 2^4x thì hệ số là 2^4 còn bậc là 1.
- Mỗi số khác 0 cũng là một đơn thức bậc 0.
- Số 0 cũng là một đơn thức, đơn thức này không có bậc.

2) Cộng, trừ, nhân các đơn thức một biến.

Ví dụ 2: Tính $4x^3+3x^3-2x^3=(4+3-2)x^3=5x^3$

Ví dụ 3: Tính $x^2-5x^2+7x^6=-4x^2+7x^6$

Ví dụ 4: Tính $7x^3.4x^2=7.4.x^3.x^2=28x^5$

Kết luận:

- Ta chỉ có thể cộng trừ các đơn thức cùng bậc bằng cách cộng hay trừ các hệ số và giữ nguyên biến.
- Khi nhân các đơn thức ta nhân phần hệ số với nhau, phần biến với nhau.

3) Đa thức một biến.

- Đa thức một biến gọi tắt là đa thức là tổng của những đơn thức của cùng một biến, mỗi đơn thức gọi là một hạng tử của đa thức đó. Mỗi đơn thức cũng là một đa thức.
- Số 0 cũng được gọi là một đa thức, gọi là đa thức không.
- Đa thức thường được kí hiệu bởi các chữ cái in hoa và kèm thêm kí hiệu biến.

  Cụ thể $A(x)$ thể hiện là đa thức của biến x.

Ví dụ 5: Đa thức $A(x)=-4x^5+3x^2+x+7$ là một đa thức, đa thức này có 4 hạng tử.

Ví dụ 6: Cho đa thức $B(x)=x^5+x^4-3x+7-2x^4-x^5$

Nhận thấy trong đa thức $B(x)$ có hai hạng tử có cùng bậc là x^5 và $-x^5$, x^4 và $-2x^4$

Nên đa thức $B(x)$ là đa thức chưa rút gọn. Để rút gọn thì ta đi tính các hạng tử cùng bậc,

cụ thể $B(x)=x^5-x^5+x^4-2x^4-3x+7=-x^4-3x+7$.

Ngoài ra ta nên sắp xếp đa thức theo thứ tự giảm dần lũy thừa của biến

Ví dụ 7: Đa thức $A(x)=5x^5-4x^2+x^4-8$

Ta có thể sắp xếp lại thành $A(x)=5x^5+x^4-4x^2-8$

4) Bậc và hệ số của đa thức một biến.

Ví dụ 8: Cho đa thức $A(x)=7x^3-3x^2+6x+1$ là đa thức có bốn hạng tử.

Trong đó hạng tử $7x^3$ có lũy thừa cao nhất là 3, nên đa thức $A(x)$ có bậc 3.

Hệ số của $7x^3$ là 7, nên 7 gọi là hệ số cao nhất của đa thức $A(x)$.

Hạng tử 1 không có biến gọi là hệ số tự do.

Kết luận:

- ♣ Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất.
- ♣ Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là hệ số cao nhất của đa thức.
- ♣ Hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là hệ số tự do.

Chú ý:

- ♣ Đa thức không thì không có bậc xác định.
- ♣ Muốn tìm bậc của một đa thức, ta phải thu gọn đa thức đó rồi mới tìm bậc.

Ví dụ 9: Cho đa thức $A(x)=3x^2-5x+7+2x-4x^2-6$

a) Thu gọn, sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến

b) Tìm hệ số tự do, hệ số cao nhất của đa thức.

a) $A(x)=3x^2-5x+7+2x-4x^2-6=3x^2-4x^2-5x+2x+7-6=-x^2-3x+1$.

b) Hệ số tự do là 1, hệ số cao nhất là -1.

5) Nghiệm của đa thức một biến.

Ví dụ 10: Cho đa thức $A(x)=x^2-4$.

Khi đó tại $x=3$ thì đa thức $A(x)$ nhận giá trị là $3^2-4=9-4=5$

Kí hiệu $A(3)=3^2-4=5$.

Với $x=2$ thì $A(2)=2^2-4=4-4=0$

Khi đa thức có giá trị bằng 0 tại $x=2$, thì 2 gọi là nghiệm của đa thức $A(x)$.

Kết luận:

- ♣ Tại $x=a$ mà $A(x)$ có giá trị bằng 0 thì $x=a$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$.

Nhận xét:

- ♣ Để tìm nghiệm của một đa thức, ta cho đa thức đó bằng 0, chuyển về bài toán tìm x.
- ♣ Một đa thức có thể không có nghiệm hoặc có nhiều nghiệm.

Ví dụ 11: Tìm nghiệm của đa thức $A(x)=2x-7$

Cho $2x-7=0\Rightarrow x=\frac{7}{2}$. Vậy $x=\frac{7}{2}$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$

B. BÀI TẬP.

Bài 4: Thu gọn và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần lũy thừa của biến

1) $A(x)=6x^4-5x^2+4x-3x^4+2x^3$
2) $A(x)=3x^2+7x^3-3x^3+6x^3-3x^2$
3) $A(x)=x^5+x^4-3x+7-2x^4-x^5$
4) $A(x)=1-6x^7+5x^4-2+13x^5-8x^7$
5) $A(x)=3x^2-2x+7+2x-3x^2-6$
6) $A(x)=2-9x^2+4x^5-3x^3+x-4x^5$
7) $A(x)=2x^3+5-7x^4-6x^3+3x^2-x^5$
8) $A(x)=4x^5+3x-2x^2-x^5+4x^2-8$
9) $A(x)=2+5x^2-3x^3+4x^2-2x-x^3$
10) $A(x)=-6x^4+2x^3+x+5x^4-2x+3x^3$

Bài 5: Thu gọn, tìm bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của các đa thức sau

1) $B(x)=3x^5+x^3-3x^5+1$
2) $B(x)=3x^7+x^4-3x^7+x^5+x+4$
3) $B(x)=15-2x^2+x^3+2x^2-x^3+x$
4) $B(x)=5x^2-2x^3+x^4-3x^2-5x^5+1$
5) $B(x)=5x^6-2x^5-3x^3-5x^6+x^2+5$
6) $B(x)=-2x^3-7x+x^3-x^2+1$
7) $B(x)=-2x^2-5x+11+2x^2+x^3$
8) $B(x)=-5x^2+x-2x^3+3x^2+5x-2$
9) $B(x)=-2x-x^2+4x^3+3x^2+4-x-5$
10) $B(x)=-2x^3-3x^2-3x^3-x+7+5x^3$
11) $B(x)=3x^2-5x+x^3-x^2-7$
12) $B(x)=-2x^2+3x-x^4+5+3x^2-4x$
13) $B(x)=x^3+2x^5-x^4+x^2-2x^3+x-1$
14) $B(x)=x-5x^3-2x^2-8x^4+4x^3-x+5$
15) $B(x)=3x^2-5+x^4-3x^3-x^6-2x^2-x^3$
16) $B(x)=x^2+2x^4+4x^3+3x^2-4x-1$
17) $B(x)=2x^2-3x^4-3x^2-4x^5-x^2+1$
18) $B(x)=x^2+5x^4-3x^3-5x^4+3x^3+5$
19) $B(x)=x^7-x^4+2x^3-3x^4+x^7-x+5$
20) $B(x)=x^5-3x^2+x^4-x^5+5x^4+x^2-1$

Bài 6: Tìm nghiệm của các đa thức sau

1) $C(x)=2x-1$ 2) $C(x)=2x+5$ 3) $C(x)=2x-6$

4) $C(x)=3x-1$ 5) $C(x)=3x+1$ 6) $C(x)=3x+6$

7) $C(x)=3x+5$ 8) $C(x)=5x-7$ 9) $C(x)=4x+8$

10) $C(x)=2x+\frac{1}{2}$ 11) $C(x)=3x-\frac{1}{2}$ 12) $C(x)=3x-\frac{5}{6}$

13) $C(x)=5x-\frac{1}{3}$ 14) $C(x)=4x-\frac{3}{4}$ 15) $C(x)=4x-\frac{1}{6}$

16) $C(x)=-5x-\frac{4}{5}$ 17) $C(x)=-5x+\frac{1}{3}$ 18) $C(x)=5x+\frac{10}{3}$

19) $C(x)=2x+1-(x-3)$ 20) $C(x)=5x-6-(x+2)$ 21) $C(x)=3x-5-(x+7)$

22) $C(x)=4-2x+(x+2)$ 23) $C(x)=6-4x-(2x-7)$ 24) $C(x)=7+4x-(2x+3)$

25) $C(x)=2x+1+(3x+3)$ 26) $C(x)=-(2x-3)+x$ 27) $C(x)=-(4-5x)-3x$

Bài 7: Tìm nghiệm của các đa thức sau

1) $D(x)=x^2-1$ 2) $D(x)=x^2-2$ 3) $D(x)=x^2-8$

4) $D(x)=x^2-9$ 5) $D(x)=x^2-7$ 6) $D(x)=x^2+10$

7) $D(x)=2x^2+1$ 8) $D(x)=2x^2-15$ 9) $D(x)=2x^2-32$

10) $D(x)=1+x^3$ 11) $D(x)=8-x^3$ 12) $D(x)=x^3-1$

13) $D(x)=x^3+8$ 14) $D(x)=64-x^3$ 15) $D(x)=x^3+27$

16) $D(x)=27-x^3$ 17) $D(x)=-x^3-64$ 18) $D(x)=x^3+125$

19) $D(x)=2x^3-54$ 20) $D(x)=32-4x^3$ 21) $D(x)=9-9x^3$

22) $D(x)=5x^3-5$ 23) $D(x)=56-7x^3$ 24) $D(x)=2x^3+16$

25) $D(x)=40-3x^3$ 26) $D(x)=3x^3-24$ 27) $D(x)=2x^3-250$

Bài 8: Tìm nghiệm của các đa thức sau

1) $D(x)=x(x-3)$ 2) $D(x)=(x+1)(x-1)$ 3) $D(x)=(x-3)(3+x)$

4) $D(x)=(x-2)(x+3)$ 5) $D(x)=(x-1)(3x+2)$ 6) $D(x)=(x-3)(4-5x)$

7) $D(x)=(3+2x)(2+x)$ 8) $D(x)=(2x-3)(3x-4)$ 9) $D(x)=(2x-1)(5x-4)$

Bài 9: Tìm nghiệm của các đa thức sau

1) $E(x)=(x^2+1)\left(x-\frac{1}{2}\right)$ 2) $E(x)=\left(x-\frac{2}{3}\right)(x^2+2)$

3) $E(x)=(x-6)\left(6+\frac{x^2}{3}\right)$ 4) $E(x)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}+x^2\right)$

5) $E(x)=(x^2+2)\left(2x-\frac{3}{5}\right)$ 6) $E(x)=(2x-4)\left(x^2+\frac{5}{3}\right)$

7) $E(x)=(x^2+4)\left(-x+\frac{1}{5}\right)$ 8) $E(x)=\left(x^2-\frac{1}{4}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)$

Bài 10: Tìm nghiệm của các đa thức sau

1) $F(x)=x^2+x$ 2) $F(x)=x^2+2x$ 3) $F(x)=x^2+5x$

4) $F(x)=3x-6x^2$ 5) $F(x)=2x-8x^2$ 6) $F(x)=3x^2-4x$

7) $F(x)=3x^2-5x$ 8) $F(x)=2x^2-3x$ 9) $F(x)=2x^2-6x$

10) $F(x)=x^3-x$ 11) $F(x)=x-8x^3$ 12) $F(x)=x^3-5x$

13) $F(x)=8x^3-2x$ 14) $F(x)=2x^3-8x$ 15) $F(x)=x^3-16x$

16) $F(x)=25x-x^3$ 17) $F(x)=2x^3-18x$ 18) $F(x)=5x^3+10x$

Bài 11: Tìm nghiệm của các đa thức sau

1) $G(x)=x^2-2x+1$ 2) $G(x)=x^2+6x+9$ 3) $G(x)=x^2-3x+2$

4) $G(x)=x^2-5x+4$ 5) $G(x)=x^2+x-12$ 6) $G(x)=x^2-6x+8$

7) $G(x)=x^2+2x-3$ 8) $G(x)=x^2+5x-6$ 9) $G(x)=x^2-4x-5$

10) $G(x)=x^2+3x-10$ 11) $G(x)=x^2-7x+6$ 12) $G(x)=x^2-4x+3$

13) $G(x)=x^2-6x+5$ 14) $G(x)=x^2-6x-7$ 15) $G(x)=x^2-3x-4$

16) $G(x)=x^2-2x-3$ 17) $G(x)=x^2-2x-8$ 18) $G(x)=x^2-5x-6$

19) $G(x)=x^2+4x+3$ 20) $G(x)=x^2-2x-15$ 21) $G(x)=x^2+7x+12$

22) $G(x)=x^2-5x-14$ 23) $G(x)=x^2-5x+6$ 24) $G(x)=x^2-7x+12$

25) $G(x)=x^2-12x+36$

Bài 12: Tìm nghiệm của các đa thức sau

1) $H(x)=3x^2+x-4$
2) $H(x)=3+7x+2x^2$
3) $H(x)=4+3x^2-8x$
4) $H(x)=3x^2+2-7x$
5) $H(x)=7x-6x^2-2$
6) $H(x)=7x-3x^2-2$
7) $H(x)=2x^2+2-5x$
8) $H(x)=3x^2-5x+2$
9) $H(x)=2x^2-3x-5$
10) $H(x)=2x^2+3x-5$
11) $H(x)=2x^2-4x+2$
12) $H(x)=-8x+4+3x^2$
13) $H(x)=3+6x^2-11x$
14) $H(x)=3x^2-7x-10$
15) $H(x)=2x^2-27+3x$
16) $H(x)=-5x+4x^2+1$
17) $H(x)=4x^2-4x+1$
18) $H(x)=12x^2-12x+3$
19) $H(x)=2x^2+3x+1$
20) $H(x)=2x^2-7x+3$
21) $H(x)=4x^2+9x-9$

Bài 13: Xác định a để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x)=x^2-5x+a$.

Bài 14: Xác định a để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x)=x^2+a.x-3$.

Bài 15: Xác định a để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x)=a.x^2+2x-1$.

Bài 16: Xác định m để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x)=x^5-3x^2+m$.

Bài 17: Xác định m để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x)=7x^2+mx-1$.

Bài 18: Xác định m để đa thức sau nhận 1 là nghiệm: $A(x)=mx^2+2x+8$.

Bài 19: Xác định c để đa thức sau nhận 2 là nghiệm: $A(x)=5x^2-10x+c$.

Bài 20: Xác định a để đa thức sau nhận -3 là nghiệm: $A(x)=ax^2+2x-3$.

Bài 21: Xác định b để đa thức sau nhận -2 là nghiệm: $A(x)=5x^2+bx-20$.

Bài 22: Xác định b để đa thức sau nhận -4 là nghiệm: $A(x)=x^2-(3b+3)x-b^2$.

Bài 23: Xác định b để đa thức sau nhận -4 là nghiệm: $A(x)=x^2+(5b-7)x-b^2$.

Bài 3. CỘNG, TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Cộng hai đa thức một biến.

Ví dụ 1: Cho hai đa thức $P(x)=-x^3-x^2-7x+1$ và $Q(x)=-2x^3+4x^2-1$

Khi đó

$$P(x)+Q(x)=\left(-x^3-x^2-7x+1\right)+\left(-2x^3+4x^2-1\right)$$

$$=-x^3-x^2-7x+1-2x^3+4x^2-1=-3x^3+3x^2-7x.$$

Chú ý:

♣ Phép cộng đa thức cũng có tính chất như: Giao hoán, Kết hợp.

2) Trừ hai đa thức một biến.

Ví dụ 2: Cho hai đa thức $P(x)=-x^3-x^2-7x+1$ và $Q(x)=-2x^3+4x^2-1$

Khi đó

$$P(x)-Q(x)=\left(-x^3-x^2-7x+1\right)-\left(-2x^3+4x^2-1\right)$$

$$=-x^3-x^2-7x+1+2x^3-4x^2+1=x^3-5x^2-7x+2.$$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho $A(x)=-x^6+x^4-4x^3+x^2-5$ và $B(x)=2x^5-x^4-x^3+x^2+x-1$

a) Tính $A(x)+B(x)$

b) Tính $A(x)-B(x)$

Bài 2: Cho $A(x)=6x^4+5x^2-x+5$ và $B(x)=-8x^4-x^3-2x^2+5$

a) Tính $A(x)+B(x)$

b) Tính $A(x)-B(x)$

Bài 3: Cho $A(x)=-2x^3-2x^2+6x-2$ và $B(x)=x^3-2x+1$

a) Tính $A(x)+B(x)$

b) Tính $A(x)-B(x)$

Bài 4: Cho $A(x)=x^3+2x^2-5x-7$ và $B(x)=x^3-5x+11$

a) Tính $A(2)$ và $B(-1)$

b) Tính $A(x)+B(x)$

c) Tính $A(x)-B(x)$.

Bài 5: Cho $P(x)=2x^3-x^2+5x-7$ và $Q(x)=x^3+3x^2-4x+1$

a) Tính $P(x)+Q(x)$ và $P(x)-Q(x)$.

b) Tính giá trị của đa thức $Q(x)$ tại $x=2$.

Bài 6: Cho $A(x)=5x-x^3-15+4x^2$ và $B(x)=4x^2+2x^3+17+5x$

a) Hãy sắp xếp các đa thức $A(x), B(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $A(x)+B(x)$ và $A(x)-B(x)$.

Bài 7: Cho $P(x)=2x^3+2x-3x^2+1$ và $Q(x)=2x^2+3x^2-x-5$

a) Sắp xếp các đa thức $P(x)$ và $Q(x)$.

b) Tính $P(x)+Q(x)$

c) Tính $P(x)-Q(x)$.

Bài 8: Cho $A(x)=x^5-2x^4+x^2-x+1$ và $B(x)=6-2x+3x^3+x^4-3x^5$

a) Sắp xếp các đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x)+B(x)$

c) Tính $A(x)-B(x)$

Bài 9: Cho $A(x)=-5x^3-\frac{1}{3}+8x^4+x^2$ và $B(x)=x^2-5x-2x^3+x^4-\frac{2}{3}$.

a) Tính $A(x)+B(x)$

b) Tính $A(x)-B(x)$

Bài 10: Cho $P(x)=-3x^5+\frac{1}{2}x^4-8x^3+x^2-1009$ và $Q(x)=3x^5+\frac{1}{2}x^4-2x^3+x-1010$

a) Tính $P(x)+Q(x)+2024$

b) Tính $Q(x)-P(x)+1$

Bài 11: Cho $A(x)=-2x^3-3x^2-x+7+2x^3+x^2$ và $B(x)=-2x-x^2+4x^3+3x^2+4-x-5$

a) Thu gọn và sắp xếp đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x)+B(x)$

c) Tính $B(x)-A(x)$

Bài 12: Cho $P(x)=2x^2-3x^3+x^2+3x^3-x-1-3x$ và $Q(x)=-3x^2+2x^3-x-2x^3-3x-2$

a) Thu gọn và sắp xếp $P(x), Q(x)$

b) Tính $P(x)-Q(x)$

c) Tính $P(x)-Q(x)$

Bài 13: Cho $A(x)=x^5-3x^2+x^3-x^2-2x+5$ và $B(x)=x^2-3x+1+x^2-x^4+x^5$

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x)+B(x)$

c) Tính $A(x)-B(x)$

Bài 14: Cho $A(x)=x^7-3x^2-x^5+x^4-x^2+2x-7$ và $B(x)=x-2x^2+x^4-x^5-x^7-4x^2-1$

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x)+B(x)$

c) Tính $A(x)-B(x)$

Bài 15: Cho $A(x)=3x^5+2x^4-4x^3+x^2-2x+1$ và $B(x)=-x^4+3x^3-2x^2+x^3-3x+2-3x^4$

a) Sắp xếp và thu gọn hai đa thức $A(x)$ và $B(x)$.

b) Tính $A(x)+B(x)$

c) Tính $A(x)-B(x)$

Bài 16: Cho $A(x)=x^4-3x^3+2x-1$ và $B(x)=-5x^4+3x^3-2x^2-5x+3$

a) Tính $A(x)-B(x)$

b) Tính $5.A(x)+B(x)+12x^3$

Bài 17: Cho $A(x)=2x^4-x-2x^3+1$, $B(x)=5x^2-x^3+4x$ và $C(x)=-2x^4+x^2+5$

a) Tính $A(x)+B(x)+C(x)$

b) Tính $A(x)-2B(x)+C(x)$

Bài 18: Cho $A(x)=2x^3-5x+4$, $B(x)=-x^4+2x^2-8x+6$ và $C(x)=-5x^3+6x^2-8$

a) Tính $A(x)-B(x)+C(x)$

b) Tính $A(x)+3.B(x)-C(x)-30$

Bài 19: Cho $M(x)=-5+3x^2-4x^4+x^3$, $N(x)=3x^4-2x+2x^3$ và $P(x)=-8+5x-6x^3$

a) Tính $M(x)-N(x)$.

b) Tính $N(x)-P(x)+M(x)$

Bài 20: Cho $f(x)=x^5-4x^3+x^2-2x+1$, $g(x)=x^5-2x^4+x^2-5x+3$ và

$h(x)=x^4-3x^2+2x-5$

a) Tính $f(x)+g(x)-h(x)$

b) Tính $f(x)-g(x)-2.h(x)-6x^2$

Bài 21: Cho $P(x)=3x-2x^2-2+6x^3$, $Q(x)=3x^2-x-2x^3+4$ và $R(x)=1+4x^3-2x$

a) Tính $P(x)+Q(x)-R(x)$

b) Tính $P(x)-Q(x)+2R(x)$

Bài 22: Cho $A(x)=3x^6-5x^4+2x^2-7$, $B(x)=8x^6+7x^4+x^2+11$, $C(x)=x^6+x^4-8x^2+6$

a) Tính $2A(x)-B(x)+2C(x)$

b) Tính $B(x)-7C(x)+A(x)$

c) Tính $A(x)+B(x)-11C(x)$

Bài 23: Cho $E(x)=x^2-4x+5$, $F(x)=2x^2+3x-6$ và $G(x)=x^2-2$.

a) Tính $G(x).E(x)-F(x)$

b) Tính $2x.G(x)+x^2.E(x)$

c) Tính $5E(x)-3F(x)$

Bài 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Nhận đơn thức với đa thức.

Ví dụ 1: Tính $3x.\left(5x^2+2x-1\right)$

$=3x.5x^2+3x.2x-3x.1=15x^3+6x^2-3x$.

Kết luận:

♣ Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức, rồi cộng các tích với nhau.

Ví dụ 2: Tính $-2x^2.\left(3x^3+4x-5\right)$

$=-2x^2.3x^3-2x^2.4x+2x^2.5=-6x^5-8x^3+10x^2$.

2) Nhân đa thức với đa thức.

Ví dụ 3: Tính $(x-7).(x-5)$

$=x.x-x.5-7.x+7.5=x^2-5x-7x+35=x^2-12x+35$

Kết luận:

♣ Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia.

♣ Phép nhân đa thức cũng có tính chất giao hoán và kết hợp.

Ví dụ 4: Tính $(x-2).\left(6x^2-5x+1\right)$

$=x.6x^2-x.5x+x.1-2.6x^2+2.5x-2.1=6x^3-5x^2+x-12x^2+10x-2$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Thực hiện phép tính

1) $3x.\left(5x^2-2x-1\right)$
2) $5x.\left(3x^2-4x+5\right)$
3) $3x^2.\left(2x^2-5x-4\right)$
4) $3x.\left(2x^3-3x^2+5\right)$
5) $-2x^3.\left(-x^3+5x-1\right)$
6) $-5x.\left(3x^2-4x+1\right)$
7) $-x^2.\left(6x^2-3x-2\right)$
8) $-3x^5.\left(-x^4-4x^2+1\right)$

Bài 2: Thực hiện phép tính

1) $x.(7-x)+7x.(x-1)-5x^2$
2) $-3x.(x-5)+5.(x-1)+3x^2$
3) $3x.(x-2)+4x.(x-3)-6x^2$
4) $x.\left(2x^2-3\right)-x^2.(5x+1)+x^2$

5) $x^3-5x^2-x^2.\left(x^2+x-5\right)$

6) $2x^3-x^2-x.\left(2x^2-x+3\right)$

7) $-4x^3+2x-4x.\left(x^2+x-5\right)$

8) $5x^5-5x^2-5x^2.\left(x^3-2x+1\right)$

Bài 3: Thực hiện phép tính

1) $(x-1).(x-2)$

2) $(x+3).(x-3)$

3) $(x+1)(-x+2)$

4) $(x-2).(-3+x)$

5) $(x-3).(2x+5)$

6) $(2x+1).(x+2)$

7) $(x-3).(5x-4)$

8) $(x-3).(-2x-4)$

9) $(x-1).\left(x^2-2x+1\right)$

10) $(x+3).\left(x^2+3x-5\right)$

11) $(x-5).\left(x^2-2x+3\right)$

12) $(x-2).\left(6x^2-5x+1\right)$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $(4x+1)(2-x)-7x$

2) $(3x-1)(2-2x)-5x$

3) $(3x-2)(3x+2)-9x^2$

4) $(2x-3)(2x+3)-4x^2$

5) $(x+2).(x-3)+x(x+1)$

6) $(2x-1).(x+1)+x(2x-5)$

7) $x(1-x)+(x+1).(x-2)$

8) $(3x-1).(x+4)-3x(x-1)$

9) $2x.(x-3)+(x-2).(5-2x)$

10) $6x(2x+3)-(3x-1).(4x+1)$

11) $3x(4x-3)-(2x-1).(6x+5)$

12) $(2-5x).(3-4x)+x(2x+23)$

13) $3.(x-1).(x-2)-x.(3x+1).(1-x)$

14) $-4x.(x+3).(x-4)-3x.\left(x^2-x+1\right)$

15) $-3.(x+4).(x-7)+7.(x-5).(x-1)$

16) $-2(x-3).\left(2x^2+1\right)+x(4x+1)(x+2)$

Bài 5: Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến

1) $A=3x.(2x-1)-x.(6x+2)+5.(x-4)$

2) $A=3.(2x-1)-5.(x-3)+6.(3x-4)-19x$

3) $A=x.(2x+3)-5.(2x+3)-2x.(x-3)+x+7$

4) $A=x.(5x-3)-x^2.(x-1)+x.\left(x^2-6x\right)-10+3x$

5) $A=x.(3x+12)-(7x-20)+x^2.(2x-3)-x.\left(2x^2+5\right)$

6) $A=x.(2x-3)+2x^2.(x-2)-2x.\left(x^2-x+1\right)+5.(x-1)$

Bài 6: Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến

1) $B=(x-5).(2x+3)-2x.(x-3)+x+7$

2) $B=(2x-1).(3x+2)-6x.(x-1)-7x+4$

3) $B=(4x-5).(x+2)-(x+5).(x-5)-3x^2-x$

4) $B=(x-3).(x+2)+(x-4).(x+4)-x(2x-1)$

5) $B=(8x-1).(x+7)-(x-2).(8x+5)-11.(6x+1)$

6) $B=(4x-3).(4x-3)-(2x+1).(8x-3)+13(2x-1)$

Bài 7: Tìm x biết

1) $x.(x+3)-x^2+9=0$

2) $x.(x-1)-x^2+2x=5$

3) $x.(x+3)-x^2+5x=16$

4) $x(x+11)-x^2+x=12$

5) $x.(2x-3)-2x^2-x=8$

6) $x.(3x+1)-3x^2+2x=9$

7) $x.(2x-3)-2.(3-2x)=0$

8) $x.(2x-5)-2x.(x-6)=42$

9) $x.(5-2x)+2x.(x-1)=15$

10) $2x.(x-5)-x.(3+2x)=26$

11) $5x.(1-2x)-3x.(x+18)=0$

12) $3x.(12x-4)-9x.(4x-3)=30$

Bài 8: Tìm x biết

1) $(x-2).(x+3)-x(x-2)=3$

2) $(x-3).(x+4)-x(x-2)=0$

3) $(2x-1).(x+1)-x(2x+3)+1=0$

4) $(x-1).(2x+3)-2x.(x-1)=0$

5) $(x-3).(x-2)-(x+1).(x-5)=0$

6) $(x+2).(x+3)-(x-2).(x+5)=0$

7) $(2x-1).(3x-1)-(2x-3).(3x-1)=0$

8) $(x-5).(-x+4)-(x-1).(x+3)=-2x^2$

Bài 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN.

A. LÝ THUYẾT.

1) Làm quen với phép chia đa thức

Ví dụ 1: Với hai đơn thức $15x^7$ và $3x^2$ nhận thấy rằng $15x^7 = 3x^2.5x^5$.

Nên ta có thể viết $15x^7 : 3x^2 = 5x^5$

Kết luận:

- Cho hai đa thức A và B với $B \neq 0$. Nếu có một đa thức Q sao cho $A = B.Q$ thì ta có phép chia hết: $A : B = Q$ hay $\frac{A}{B} = Q$.

  Trong đó: A là đa thức bị chia

  B là đa thức chia

  Q là đa thức thương.

- Muốn chia hai đơn thức một biến, ta chia phần hệ số với nhau, phần biến với nhau.

Ví dụ 2: Tính $12x^3 : 8x = \frac{12}{8}x^3 : x = \frac{3}{2}x^2$.

2) Chia đa thức cho đa thức.

Ví dụ 3: Đặt tính chia

$$\begin{array}{r|l} 2x^4 - 13x^3 + 15^2 + 11x - 3 & x^2 - 4x - 3 \\ \hline 2x^4 - 8x^3 - 6x^2 & 2x^2 \\ \hline 0 \quad -5x^3 + 21x^2 + 11x - 3 & \end{array}$$

Lấy hạng tử bậc cao nhất chia cho hạng tử bậc cao nhất.

Rồi thực hiện theo sự hướng dẫn của giáo viên.

Chú ý:

- Khi chia đa thức cho một đơn thức thì ta không cần đặt tính chia.

Ví dụ 4: Tính $\left(3x^4 + 6x^2 - 12x\right) : 4x$

$$= \left(4x^4 : 4x\right) + \left(6x^2 : 4x\right) + \left(-12x : 4x\right) = x^3 + \frac{3}{2}x - 3.$$

3) Chia đa thức cho đa thức, trường hợp chia có dư.

Ví dụ 5: Tính $\left(3x^4 + x^3 + 6x - 5\right) : \left(x^2 + 1\right)$

Bài làm:

$$\begin{array}{r|l} 3x^4 + x^3 \quad +6x - 5 & x^2 + 1 \\ \hline 3x^4 \quad +3x^2 & 3x^2 + x - 3 \\ \hline -x^3 - 3x^2 + 6x - 5 & \\ x^3 \quad +x & \\ \hline -3x^2 + 5x - 5 & \\ -3x^2 \quad -3 & \\ \hline 5x - 2 & \end{array}$$

Vậy $\left(3x^4 + x^3 + 6x - 5\right) : \left(x^2 + 1\right)$ $= 3x^2 + x - 3$ (dư $5x - 2$).

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Thực hiện phép tính

1) $20x^5 : 5x$
2) $12x^4 : 6x^3$
3) $35x^7 : 5x^3$
4) $21x^{12} : 3x^2$
5) $14x^4 : 3x^2$
6) $15x^5 : 7x^3$
7) $22x^7 : 4x$
8) $18x^6 : 2x^6$
9) $-30x^6 : \frac{3}{4}x^5$
10) $9x^9 : \left(\frac{3}{10}x^3\right)$
11) $-6x^8 : \left(\frac{3}{7}x^4\right)$
12) $4x^{20} : \left(\frac{-2}{5}x^{10}\right)$

Bài 2: Thực hiện phép tính

1) $\left(3x^3 - 4x^2 + 6x\right) : 3x$
2) $\left(5x^4 - 3x^3 + x^2\right) : 3x^2$
3) $\left(6x^5 + 4x^3 - 8x^2\right) : 2x^2$
4) $\left(-2x^5 + 3x^2 - 4x^3\right) : 2x^2$
5) $\left(25x^5 - 5x^4 + 10x^2\right) : 5x^2$
6) $\left(20x^6 - 5x^5 + 15x^4\right) : \left(-3x^3\right)$
7) $\left(15x^7 - 25x^5 + 21x^3\right) : \left(-5x^2\right)$
8) $\left(-6x^8 + 14x^6 - 20x^4\right) : \left(-4x^4\right)$
9) $\left(4x^5 - 3x^4 + 7x^2 + 6x\right) : \left(-3x\right)$
10) $\left(-12x^6 - 7x^4 - 4x^3 + 2x^2\right) : \left(-4x^2\right)$

Bài 3: Đặt tính rồi tính

1) $\left(x^3 - 3x^2 + x - 3\right) : \left(x - 3\right)$
2) $\left(x^3 - 7x + 3 - x^2\right) : \left(x - 3\right)$
3) $\left(x^3 - 4x^2 + 5x - 1\right) : \left(x - 3\right)$
4) $\left(x^3 - 3x^2 + 2x - 6\right) : \left(x - 3\right)$
5) $\left(x^3 + 2x^2 - 2x + 3\right) : \left(x + 3\right)$
6) $\left(x^3 - 3x^2 - 4x + 12\right) : \left(x + 2\right)$
7) $\left(x^3 + 4x^2 + 3x + 12\right) : \left(x + 4\right)$
8) $\left(2x^3 + 7x^2 + 3x - 2\right) : \left(x + 1\right)$
9) $\left(x^3 - 2x^2 + 5x - 10\right) : \left(x - 2\right)$
10) $\left(2x^2 + 3x - 2\right) : \left(2x - 1\right)$
11) $\left(6x^2 + 13x - 5\right) : \left(2x + 5\right)$
12) $\left(6x^2 - 11x - 10\right) : \left(3x + 2\right)$
13) $\left(6x^3 - 7x^2 - x + 2\right) : \left(2x + 1\right)$
14) $\left(2x^3 - 5x^2 + 4x - 1\right) : \left(2x - 1\right)$

15) $\left(2x^3-7x^2+13x+2\right):\left(2x-1\right)$ 16) $\left(2x^3-5x^2+6x-15\right):\left(2x-5\right)$

Bài 4: Đặt tính rồi tính

1) $\left(3x^4+x^3+6x-5\right):\left(x^2+1\right)$ 2) $\left(3x+2x^4-3x^3-2\right):\left(1-x^2\right)$

3) $\left(2x^4-3x^3+3x-2\right):\left(x^2-1\right)$ 4) $\left(x^4-x^3+2x^2-x+3\right):\left(x^2+1\right)$

5) $\left(x^3+3x^2-4\right):\left(x^2+4x+4\right)$ 6) $\left(2x^3+7x^2+3x-5\right):\left(x^2+x-1\right)$

7) $\left(x^4-x^3+x^2+3x\right):\left(x^2-2x+3\right)$ 8) $\left(x^3-8x^2+16x-3\right):\left(x^2-5x+1\right)$

Bài 5: Tìm hệ số a để

1) $x^3-5x+a\vdots x-3$ 2) $2x^2+x+a\vdots x+3$ 3) $x^3+2x^2+a\vdots x+3$

4) $4x^2-6x+a\vdots x-3$ 5) $2x^2+ax-4\vdots x+4$ 6) $x^3-7x^2+ax\vdots x-2$

7) $x^3+3x^2+5x+a\vdots x+3$ 8) $x^3-4x^2+6x-a\vdots x-2$ 9) $6x^3+5x-a\vdots 2x-3$

10) $10x^2-7x+a\vdots 2x-3$ 11) $8x^2-26x+a\vdots 2x-3$ 12) $2x^3+3x^2-x+a\vdots 2x+1$

13) $6x^3-7x^2-x+a\vdots 2x+1$ 14) $3x^3+10x^2+a-5\vdots 3x+1$

CHƯƠNG VIII. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ VÀ XÁC XUẤT CỦA BIẾN CỐ

Bài 1. LÀM QUEN VỚI BIẾN CỐ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Biến cố.

Ví dụ 1: Cho các sự kiện, hiện tượng sau:

a) Ngày mai trời nắng.

b) Khi gieo một con xúc sắc, mặt xuất hiện là mặt có 10 chấm.

c) Với phép tính 3^2 ta chỉ có một kết quả duy nhất.

Nhận thấy, các sự kiện hay hiện tượng trên đều được gọi là biến cố.

Kết luận:

♣ Các sự kiện, hiện tượng trong tự nhiên, cuộc sống gọi chung là các biến cố.

♣ Biến cố chắc chắn là biến cố biết trước được nó luôn xảy ra.

♣ Biến cố không thể là biến cố biết trước được nó không bao giờ xảy ra.

♣ Biến cố ngẫu nhiên là biến cố không thể biết trước được nó có xảy ra hay không.

Ví dụ 2: Bạn Thúy viết 10 số từ số 11 đến 20 vào 10 tờ giấy nhỏ rồi gấp lại, sau đó đưa cho bạn Hằng bốc một trong các tờ giấy đó. Trong các biến cố sau, biến cố nào là biến cố ngẫu nhiên:

a) Hằng bốc được tờ giấy có số 10.

b) Hằng bốc được tờ giấy có số nhỏ hơn 10.

c) Hằng bốc được tờ giấy có số 15.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Trong các biến cố sau, đâu là biến cố ngẫu nhiên, đâu là biến cố chắc chắn, đâu là biến cố không thể.

A: Nhiệt độ cơ thể con người là 100^0C

B: Tháng 2 là tháng có 28 ngày.

C: Trong một năm học, bạn Bình sẽ nghỉ học một hôm.

Bài 2: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc một lần rồi quan sát số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc. Trong các biến cố sau, đâu là biến cố chắc chắn, đâu là biến cố ngẫu nhiên, đâu là biến cố không thể.

a) A: " Gieo được mặt có số chấm là số chẵn"

b) B: " Gieo được mặt có số chấm là số chia hết cho 3"

c) C: " Gieo được mặt có số chấm là số không bé hơn 1"

d) D: " Gieo được mặt có số chấm là số có hai chữ số"

Bài 3: Một hộp có 2 tấm thẻ được in số 1; 2 và 2 tấm thẻ in chữ X; Y. Lấy ra ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp. Cho biết các biến cố sau là biến cố gì?

a) A: " Thẻ lấy ra có chữ A"

b) B: " Thẻ lấy ra là một số"

Bài 4: Một hộp đựng 5 quả bóng được đánh số 0; 2; 4; 6; 8. Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong hộp.

a) A: " Lấy được quả bóng đánh số là số chẵn " là biến cố gì?

b) B: " Lấy được quả bóng đánh số là số lẻ " là biến cố gì?

c) C: " Lấy được quả bóng đánh số là số nguyên tố " là biến cố gì?

Bài 5: Trong các biến cố sau, em hãy chỉ ra biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên.

A: " Bà Thanh năm nay 70 tuổi, bà sẽ sống thọ đến 300 tuổi"

B: " Theo lịch dương, tháng 1 có 31 ngày".

C: " Ngày mai trời có mưa to"

D: " Năm 2023, dân số việt nam sẽ vượt quá 100 triệu người"

Bài 6: Một hộp có 4 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc hai quả bóng từ hộp thấy chúng đều có màu đỏ. Trong các biến cố sau, biến cố nào chắc chắn, biến cố nào không thể:

A: " Có ít nhất một bóng màu đỏ trong hai bóng lấy ra"

B: " Có ít nhất một bóng xanh trong hai bóng lấy ra"

C: " Hai bóng lấy ra có cùng màu"

D: " Không có bóng nào màu vàng trong hai bóng lấy ra"

Bài 7: Có 7 quả bóng được đánh số từ 1 đến 7 rồi bỏ vào trong một hộp kín. Bốc một quả bóng bất kì trong hộp. Em hãy viết một biến cố ngẫu nhiên, một biến cố không thể và một biến cố chắc chắn.

Bài 8: Một hộp bút có 2 chiếc bút chì màu xanh và 3 chiếc bút chì màu đen. Lấy ngẫu nhiên một chiếc bút chì. Hãy xem trong các biến cố sau, đâu là biến cố ngẫu nhiên, đâu là biến cố chắc chắn, đâu là biến cố không thể?

A: Lấy được một chiếc bút chì.

B: Lấy được một chiếc bút bi.

C: Lấy được một chiếc bút màu xanh.

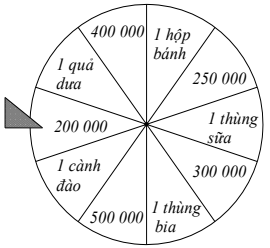
Bài 9: Nam cầm 4 là bài gồm đủ 4 chất gồm: Rô, cơ, tép và bích. Nam đưa cho Minh rút ngẫu nhiên một lá bài. Em hãy cho biết các biến cố sau là biến cố gì?

A: Minh rút được là bài mang chất cơ

B: Minh rút được là bài Joker

C: Minh rút được lá bài không phải màu vàng

Bài 10: Để mừng tết năm mới cho mọi người trong cơ quan. Trưởng phòng đã cho mọi người cùng cơ quan chơi trò chơi vòng quay như hình bên. Em hãy xem các biến cố sau là biến cố gì?



A: Anh A quay được một chiếc đồng hồ.

B: Chị B quay được 500000 đồng.

C: Em C quay được 1 phần quà.

D: Cô D quay được 1 chiếc xe máy.

Bài 2: LÀM QUEN VỚI XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ.

A LÝ THUYẾT.

1) Xác suất của biến cố.

Ví dụ 1: Trong hộp có 10 quả bóng, trong đó có 3 quả bóng màu cam, còn lại là màu xanh. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong hộp. Hỏi rằng khả năng lấy được viên bi màu nào lớn hơn?

Khi đó một con số thể hiện khả năng xảy ra khi lấy được bóng màu cam gọi là xác suất của biến cố lấy được bóng màu cam.

Kết luận:

- ♣ Khả năng xảy ra của một biến cố được đo lường bởi một số nhận giá trị từ 0 đến 1 gọi là xác suất của biến cố đó.

Nhận xét:

- ♣ Xác suất của một biến cố càng gần 1 thì biến cố đó càng có nhiều khả năng xảy ra. Xác suất càng gần 0 thì khả năng của biến cố đó càng ít khi xảy ra.
- ♣ Xác suất để xuất hiện mặt ngửa khi gieo một đồng xu là $\frac{1}{2}$ hay 50%.

2) Xác suất của một số biến cố đơn giản.

- ♣ Vì biến cố chắc chắn xảy ra là 100% nên xác suất của biến cố này là bằng 1.
- ♣ Vì biến cố không thể không có khả năng xảy ra nên xác suất của biến cố này bằng 0.

Ví dụ 2:

a) Xác suất của biến cố: " Một tháng có 35 ngày" bằng 0.

b) Xác suất của biến cố: " Không có số tự nhiên nào lớn nhất" là bằng 1.

Ví dụ 3: Gieo một đồng xu cân đối. Với hai biến cố:

A: Mặt xuất hiện là mặt ngửa $\quad$ B: Mặt xuất hiện là mặt sấp.

Thấy rằng hai biến cố A và B có đồng khả năng xảy ra.

Nên xác suất của hai biến cố này là $\frac{1}{2}$ hay 50%

Ví dụ 4: Gieo một con xúc xắc. Khi đó xác suất xảy ra với biến cố " Mặt xuất hiện là mặt 6 chấm" là bao nhiêu?

Khi gieo một con xúc xắc sẽ có 6 biến cố xảy ra gồm

Số chấm xuất hiện là số 1 $\quad$ Số chấm xuất hiện là số 2

Số chấm xuất hiện là số 3 $\quad$ Số chấm xuất hiện là số 4

Số chấm xuất hiện là số 5 $\quad$ Số chấm xuất hiện là số 6

6 biến cố trên đồng khả năng xảy ra.

Với 1 lần gieo sẽ được một trong các biến cố trên nên xác suất là $\frac{1}{6}$

Kết luận:

- ♣ Trong một trò chơi hay thí nghiệm, Nếu có k biến cố đồng khả năng và luôn xảy ra duy nhất 1 biến cố trong k biến cố đó thì xác suất cho biến cố này là $\frac{1}{k}$

Ví dụ 5: Gieo một con xúc xắc được chế tạo cân đối. Tìm xác suất cho các biến cố sau:

a) A: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 7"

b) B: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 10"

c) C: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2"

Thấy rằng khi gieo một con xúc xắc thì có 6 kết quả có đồng khả năng xảy ra với số chấm xuất hiện trên mặt xúc xắc là các chấm: 1; 2; 3; 4; 5; 6 chấm.

a) Với biến cố A: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc nhỏ hơn 7" thì xác suất là $\frac{6}{6}=1$

b) Với biến cố B: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 10" thì xác suất là $\frac{0}{6}=0$

c) Với biến cố C: " Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc là 2" thì xác suất là $\frac{1}{6}$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Gieo ngẫu nhiên một lần một con xúc xắc.

a) Tính xác suất cho biến cố " Mặt xuất hiện có số chấm là số chẵn".

b) Tính xác suất cho biến cố " Mặt xuất hiện có số chấm là sốchia hết cho 4"

Bài 2: Gieo ngẫu nhiên một lần một con xúc xắc

a) Tính xác suất cho biến cố " Mặt xuất hiện có số chấm là số nguyên tố ".

b) Tính xác suất cho biến cố " Mặt xuất hiện có số chấm là số có hai chữ số".

Bài 3: Lớp $7A$ có 42 học sinh, trong đó có 21 học sinh nam, cô giáo gọi ngẫu nhiên một học sinh trả lời câu hỏi. Tính xác suất để học sinh được trả lời là nữ.

Bài 4: Một hộp có 4 tấm thẻ cùng kích thước được in số lần lượt là $6; 7; 8; 9$. Rút ra ngẫu nhiên một thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A: " Thẻ rút ra ghi số chia hết cho 5"

b) B: " Thẻ rút ra ghi số chính phương"

c) C : " Thẻ rút ra ghi số tròn chục"

d) D : " Thẻ rút ra ghi số lớn hơn 5 ".

Bài 5: Trong một hộp đựng 15 thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp.

a) Tính xác suất cho biến cố " Số trên thẻ rút ra là số chia hết cho 5 ".

b) Tính xác suất cho biến cố " Số trên thẻ rút được là số có hai chữ số"

Bài 6: Danh sách tham dự kì thi " Hùng biện về bạo lực học đường" của lớp $7A$ có 10 bạn. được xếp theo thứ tự từ 1 đến 10 Bạn Hùng đứng ở vị trí thứ 8 trong danh sách đó. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 1 bạn làm đội trưởng.

a) Tính xác xuất của biến cố " Số thứ tự của học sinh được chọn ra làm đội trưởng là số chia hết cho 3 "

b) Tính xác xuất của biến cố " Số thứ tự của học sinh được chọn ra làm đội trưởng là số lớn hơn số thứ tự của bạn Hùng.

c) Bạn Hùng có bao nhiêu phần trăm được chọn làm đội trưởng.

Bài 7: Trên xe taxi đi từ Thanh Hóa lên Hà Nội có 2 hành khách nam và 3 hành khách nữ. Khi đến Phủ Lý, một hành khách xuống xe. Tính xác suất để hành khách xuống xe là nữ.

Bài 8: Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số.

a) Tìm xác xuất của biến cố " Số tự nhiên có hai chữ số này là số chia hết cho 10 " .

b) Tìm xác cuất của biến cố " Số tự nhiên có hai chữ số này là ước của 80 ".

Bài 9: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc. Tính xác suất của các biến cố sau

a) Số chấm xuất hiện là " Đại " (gồm các số $4;5;6$).

b) Số chấm xuất hiện là " Tiểu " (gồm các số $1;2;3$).

Bài 10: Trong một hộp bút bi có 10 chiếc bút, trong đó có 5 chiếc màu đen, 3 chiếc màu xanh và 2 chiếc màu đỏ. Không nhìn mà lấy ngẫu nhiên một chiếc từ trong hộp bút.

a) Tìm xác suất để lấy ra được chiếc bút màu xanh, màu đen.

b) Tìm xác suất để lấy ra được chiếc bút không phải màu xanh.

Bài 11: Trong lớp học thêm có 12 bạn, trong đó có 5 bạn ở lớp 7A, 4 bạn ở lớp $7B$ và 3 bạn ở lớp $7C$. Cô giáo muốn chọn ra một bạn để làm lớp trưởng cho lớp học thêm này.

a) Tính xác suất học sinh được cô chọn là học sinh lớp $7A$.

b) Tính xác suất học sinh được cô chọn là học sinh lớp $7B$.

c) Tính xác suất học sinh được cô chọn là học sinh lớp $7C$ hoặc $7A$.

Bài 12: Một hộp đựng 8 thẻ gồm 3 thẻ đánh chữ A, 2 thẻ đánh chữ B và 2 thẻ đánh chữ C, 1 thẻ đánh số 0. Rút ngẫu nhiên một thẻ từ trong hộp.

a) Tính xác suất cho biến cố " Thẻ rút ra có chữ C ".

b) Tính xác suất cho biến cố " Thẻ rút ra không phải là chữ.

Bài 13: Trong một hộp có 20 thẻ gồm 4 thẻ được đánh số 1, 4 thẻ được đánh số 2, 6 thẻ được đánh số 3, 3 thẻ được đánh số 4 và 3 thẻ được đánh số 5.

Rút ngẫu nhiên 1 thẻ từ trong hộp.

a) Tính xác suất cho biến cố " Thẻ rút ra có số trên thẻ là 3.

b) Tính xác suất khi thẻ rút ra là thẻ mang số lẻ.

c) Tính xác suất khi thẻ rút được mang số chẵn.

Bài 14: Trong hộp có 15 thẻ gồm 5 thẻ có hình ngôi sao, 8 thẻ có hình vuông và 7 thẻ có hình bông hoa. Rút ngẫu nhiên một thẻ bất kì từ trong hộp.

a) Tính xác suất cho biến cố " Thẻ rút ra là hình bông hoa".

b) Tính xác suất cho biến cố " Thẻ rút ra là hình vuông".

c) Tính xác suất cho biến cố " Thẻ rút ra có hình không phải là ngôi sao" .

MỤC LỤC

PHẦN B. HÌNH HỌC ... 2
CHƯƠNG III. GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG ... 2
Bài 1. GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT, TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC. ... 2
Bài 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ DẤU HIỆU NHẬN BIẾT. ... 8
Bài 3. TIÊN ĐỀ EUCLID, TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG ... 12
Bài 4. ĐỊNH LÍ VÀ CHỨNG MINH ĐỊNH LÍ. ... 20
CHƯƠNG IV. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU. ... 23
Bài 1. TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC. ... 23
Bài 2. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU, TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC. ... 27
Bài 3. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC ... 30
Bài 4. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG ... 41
Bài 5. TAM GIÁC CÂN, ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG ... 45
ÔN TẬP CHƯƠNG 4. ... 51
CHƯƠNG IX. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC. ... 55
Bài 1. QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC. ... 55
Bài 2. QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN ... 58
Bài 3. QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH TRONG MỘT TAM GIÁC. ... 60
Bài 4. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, ... 62
BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC. ... 62
Bài 5. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC. ... 68
CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN. ... 75
Bài 1. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG. ... 75
Bài 2. HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC. ... 79

PHẦN B. HÌNH HỌC

CHƯƠNG III. GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Bài 1. GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT, TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC.

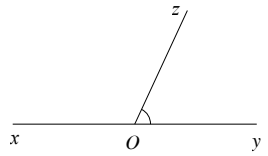
A. LÝ THUYẾT.

1) Hai góc kề bù.

Ví dụ 1: Cho ba tia Ox, Oy, Oz như *Hình* 1.

Biết Ox, Oy là hai tia đối nhau. Khi đó:

Hai góc xOz và yOz gọi là hai góc kề bù.



Hình 1

Kết luận:

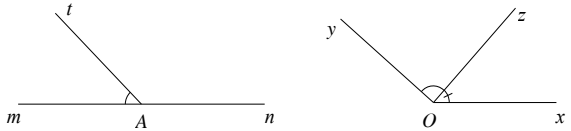
- Hai góc kề bù là hai góc có chung một cạnh, hai cạnh còn lại là hai tia đối nhau.
- Hai góc kề bù có tổng số đo bằng 180^0

Cụ thể: $xOy + yOz = xOy = 180^0$.

Chú ý:

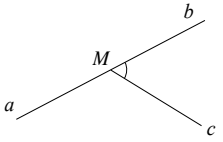
- Hai góc kề bù còn được hiểu là hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau.

Ví dụ 2: Chỉ ra các cặp góc kề bù có trong hình sau



Hình 2

Hình 3



Hình 4

Ở *Hình* 2. Hai góc mAt và nAt là hai góc kề bù.

Ở *Hình* 3. Hai góc xOz và zOy không là hai góc kề bù.

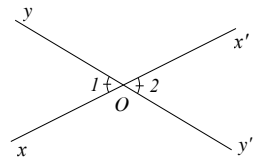
Ở *Hình* 4. Hai góc aMc và bMc là hai góc kề bù.

2) Hai góc đối đỉnh.

Ví dụ 3: Hai đường thẳng xx' cắt đường thẳng yy' như *Hình* 5.

Khi đó:

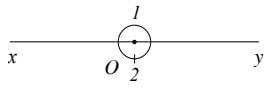
Hai góc O_1 và O_2 được gọi là hai góc đối đỉnh.



Hình 5

Kết luận:

- Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối một cạnh của góc kia.



Hình 6

♣ Hai góc đối đỉnh có số đo bằng nhau.

Cụ thể: $O_1 = O_2$.

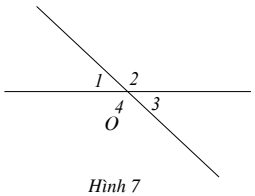
Chú ý:

♣ Góc O_1 đối đỉnh với góc O_2 thì ta cũng nói O_1 và O_2 đối đỉnh với nhau.

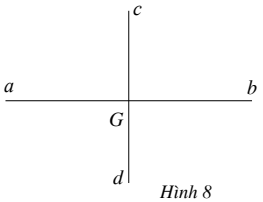
♣ Chúng ta không xét hai góc bẹt đối đỉnh

Cụ thể: *Hình* 6. Hai góc bẹt O_1 và O_2 chúng ta sẽ không xét là hai góc đối đỉnh.

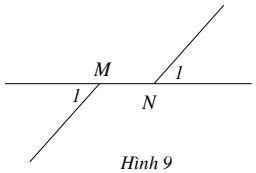
Ví dụ 4: Chỉ ra các cặp góc đối đỉnh có trong hình



Hình 7



Hình 8



Hình 9

Ở *Hình* 7. Hai góc O_1 và O_3 đối đỉnh, hai góc O_2 và O_4 đối đỉnh.

Ở *Hình* 8. Góc aGc đối đỉnh bGd, góc bGc đối đỉnh với aGd.

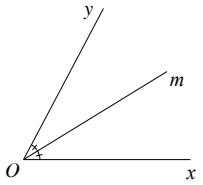
Ở *Hình* 9. Không có cặp góc nào đối đỉnh.

3) Tia phân giác của một góc.

Ví dụ 5: Cho góc xOy và tia Om như *Hình* 10.

Biết rằng tia Om chia xOy thành hai góc nhỏ xOm và yOm bằng nhau. Khi đó:

Tia Om được gọi là tia phân giác của góc xOy.



Hình 10

Kết luận:

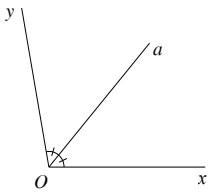
♣ Tia nằm giữa hai cạnh và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau là tia phân giác của góc đó.

♣ Khi Om là tia phân giác của xOy thì $xOm = yOm = \dfrac{xOy}{2}$.

Ví dụ 6: Cho $xOy = 100^0$. Tia Oa là tia phân giác của góc đó.

Tính xOa.

Vì Oa là tia phân giác của góc xOy nên



Hình 11

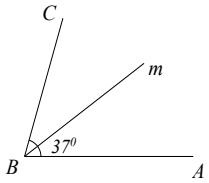
$$xOa = yOa = \frac{xOy}{2} = \frac{100^0}{2} = 50^0. \text{ (}\textit{Hình}\text{ 11)}$$

Ví dụ 7: Cho ABC và tia Bm là tia phân giác của góc đó.

Tính ABC biết $ABm = 37^0$.

Vì Bm là tia phân giác ABC nên

$ABC = 2.ABm = 2.37^0 = 74^0$. (*Hình* 12)

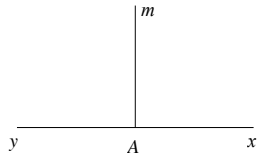


Hình 12

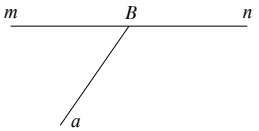
B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Nhận biết các góc kề bù, đối đỉnh và Tia phân giác của một góc.

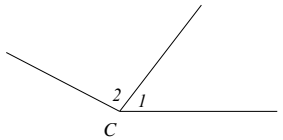
Bài 1: Cho biết các góc kề bù trong các hình sau



Hình 13



Hình 14



Hình 15

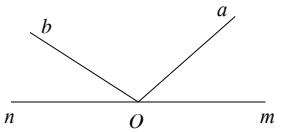
Bài 2: Cho *Hình* 16.

a) Góc mOa kề bù với góc nào?

b) Góc bOm kề bù với góc nào?

c) Hai góc nOb và mOa có kề bù với nhau không?

d) Hai góc nOb và bOa có kề bù với nhau không?

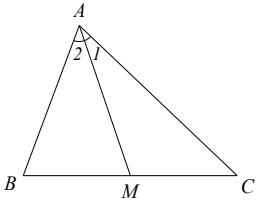


Hình 16

Bài 3: Cho *Hình* 17.

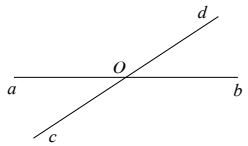
a) Góc A_1 có kề bù với góc A_2 không?

b) Góc AMC kề bù với góc nào?

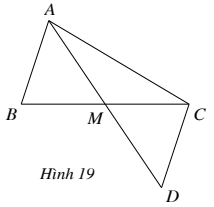


Hình 17

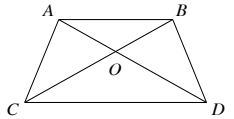
Bài 4: Cho biết các góc đối đỉnh trong các hình sau



Hình 18



Hình 19



Hình 20

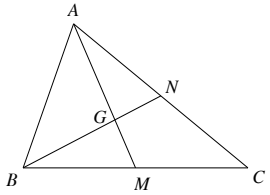
Bài 5: Cho *Hình* 21.

a) Góc AGN đối đỉnh với góc nào?

b) Góc GNM đối đỉnh với góc nào?

c) Hai góc AMB và AMC có đối đỉnh với nhau không?

d) Hai góc NGM và NCM có đối đỉnh với nhau không?



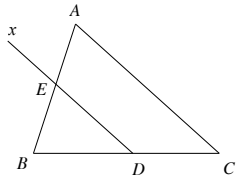
Hình 21

Bài 6: Cho *Hình* 22.

a) Chỉ ra các cặp góc đối đỉnh có trong hình.

b) Hãy chỉ ra hai góc kề bù tại đỉnh D.

c) Góc AED kề bù với góc nào?

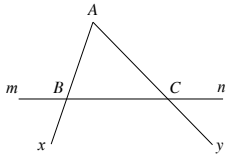


Hình 22

Bài 7: Cho *Hình* 23.

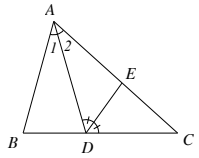
a) Góc ABC đối đỉnh với góc nào? kề bù với góc nào?

b) Góc BCy đối đỉnh với góc nào? kề bù với góc nào?

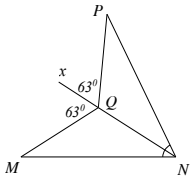


Hình 23

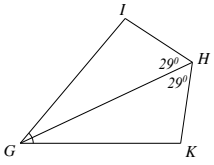
Bài 8: Tìm các tia phân giác có trong các hình sau



Hình 24



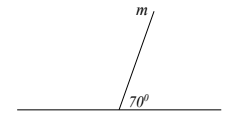
Hình 25



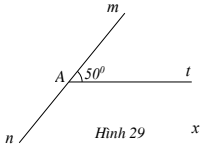
Hình 26

Dạng 2. Tính số đo góc

Bài 1: Cho *Hình* 28. Biết Ox, Oy là hai tia đối nhau, $yOm = 70^0$. Tính xOm.



Hình 28



Hình 29

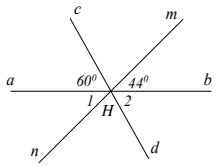
Bài 2: Cho *Hình* 29. Biết nAt và mAt là hai góc kề bù. Biết $mAt = 50^0$. Tính nAt

Bài 3: Cho *Hình* 30. Biết $aHc = 60^0$, $bHm = 44^0$.

a) Tính H_1, H_2.

b) Tính bHc, bHn.

c) Tính mHc.

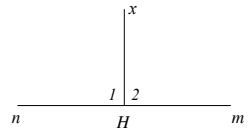


Hình 30

Bài 4: Cho *Hình* 31. Biết $H_1 = H_2$.

a) Hai góc H_1, H_2 là hai góc như thế nào?

b) Tính H_1.



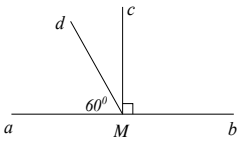
Hình 31

Bài 5: Cho *Hình* 32. Biết $aMd = 60^0$.

a) Tính bMd.

b) Tính aMc.

c) Tính dMc.

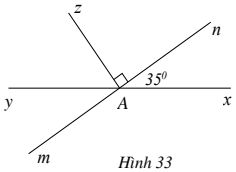


Hình 32

Bài 6: Cho *Hình* 33. Biết $xAn = 35^0$.

a) Tính yAm.

b) Tính yAz.

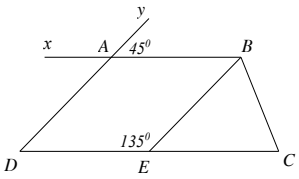


Hình 33

Bài 7: Cho *Hình* 34.

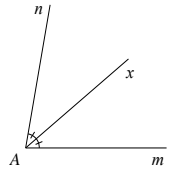
a) Tính BEC và xAy.

b) Tính xAD.



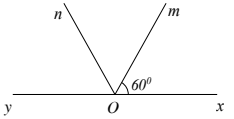
Hình 34

Bài 8: Cho *Hình* 35. Biết Ax là tia phân giác mAn và $mAn = 80^0$. Tính mAx.



Hình 35

Bài 9: Cho xAy và tia An là tia phân giác của góc đó. Biết $xAn = 55^0$. Tính xAy. (*Hình* 36).



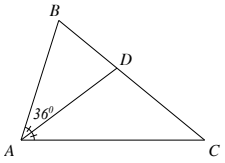
Hình 36

Bài 10: Vẽ hình theo yêu cầu

a) Vẽ $xOy = 72^0$.

b) Vẽ tia Om là tia phân giác của xOy.

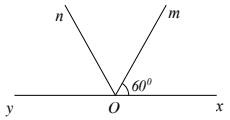
c) Tính mOy.



Hình 37

Bài 11: Cho tam giác ABC và AD là tia phân giác của góc A.

Biết rằng $BAD = 36^0$. Tính BAC. (*Hình* 37)



Hình 38

Bài 12: Cho *Hình* 38. Biết $xOm = 60^0$, $xOn = 120^0$.

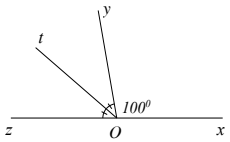
a) Tính mOn.

b) Om là tia phân giác của góc nào?

c) On là tia phân giác của góc nào?

Bài 13: Cho hai góc kề bù xOy, yOz sao cho $xOy = 100^0$.

Vẽ tia Ot là phân giác yOz. (*Hình* 39).

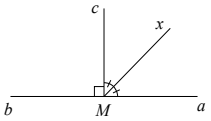


Hình 39

a) Tính yOz.

b) Chỉ ra rằng $zOt = \frac{2}{5}xOy$.

Bài 14: Cho *Hình* 40. Biết Mx là tia phân giác của aMc.



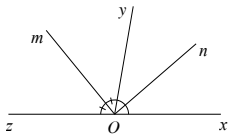
Hình 40

a) Tính aMc.

b) Tính bMx.

Bài 15: Cho hai góc kề bù xOy và yOz sao cho $xOy = 80^0$.

Hai tia On, Om lần lượt là hai tia phân giác của hai góc xOy và yOz (*Hình* 41).



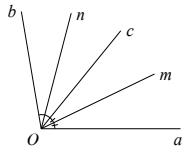
Hình 41

a) Tính yOz.

b) Tính mOn.

Bài 16: Cho $aOb = 100^0$. Oc là tia phân giác của góc đó.

Vẽ hai tia Om, On lần lượt là tia phân giác của aOc, bOc.

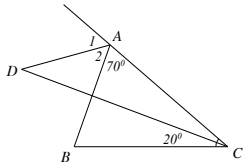


Hình 42

a) Tính aOc.

b) Tính mOn.

Bài 17: Cho *Hình* 43. Biết AD là tia phân giác BAx, CD là tia phân giác ACB, số đo $BAC = 70^0$, $BDC = 20^0$.



Hình 43

a) Tính ACB.

b) Tính A_1, A_2.

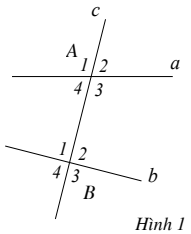
Bài 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ DẤU HIỆU NHẬN BIẾT.

A. LÝ THUYẾT.

1) Các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng.

Ví dụ 1: Vẽ hai đường thẳng a, b không trùng nhau.

Vẽ tiếp đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b lần lượt tại hai điểm A, B (*Hình* 1). Khi đó:



Hình 1

- Các cặp góc so le trong gồm: A_3 và B_1, A_4 và B_2.
- Các cặp góc đồng vị gồm:

  A_1 và B_1, A_2 và B_2, A_3 và B_3, A_4 và B_4.
- Các cặp góc trong cùng phía gồm: A_4 và B_1, A_3 và B_2.

Chú ý:

- Các cặp góc so le trong, đồng vị hay trong cùng phía chưa chắc đã bằng nhau

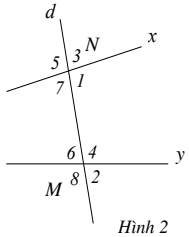
Ví dụ 2: Cho *Hình* 2.

a) Hãy chỉ ra các cặp góc so le trong

b) Hãy chỉ ra các cặp góc đồng vị.

c) Góc N_7 trong cùng phía với góc nào?

Góc M_6 trong cùng phía với góc nào?

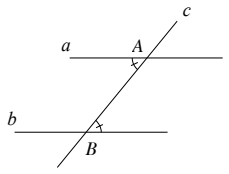


Hình 2

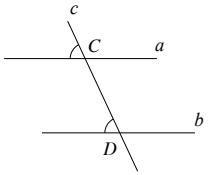
2) Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.

- Nếu một đường thẳng c cắt hai đường thẳng phân biệt a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau thì hai đường thẳng a và b song song với nhau.

Ví dụ 3: Cho *Hình* 3 và *Hình* 4.



Hình 3



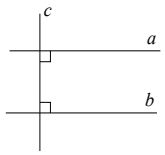
Hình 4

Ở *Hình* 3. Nhận thấy có $A = B$ mà A, B là hai góc so le trong nên $a // b$.

Ở *Hình* 4. Nhận thấy có $C = D$ mà C, D là hai góc đồng vị nên $a // b$.

Nhận xét:

♣ Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.



Hình 5

Cụ thể:

Ở *Hình* 5. Ta thấy $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow a // b.$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Nhận biết các cặp góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía

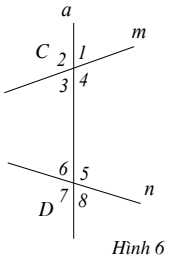
Bài 1: Cho *Hình* 6. Hãy chỉ ra

a) Các cặp góc so le trong

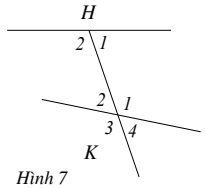
b) Các cặp góc trong cùng phía.

c) Góc C_1 đồng vị với góc nào?

Góc D_7 đồng vị với góc nào?



Hình 6



Hình 7

Bài 2: Cho *Hình* 7. Hãy chỉ ra

a) Các cặp góc so le trong

b) Các cặp góc đồng vị

c) Các cặp góc trong cùng phía.

Bài 3: Cho *Hình* 8. Hãy cho biết

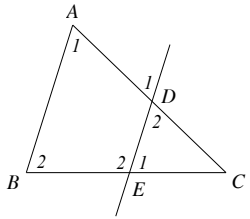
a) A_1 so le trong với góc nào?

b) D_1, D_2 là hai góc gì?

c) D_1, E_2 là hai góc gì?

d) D_2 trong cùng phía với góc nào? so le trong với góc nào?

e) B_2 đồng vị với góc nào, trong cùng phía với góc nào?



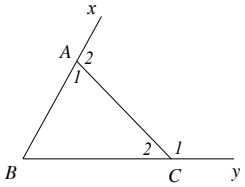
Hình 8

Bài 4: Cho *Hình* 9.

a) Hãy chỉ ra các cặp góc so le trong có trong hình.

b) Hãy chỉ ra các cặp góc trong cùng phía có trong hình

c) Hãy chỉ ra các cặp góc đồng vị.

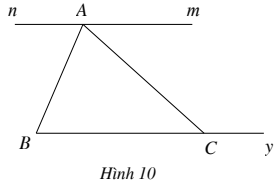


Hình 9

Bài 5: Cho *Hình* 10.

a) Chỉ ra góc so le trong với góc BAn, nAC.

b) Chỉ ra góc trong cùng phía với B, ACB.



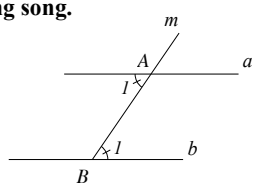
Hình 10

Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng song song.

Bài 1: Cho *Hình* 11.

a) A_1, B_1 là hai góc như thế nào?

b) Chứng tỏ đường thẳng $a // b$.

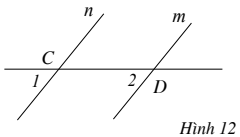


Hình 11

Bài 2: Cho *Hình* 12.

a) Cho biết C_1, D_2 là hai góc gì?

b) Chứng tỏ $m // n$.

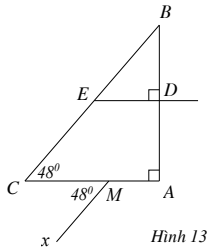


Hình 12

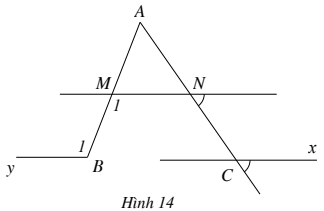
Bài 3: Cho *Hình* 13.

a) Chứng tỏ rằng $DE // AC$.

b) Chứng tỏ rằng $CB // Mx$.



Hình 13



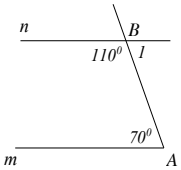
Hình 14

Bài 4: Cho *Hình* 14. Biết $M_1 = B_1$

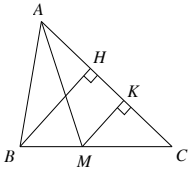
a) Chứng tỏ rằng $By // MN$.

b) Chứng tỏ rằng $MN // Cx$.

Bài 5: Cho *Hình* 15. Chứng tỏ rằng $Am // Bn$.



Hình 15



Hình 16

Bài 6: Cho *Hình* 16.

a) HBM và KMC là hai góc gì?

b) Chứng tỏ rằng $BH // MK$.

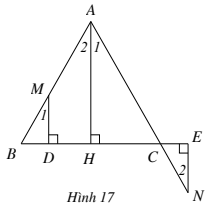
Bài 7: Cho *Hình* 17.

a) Cho biết A_2 và M_1 là hai góc ở vị trí như thế nào?

b) Hai góc A_1 và N_2 là hai góc gì?

c) Chứng tỏ rằng $MD // AH$

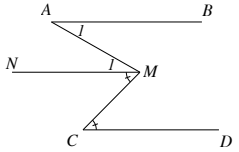
d) Chứng tỏ rằng $NE // MD$



Hình 17

Bài 8: Cho *Hình* 18. Biết AC là tia phân giác $BAx, C = 55^0$, $A = 70^0$.

a) Tính CAx.



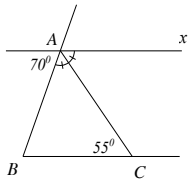
Hình 19

b) Chứng tỏ rằng $Ax // BC$.

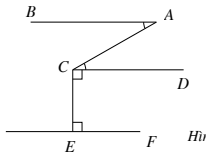
Bài 9: Cho *Hình* 19. Biết $A_1 = M_1$.

a) Chứng tỏ rằng $AB // MN$

b) Chứng tỏ rằng $MN // CD$.



Hình 18

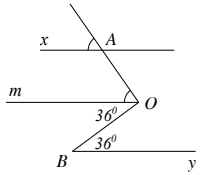


Hình 21

Bài 10: Cho *Hình* 20.

a) Chứng tỏ rằng $Ax // Om$.

b) Chứng tỏ rằng $Om // By$.

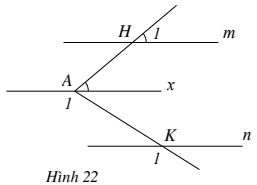


Hình 20

Bài 11: Cho *Hình* 21.

a) Chứng tỏ rằng $AB // CD$.

b) Chứng tỏ rằng $CD // EF$.



Hình 22

Bài 12: Cho *Hình* 22.

a) Chứng tỏ rằng $Hm // Ax$.

b) Chứng tỏ rằng $Ax // Kn$.

Bài 3. TIÊN ĐỀ EUCLID
TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A. LÝ THUYẾT.

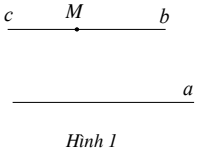
1) Tiên đề Euclid về đường thẳng song song.

Ví dụ 1: Vẽ đường thẳng a và một điểm $M \notin a$.

Vẽ đường thẳng b đi qua M và song song với a.

Vẽ tiếp đường thẳng c cũng đi qua M và song song với a.

Nhận thấy rằng đường thẳng b và c trùng nhau.



Hình 1

Kết luận:

♣ Qua một điểm ở bên ngoài một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Cụ thể:

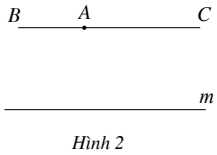
Ở *Hình* 1. Chỉ có một đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng a.

Ví dụ 2: Cho *Hình* 2. Biết $AB // m$ và $AC // m$. Chứng tỏ rằng B, A, C thẳng hàng.

Vì $AB // m$ nên A, B nằm trên đường thẳng đi qua A và song song với m (1)

Vì $AC // m$ nên A, C nằm trên đường thẳng đi qua A và song song với m (2)

Từ $(1), (2)$ ta được ba điểm B, A, C cùng nằm trên một đường thẳng nên chúng thẳng hàng.



Hình 2

2) Tính chất của hai đường thẳng song song.

Ví dụ 3: Cho hai đường thẳng $a // b$. đường thẳng c cắt hai đường thẳng a và b lần lượt tại hai điểm A và B. (*Hình* 3).

Nhận thấy rằng khi đó $A_1 = B_1$ và $A_1 = B_2$

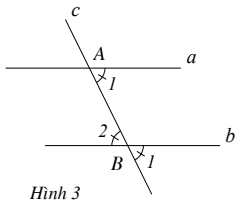
Kết luận:

♣ Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

. Hai góc so le trong bằng nhau.

. Hai góc đồng vị bằng nhau.

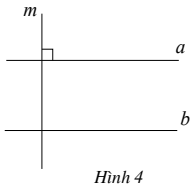
. Hai góc trong cùng phía bù nhau. (tổng bằng 180^0).



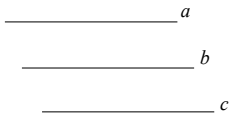
Hình 3

Nhận xét:

- ♣ Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia (*Hình* 4)
- ♣ Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau (*Hình* 5)



Hình 4



Hình 5

B. BÀI TẬP.

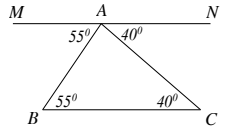
Dạng 1. Chứng minh ba điểm thẳng hàng.

Bài 1: Cho *Hình* 6.

a) Chứng tỏ rằng $AM // BC$.

b) Chứng tỏ rằng $AN // BC$.

c) Chứng tỏ rằng ba điểm M, A, N thẳng hàng.



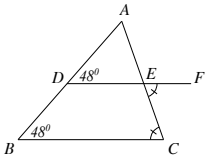
Hình 6

Bài 2: Cho *Hình* 7.

a) Chứng tỏ rằng $DE // BC$.

b) Chứng tỏ rằng $EF // BC$.

c) Chứng tỏ rằng ba điểm D, E, F thẳng hàng.



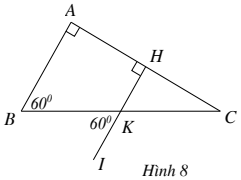
Hình 7

Bài 3: Cho *Hình* 8.

a) Chứng tỏ rằng $KH // AB$.

b) Chỉ ra $KI // AB$.

c) Chứng tỏ rằng ba điểm H, K, I thẳng hàng



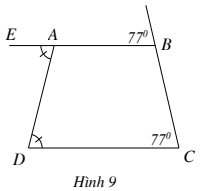
Hình 8

Bài 4: Cho *Hình* 9.

a) Chứng tỏ rằng $AE // DC$

b) Chỉ ra rằng $BA // DC$.

c) Chứng tỏ rằng ba điểm E, A, B thẳng hàng.

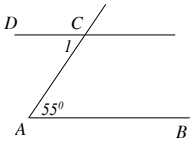


Hình 9

Dạng 2. Tính giá trị các góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía.

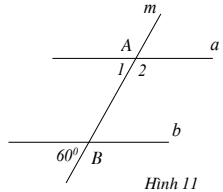
Bài 1: Cho *Hình* 10. Biết $DC // AB$ và $A = 55^0$.

Tính C_1.



Hình 10

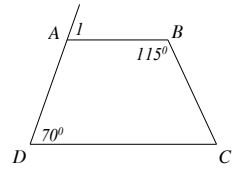
Bài 2: Cho *Hình* 11. Biết $a // b$ và $B = 60^0$. Tính A_1, A_2.



Hình 11

Bài 3: Cho *Hình* 12. Biết $AB // DC$.

và $D = 70^0$, $B = 115^0$. Tính A_1, C.

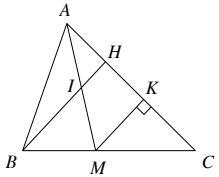


Hình 12

Bài 4: Cho *Hình* 13. Biết $BH // MK$ và $BIM = 57^0$.

a) Chứng tỏ rằng $BH \perp AC$.

b) Tính IMK.

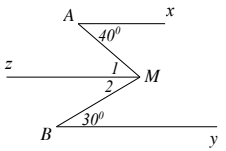


Hình 13

Bài 5: Cho *Hình* 14. Biết $Ax // Mz$ và $By // Mz$.

a) Tính M_1, M_2.

b) Tính AMB.

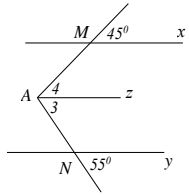


Hình 14

Bài 6: Cho *Hình* 15. Biết $Mx // Az, Ny // Az$.

a) Tính A_3, A_4.

b) Tính MAN.

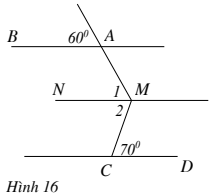


Hình 15

Bài 7: Cho *Hình* 16. Biết $AB // MN, CD // MN$.

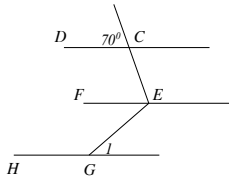
a) Tính M_1, M_2.

b) Tính AMC.



Hình 16

Bài 8: Cho *Hình* 17. Biết $DC // EF, HG // EF$ và $CEG = 110^0$. Tính G_1.



Hình 17

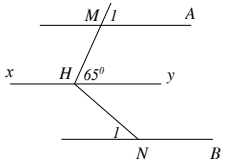
Bài 9: Cho *Hình* 18.

Biết $MA // xy, NB // xy$

Và $MHN = 105^0$.

a) Tính M_1.

b) Tính N_1.



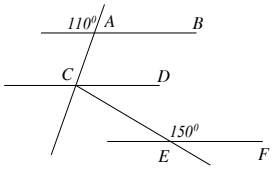
Hình 18

Bài 10: Cho *Hình* 19. Biết $AB // CD, CD // EF$

a) Tính ACD và DCE.

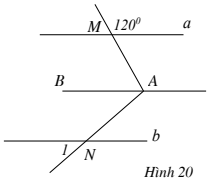
b) Tính ACE.

c)



Hình 19

Bài 11: Cho *Hình* 20. Biết $a // AB$, $b // AB$ và $MAN = 100^0$. Tính N_1.

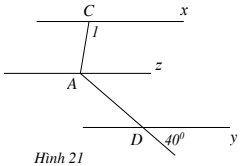


Hình 20

Bài 12: Cho *Hình* 21. Biết $x // z, y // z$ và $CAD = 120^0$.

a) Tính DAz.

b) Tính C_1.



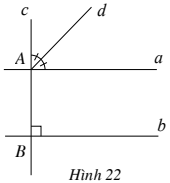
Hình 21

Dạng 3. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

Bài 1: Cho *Hình* 22. Biết $a // b$ và Ad là phân giác aAc.

a) Chứng tỏ rằng $a \perp c$.

b) Tính cAd.

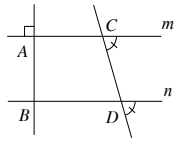


Hình 22

Bài 2: Cho *Hình* 23.

a) Chứng tỏ rằng $m // n$.

b) Chứng tỏ rằng $AB \perp n$.

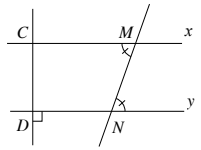


Hình 23

Bài 3: Cho *Hình* 24.

a) Chỉ ra rằng $x // y$.

b) Chỉ ra rằng $x \perp CD$.

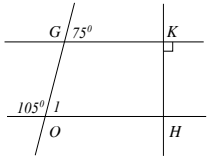


Hình 24

Bài 4: Cho *Hình* 25.

a) Tính O_1 rồi chỉ ra $GK // OH$.

b) Chứng tỏ rằng $OH \perp HK$.

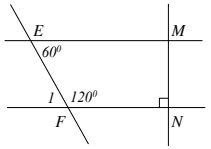


Hình 25

Bài 5: Cho *Hình* 26.

a) Tính F_1 và chỉ ra $EM // FN$.

b) Chỉ ra rằng $EM \perp MN$.

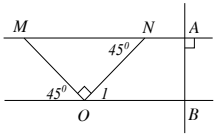


Hình 26

Bài 6: Cho *Hình* 27.

a) Tính O_1 rồi chỉ ra $AM // OB$.

b) Chứng tỏ rằng $OB \perp AB$.



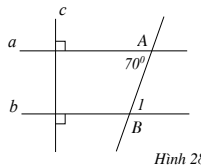
Hình 27

Dạng 4. Tính giá trị góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía.

Bài 1: Cho *Hình* 28. Biết $A = 70^0$.

a) Chứng tỏ rằng $a // b$.

b) Tính B_1.

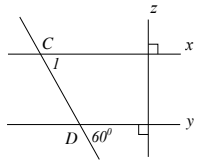


Hình 28

Bài 2: Cho *Hình* 29. Biết $D = 60^0$

a) Chỉ ra rằng $x // y$.

b) Tính C_1.

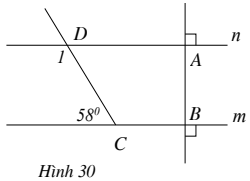


Hình 29

Bài 3: Cho *Hình* 30.

a) Chỉ ra rằng $m // n$.

b) Tính D_1.

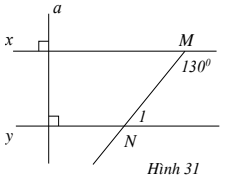


Hình 30

Bài 4: Cho *Hình* 31.

a) Chỉ ra rằng $x // y$.

b) Tính N_1.

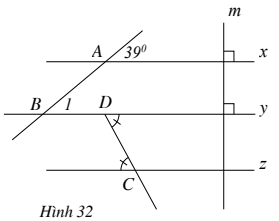


Hình 31

Bài 5: Cho *Hình* 32.

a) Tính B_1.

b) Chỉ ra rằng $y // z$ rồi suy ra $x // z$.

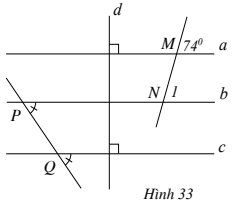


Hình 32

Bài 6: Cho *Hình* 33.

a) Chỉ ra rằng $a // c$ và $b // c$ rồi suy ra $a // b$.

b) Tính N_1.

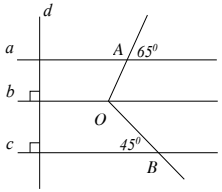


Hình 33

Bài 7: Cho *Hình* 34. Biết $a // c$.

a) Chỉ ra $a // b$.

b) Tính AOB.



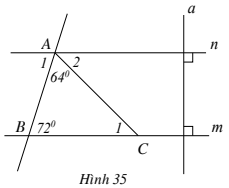
Hình 34

Bài 8: Cho *Hình* 35.

a) Chỉ ra $m // n$.

b) Tính A_1.

c) Tính C_1.

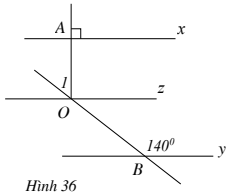


Hình 35

Bài 9: Cho *Hình* 36. Biết $y // z$ và $y // x$.

a) Chỉ ra rằng $x // z$ rồi suy ra $AO \perp Oz$.

b) Tính BOz rồi suy ra O_1.



Hình 36

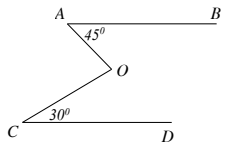
Dạng 5. Vẽ thêm hình phụ để tính số đo góc.

Bài 1: Cho *Hình* 37. Biết $AB // CD$.

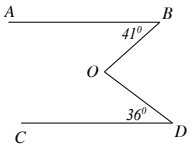
Tính AOC.

Bài 2: Cho *Hình* 38. Biết $AB // CD$.

Tính BOD.



Hình 37



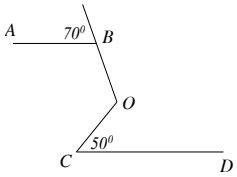
Hình 38

Bài 3: Cho *Hình* 39. Biết $AB // CD$.

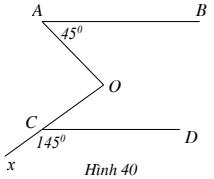
Tính BOC.

Bài 4: Cho *Hình* 40. Biết $AB // CD$.

Tính AOC.



Hình 39



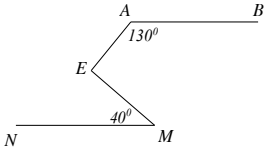
Hình 40

Bài 5: Cho *Hình* 41. Biết $AB // MN$.

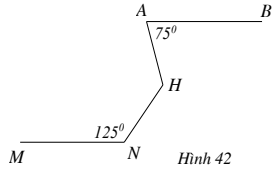
Tính AEM.

Bài 6: Cho *Hình* 42. Biết $AB // MN$.

Tính AHN.



Hình 41



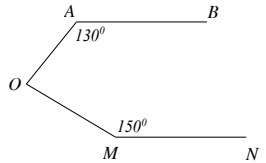
Hình 42

Bài 7: Cho *Hình* 43. Biết $AB // MN$. Tính AOM.

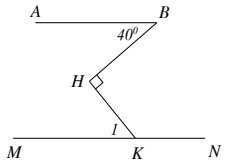
Bài 8: Cho *Hình* 44. Biết $AB // MN$. Tính K_1.

Bài 9: Cho *Hình* 45. Biết $AB // MN$.

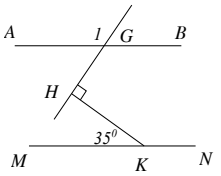
Tính G_1.



Hình 43

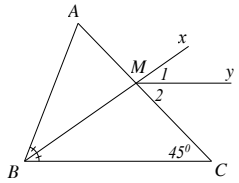


Hình 44



Hình 45

Bài 10: Cho *Hình* 46. Biết Bx là tia phân giác góc ABC, Tia $My // BC$ và My là tia phân giác góc CMx.



Hình 46

a) Tính M_1.

b) Tính ABC rồi suy ra ABM.

Bài 4. ĐỊNH LÍ VÀ CHỨNG MINH ĐỊNH LÍ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Định lí. Giả thiết và kết luận của định lí.

Ví dụ 1: Với kết luận " Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau". Đây được coi là một định lí.

Khi đó Hai góc đối đỉnh được gọi là giả thiết còn bằng nhau được gọi là kết luận của định lí đó.

Kết luận:

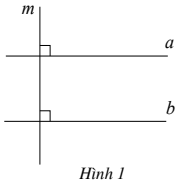
- Định lí là một khẳng định được suy ra từ những khẳng định đúng đã biết.
- Mỗi định lí thường được viết dưới dạng: " Nếu .. (1) .. thì .. (2) .." .

  Trong đó: Phần nội dung (1) là giả thiết của định lí còn phần (2) là kết luận của định lí.

Ví dụ 2: Với tính chất: " Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau". Tính chất này là một định lí.

Khi đó ta sẽ viết giả thiết và kết luận cho định lí này như sau.

GT	$a \perp m, b \perp m$
KL	$a // b.$

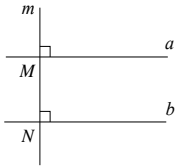


Hình 1

2) Chứng minh định lí.

Ví dụ 3: Quay trở lại định lí ở ví dụ 2:

Giả sử đường thẳng a vuông góc với m tại M và b vuông góc với m tại N.



Hình 2

Khi đó $M = N = 90^0$. mà M, N là hai góc đồng vị (*Hình* 2)

Nên $a // b$.

Cách làm trên gọi là đi chứng minh một định lí.

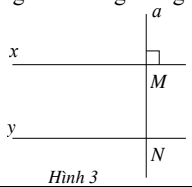
Kết luận:

- Chứng minh định lí là dùng lập luận để từ giả thiết và những khẳng định đúng đã biết suy ra kết luận của định lí.

Ví dụ 4: Cho định lí sau: " Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng còn lại ".

a) Vẽ hình và viết giả thiết và kết luận cho định lí trên.

b) Chứng minh định lí trên.



Hình 3

a) *Hình* 3.

GT	$x // y, a \perp x$
KL	$a \perp y$.

b) Vì $x // y$ nên $M = N$ (đồng vị) mà $M = 90^0 \Rightarrow N = 90^0$. Vậy $a \perp y$.

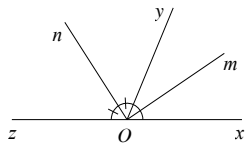
Ví dụ 5: Cho xOy, yOz là hai góc kề bù, hai tia Om, On lần lượt là hai tia phân giác của hai góc trên. Chứng minh rằng $Om \perp On$.

a) Viết giả thiết và kết luận cho bài toán trên.

b) Chứng minh bài toán trên.

a) *Hình* 4.

GT	xOy, yOz kề bù. Om, On lần lượt là phân giác xOy, yOz.
KL	Chứng minh $mOn = 90^0$.



Hình 4

b) Vì xOy, yOz kề bù nên $xOy + yOz = 180^0$.

Om, On lần lượt là hai tia phân giác của hai góc xOy, yOz.

Nên $mOy = \frac{1}{2}xOy$ và $nOy = \frac{1}{2}yOz$. Khi đó

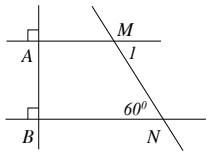
$mOn = mOy + nOy = \frac{1}{2}xOy + \frac{1}{2}yOz = \frac{1}{2}\left(xOy + yOz\right) = \frac{1}{2}.180^0 = 90^0$. Vậy $Om \perp On$.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho *Hình* 5. Tính M_1.

a) Viết giả thiết và kết luận cho bài toán trên.

b) Chúng minh bài toán trên.

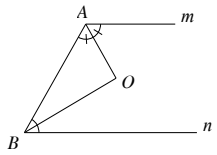


Hình 5

Bài 2: Cho *Hình* 6. Biết $Am // Bn$

Hai tia phân giác của hai góc A, B

cắt nhau tại O. Tính AOB.



Hình 6

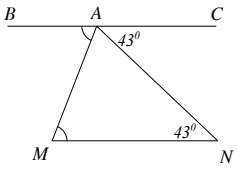
a) Viết giả thiết và kết luận cho bài toán.

b) Chứng minh bài toán trên.

Bài 3: Cho *Hình* 7. Chứng tỏ rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.

a) Viết giả thiết và kết luận cho bài toán.

b) Chứng minh bài toán trên.

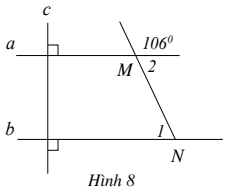


Hình 7

Bài 4: Cho *Hình* 8.

a) Chứng minh rằng $a // b$.

b) Tính N_1.



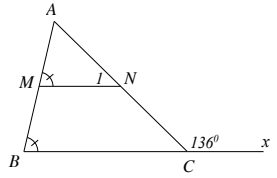
Hình 8

(có viết giả thiết và kết luận)

Bài 5: Cho *Hình* 9.

a) Chứng minh $MN // Bx$.

b) Tính N_1.

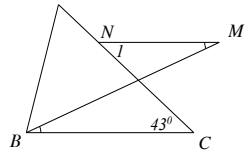


Hình 9

Bài 6: Cho *Hình* 10.

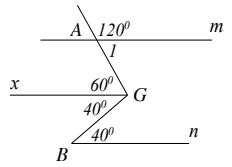
a) Chứng minh $MN // BC$.

b) Tính N_1.



Hình 10

Bài 7: Cho *Hình* 11. Chứng minh rằng $Am // Bn$.



Hình 11

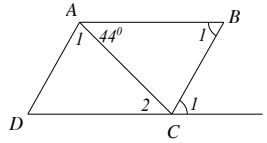
Bài 8: Cho *Hình* 12. Biết $DAB = 120^0$.

a) Chứng minh rằng $AB // DC$.

b) Tính A_1.

c) Tính C_2 và ACB

rồi suy ra $AD // BC$.

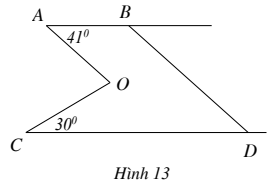


Hình 12

Bài 9: Cho *Hình* 13. Biết $AO // BD$, $AOC = 71^0$.

a) Chứng minh $AB // CD$.

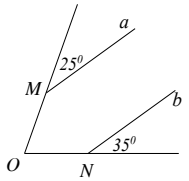
b) Tính BDC.



Hình 13

Bài 10: Cho *Hình* 14. Biết $MON = 70^0$.

Chứng minh $Ma // Nb$.



Hình 14

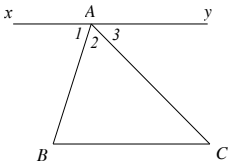
CHƯƠNG IV. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU.

Bài 1. TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Tổng các góc trong một tam giác.

Ví dụ 1: Vẽ ΔABC, từ đỉnh A vẽ đường thẳng $xy \,//\, BC$. (*Hình* 1).



Hình 1

a) Chứng minh rằng $A_1 = B$.

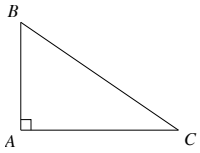
b) Chứng minh rằng $A_3 = C$.

c) Chứng minh rằng $A_2 + B + C = 180^0$.

a) Vì $xy \,//\, BC \Rightarrow A_1 = B$ (so le trong).

b) Vì $xy \,//\, BC \Rightarrow A_3 = C$ (so le trong).

c) Khi đó $A_2 + B + C = A_2 + A_1 + A_3 = xAy = 180^0$.



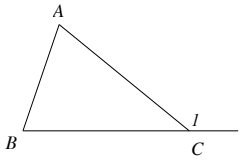
Hình 2

Kết luận:

- ♣ Tổng ba góc trong một tam giác bằng 180^0.
- ♣ Tam giác có ba góc đều là góc nhọn gọi là tam giác nhọn.
- ♣ Tam giác có một góc tù thì gọi là tam giác tù.
- ♣ Tam giác có một góc vuông thì gọi là tam giác vuông.

  Cụ thể ΔABC vuông tại A, khi đó cạnh BC gọi là cạnh huyền, hai cạnh AB, AC gọi là hai cạnh góc vuông. (*Hình* 2).
- ♣ ΔABC có C_1 kề bù với góc C nên C_1 gọi là góc ngoài của tam giác.

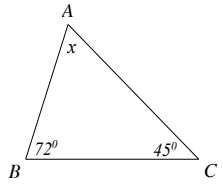
  Cụ thể: ΔABC có C_1 là góc ngoài thì $C_1 = A + B$.



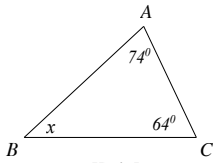
Hình 3

B. BÀI TẬP.

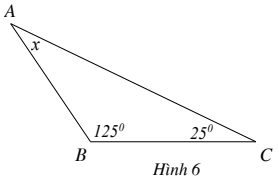
Bài 1: Tính số đo x trong các hình sau:



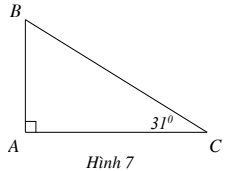
Hình 4



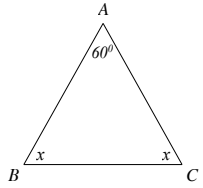
Hình 5



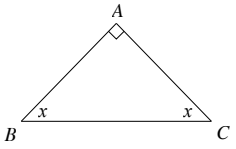
Hình 6



Hình 7

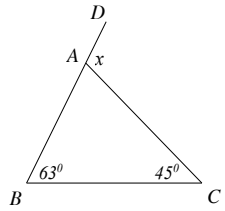


Hình 8

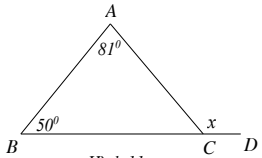


Hình 9

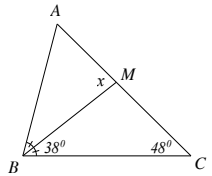
Bài 2: Tìm số đo x trong các hình sau:



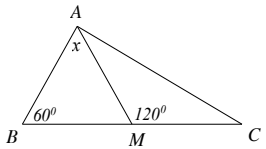
Hình 10



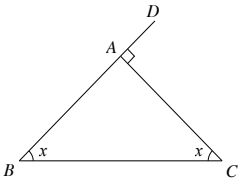
Hình 11



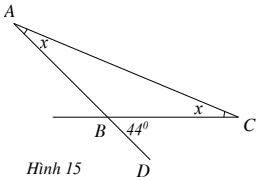
Hình 12



Hình 13

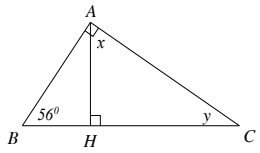


Hình 14

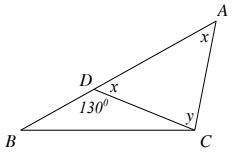


Hình 15

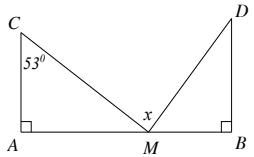
Bài 3: Tìm số đo x, y trong các hình sau:



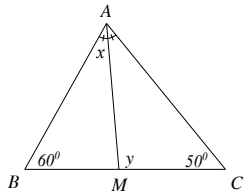
Hình 16



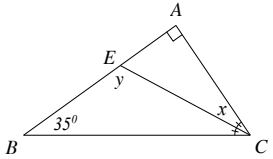
Hình 17



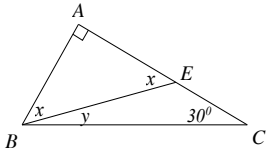
Hình 18



Hình 19



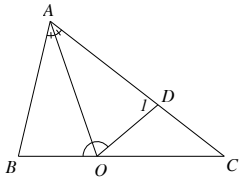
Hình 20



Hình 21

Bài 4: Cho *Hình* 22. Biết AO là tia phân giác góc BAD.

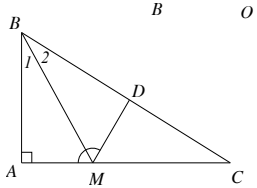
và $AOB = AOD$. Chứng minh rằng $B = D_1$.



Hình 22

Bài 5: Cho *Hình* 23. Biết $B_1 = B_2$, $AMB = DMB$.

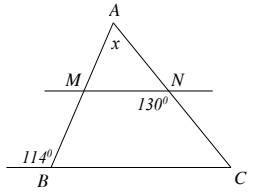
Chứng minh rằng $MD \perp BC$.



Hình 23

Bài 6: Cho *Hình* 24. Biết MN // BC.

Tính số đo x trong hình.

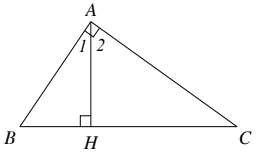


Hình 24

Bài 7: Cho ΔABC vuông tại A.

Kẻ $AH \perp BC$. (*Hình* 25).

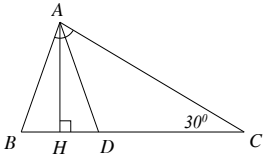
Chứng minh rằng $A_1 = C$.



Hình 25

Bài 8: Cho ΔABC có $ABC = 70^0, ACB = 30^0$.

AD là tia phân giác BAC, kẻ $AH \perp BC$. (*Hình* 26).



Hình 26

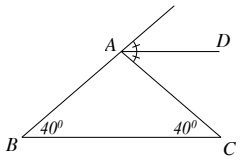
a) Tính BAC.

b) Tính ADB và HAD.

Bài 9: Cho ΔABC có $B = C = 40^0$.

AD là tia phân giác góc ngoài tại đỉnh A (*Hình* 27).

Chứng minh rằng AD // BC.

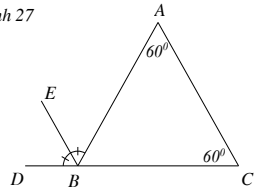


Hình 27

Bài 10: Cho ΔABC có $A = C = 60^0$.

BE là tia phân giác góc ngoài tại B. (*Hình* 28).

Chứng minh rằng BE // AC.



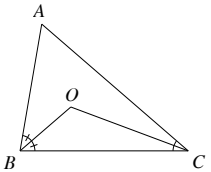
Hình 28

Bài 11: Cho ΔABC có $B = 80^0, C = 40^0$.

BO, CO lần lượt là hai tia phân giác

của hai góc B, C.

Tính BOC. (*Hình* 29).

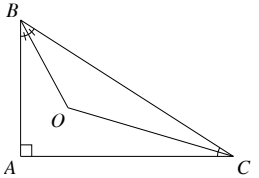


Hình 29

Bài 12: Cho ΔABC có $A = 90^0$.

BO, CO lần lượt là hai tia phân giác của B, C.

Tính BOC. (*Hình* 30).



Hình 30

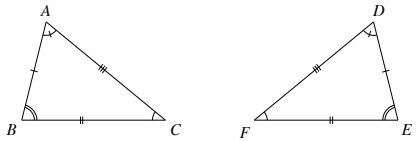
Bài 2. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU

TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Hai tam giác bằng nhau.

Ví dụ 1: Cho ΔABC và ΔDEF như *Hình* 1.



Hình 1

Nhận thấy ΔABC và ΔDEF có ba cạnh bằng nhau:

$AB = DE$, $AC = DF$, $BC = FE$

và ba góc bằng nhau: $A = D$, $B = E$, $C = F$

Nên hai ΔABC và ΔDEF gọi là hai tam giác bằng nhau.

Khi đó cạnh AB và cạnh DE gọi là hai cạnh tương ứng và A và D gọi là hai góc tương ứng.

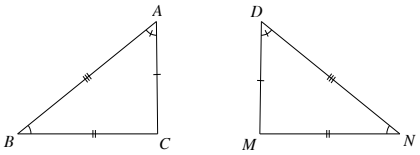
Kết luận:

- ♣ Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có cạnh cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.
- ♣ Kí hiệu: $\Delta ABC = \Delta DEF$ cần chú ý về thứ tự các đỉnh khi kí hiệu hai tam giác bằng nhau

Ví dụ 2: Cho *Hình* 2.

a) Chứng minh $C = M$.

b) Chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta DNM$.



Hình 2

a) ΔABC có $A + B + C = 180^0$

ΔDMN có $D + M + N = 180^0$

Suy ra $A + B + C = D + M + N$ mà $\begin{cases} A = D \\ B = N \end{cases} \Rightarrow C = M$

b) Xét ΔABC và ΔDNM có:

$AB = DN$, $AC = DM$, $BC = MN$ (giả thiết)

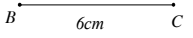
$A = D$, $B = N$ (giả thiết) và $C = M$ (chứng minh câu a)

Vậy $\Delta ABC = \Delta DNM$.

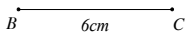
2) Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác.

Ví dụ 1: Vẽ ΔABC biết $BC = 6cm$, $AC = 4cm$, $AB = 5cm$.

Vẽ cạnh $BC = 6cm$.



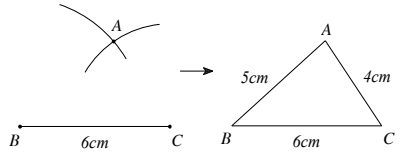
Vẽ cung tròn tâm B bán kính $5cm$.



Vẽ tiếp cung tròn tâm C bán kính $4cm$.

Hai cung tròn cắt nhau tại điểm A

Nối các điểm ta được ΔABC. (*Hình* 3).

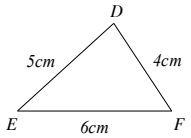


Hình 3

Ví dụ 2: Vẽ thêm ΔDEF có $EF = 6cm$, $DF = 4cm$, $DE = 5cm$.

Làm giống ví dụ 1 ta được ΔBEF như *Hình* 4.

Cho nhận xét về ΔABC và ΔDEF.



Hình 4

Kết luận:

- ♣ Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác ấy bằng nhau
- ♣ Kí hiệu: $\Delta ABC = \Delta DEF(c.c.c)$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Xác định các yếu tố bằng nhau của hai tam giác

Bài 1: Cho $\Delta ABC = \Delta DEF$

a) Hãy chỉ ra các cạnh tương ứng bằng nhau. Các góc tương ứng bằng nhau.

b) Nếu $BC = 7cm$ thì cạnh nào cũng bằng $7cm$.

Bài 2: Cho $\Delta ABC = \Delta DMN$. Biết $BC = 6cm$, $B = 60^0$, $AC = 4cm$.

a) ΔDMN có góc nào cũng có số đo bằng 60^0

b) Suy ra số đo cạnh nào của ΔDMN.

Bài 3: Cho $\Delta ABC = \Delta HIK$. Biết $AB = 7cm$, $BC = 8cm$, $HK = 7cm$.

a) Cạnh AC bằng bao nhiêu cm?

b) Tính chu vi của mỗi tam giác trên.

Bài 4: Cho $\Delta ABC = \Delta DMN$. Biết $A = 50^0$, $M = 60^0$

a) Tính C của ΔABC

b) Tính số đo các góc còn lại của ΔDMN.

Bài 5: Cho $\Delta ABD = \Delta HIK$. Biết $B = 90^0$, $D = 45^0$.

a) Tính số đo góc A của ΔABC.

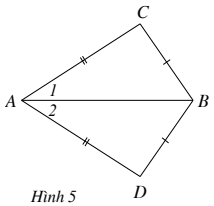
b) Cho biết ΔHIK là tam giác gì?

Dạng 2. Chứng minh hai tam giác bằng nhau

Bài 1: Cho *Hình* 5.

a) Chứng minh $\Delta ABC = \Delta ABD$.

b) Chứng minh $A_1 = A_2$.



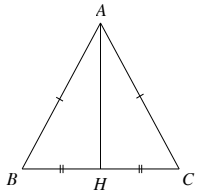
Hình 5

Bài 2: Cho *Hình* 6.

a) Chứng minh $\Delta AHB = \Delta AHC$.

b) Chứng minh $B = C$.

c) Chứng minh $AH \perp BC$.

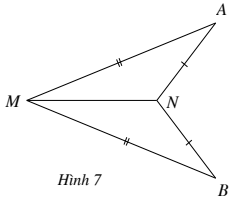


Hình 6

Bài 3: Cho *Hình* 7.

a) Chứng minh $\Delta ANM = \Delta BNM$.

b) Chứng minh MN là tia phân giác AMB.

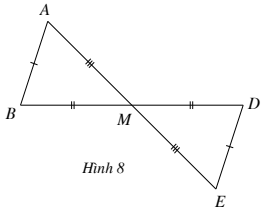


Hình 7

Bài 4: Cho *Hình* 8.

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta EDM$.

b) Chứng minh $AB // DE$.

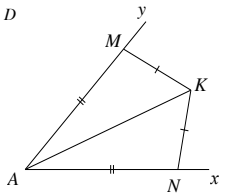


Hình 8

Bài 5: Cho *Hình* 9.

a) Chứng minh $\Delta AMK = \Delta ANK$

b) Chứng minh AK là tia phân giác MAN.

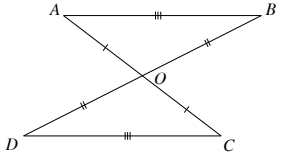


Hình 9

Bài 6: Cho *Hình* 10.

a) Chứng minh $\Delta OAB = \Delta OCD$.

b) Chứng minh $AB // CD$.

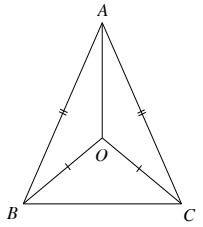


Hình 10

Bài 7: Cho *Hình* 11.

a) Chứng minh $\Delta ABO = \Delta ACO$.

b) Chứng minh $ABO = ACO$.



Hình 11

Dạng 3. Vẽ tam giác khi biết ba cạnh

Bài 1: Vẽ ΔABC biết $AB = 4cm,\ AC = 5cm,\ BC = 3cm$.

Bài 2: Vẽ ΔDEF biết $AB = 6cm,\ BC = 6cm,\ AC = 6cm$.

Bài 3: vẽ ΔAMN biết $AB = 5cm,\ AC = 5cm,\ BC = 4cm$.

Bài 4: Vẽ ΔABC biết $BC = 6cm,\ AB = 5cm,\ AC = 4cm$.

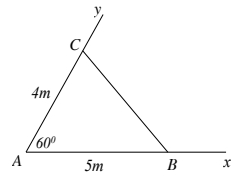
Bài 3. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

A. LÝ THUYẾT.

1) Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác $(c.g.c)$

Ví dụ 1: Vẽ $xAy = 60^0$. Trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 5cm$, trên tia Ay lấy điểm C sao cho $AC = 4cm$.

Nối B với C ta được ΔABC (*Hình* 1).

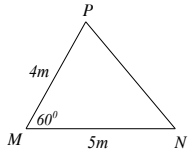


Hình 1

Ví dụ 2: Vẽ thêm ΔMNP có $M = 60^0,\ MN = 5cm,\ MP = 4cm$

Trong ΔABC thì A gọi là góc sen giữa hai cạnh AB, AC.

Trong ΔMNP thì M gọi là góc sen giữa hai cạnh MP, MN.



Hình 2

Xét ΔABC và ΔMNP có:

$AC = MP = 4cm$.

$A = M = 60^0$.

$AB = MN = 5cm$.

Khi đó ta nói ΔABC bằng ΔPMN theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.

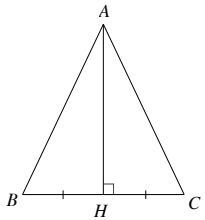
Kết luận:

♣ Nếu hai cạnh và góc sen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc sẽ giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.

Ví dụ 3: Cho *Hình* 3.

a) Chứng minh $\Delta AHB = \Delta AHC$.

b) Chứng minh $B = C$.



Hình 3

a) Xét ΔAHB và ΔAHC có:

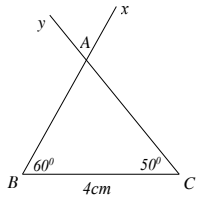
AH là cạnh chung

$AHB = AHC = 90^0$.

$HB = HC$ (giả thiết)

Vậy $\Delta AHB = \Delta AHC\ (c.g.c)$

b) Vì $\Delta AHB = \Delta AHC \Rightarrow B = C$ (hai góc tương ứng)



Hình 4

2) Trường hợp bằng nhau thứ ba của hai tam giác.

Ví dụ 4: Vẽ đoạn thẳng $BC = 4cm$. Vẽ tia Bx sao cho $CBx = 60^0$.

Vẽ tia Cy sao cho $BCy = 50^0$. tia Bx cắt Cy tại A

ta được ΔABC. (*Hình* 4).

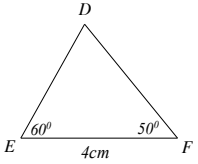
Ví dụ 5: Vẽ thêm ΔDEF có $EF = 4cm, E = 60^0, F = 50^0$.

Trong ΔABC thì BC là cạnh xen giữa hai góc B, C.

Trong ΔDEF thì EF là cạnh xen giữa hai góc E, F.

Với hai tam giác có các yếu tố như trên

Khi đó ta nói ΔABC bằng ΔDEF theo trường hợp góc – cạnh – góc.



Hình 5

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Vẽ tam giác theo yêu cầu bài toán.

Bài 1: Vẽ ΔABC biết $A = 50^0, AB = 4cm, AC = 5cm.$

Bài 2: Vẽ ΔABC biết $A = 90^0, AB = 6cm, AC = 3cm.$

Bài 3: Vẽ ΔDEF biết $D = 60^0, DE = 4cm, DF = 4cm$.

Bài 4: Vẽ ΔDEF biết $EF = 4cm, E = 90^0, DE = 4cm.$

Bài 5: Vẽ ΔABC biết $B = 50^0, C = 60^0, BC = 4cm.$

Bài 6: Vẽ ΔAMN biết $M = 50^0, N = 50^0, MN = 3cm$.

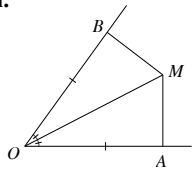
Bài 7: Vẽ ΔDEF biết $D = 60^0, E = 60^0, DE = 4cm.$

Dạng 2. Chứng minh hai tam giác bằng nhau.

Bài 1: Cho *Hình* 6.

a) Chứng minh $\Delta AOM = \Delta BOM$.

b) Chứng minh $MB = MA$.

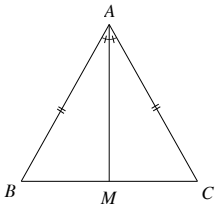


Hình 6

Bài 2: Cho *Hình* 7.

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACM$.

b) Chứng minh $AM \perp BC$.

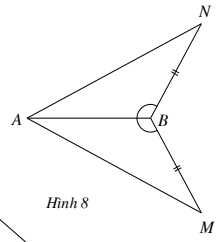


Hình 7

Bài 3: Cho *Hình* 8.

a) Chứng minh $\Delta ABN = \Delta ABM$

b) Chứng minh AB là phân giác NAM.

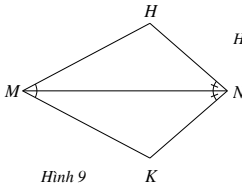


Hình 8

Bài 4: Cho *Hình* 9.

a) Chứng minh $\Delta HMN = \Delta KMN$.

b) Chứng minh $MH = MK$.

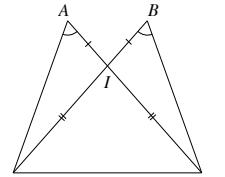


Hình 9

Bài 5: Cho *Hình* 10.

a) Chứng minh $\Delta AIN = \Delta BIM$.

b) Chứng minh $ANI = BMI$.

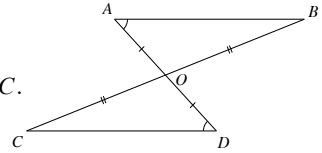


Hình 10

Bài 6: Cho *Hình* 11.

a) Chứng minh $\Delta OAB = \Delta ODC$.

b) Chứng minh $AB = CD$.

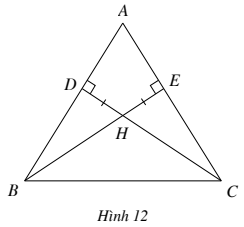


Hình 11

Bài 7: Cho *Hình* 12.

a) Chứng minh $\Delta HDB = \Delta HEC$.

b) Chứng minh $DBH = ECH$.

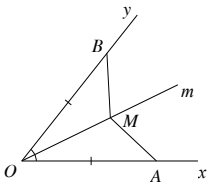


Hình 12

Bài 8: Cho xOy khác góc bẹt, trên tia Ox lấy điểm A, Trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OA = OB$. Vẽ Om là tia phân giác xOy. Lấy M bất kì trên tia Om. (*Hình* 13)

a) Chứng minh $\Delta AOM = \Delta BOM$.

b) Chứng minh $AM = BM$.

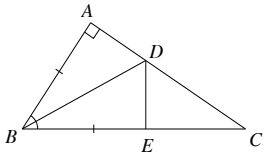


Hình 13

Bài 9: Cho ΔABC vuông tại A. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Tia phân giác B cắt AC ở D.(*Hình* 14)

a) So sánh DA và DE.

b) Tính số đo BED.



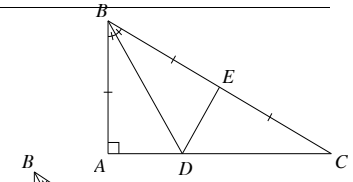
Hình 14

Bài 10: Cho ΔABC vuông tại A có $BC = 2AB$. E là trung điểm của BC. Tia phân giác B cắt AC ở D. (*Hình* 15)

a) Chứng minh DB là phân giác ADE

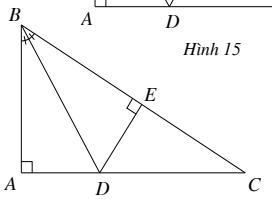
b) Chứng minh $BD = DC$

c) Tính B, C của ΔABC.



Hình 15

Bài 11: Cho ΔABC vuông tại A. Tia phân giác góc B cắt AC ở D, kẻ $DE \perp BC$. Chứng minh $AB = BE$. (*Hình* 16)



Hình 16

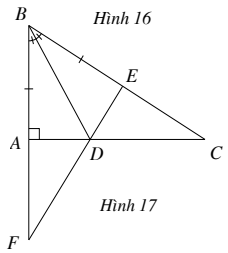
Bài 12: Cho ΔABC vuông tại A. Kẻ BD là tia phân giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Chứng minh:

a) $\Delta ABD = \Delta EBD$.

b) $DE = AD$, $DE \perp BC$.

c) BD là đường trung trực của AE.

d) Trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho $AF = CE$. Chứng minh ba điểm F, D, E thẳng hàng. (*Hình* 17)



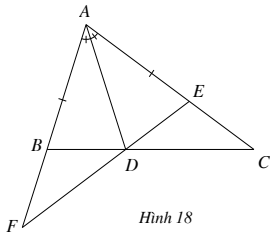
Hình 17

Bài 13: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Phân giác của A cắt BC tại D. Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. (*Hình* 18).

a) Chứng minh $\Delta ADB = \Delta ADE$.

b) ED cắt AB tại F. Chứng minh $AF = AC$.

c) Chứng minh $\Delta DBF = \Delta DEC$.

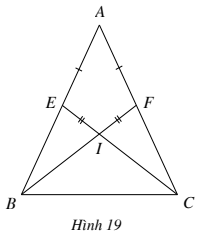


Hình 18

Bài 14: Cho ΔABC có $AB = AC$. Lấy điểm E trên AB, điểm F trên AC sao cho $AE = AF$. (*Hình* 19).

a) Chứng minh $BF = CE$ và $\Delta BEC = \Delta CFB$.

b) Biết BF cắt CE tại I. Cho biết $IE = IF$. Chứng minh $\Delta IBE = \Delta ICF$.



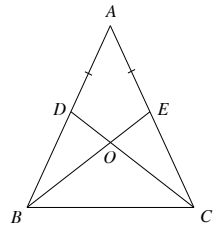
Hình 19

Bài 15: Cho ΔABC có $AB = AC$. Trên các cạnh AB, AC lấy lần lượt các điểm D và E sao cho $AD = AE$.

Gọi O là giao điểm của BE và CD.

a) Chứng minh $ABE = ACD$. (*Hình* 20).

b) Chứng minh $OD = OE$, $OB = OC$



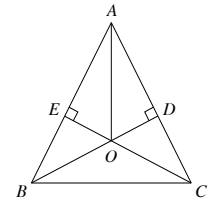
Hình 20

Bài 16: Cho $\Delta ABC \left(A < 90^0\right)$, $AB = AC$. Kẻ $CE \perp AB$ $\left(E \in AB\right)$. Kẻ $BD \perp AC, \left(D \in AC\right)$. Gọi O là giao điểm của BD và CE. (*Hình* 21).

a) Chứng minh $BD = CE$

b) Chứng minh $OE = OD$ và $OB = OC$.

c) Chứng minh OA là phân giác BAC



Hình 21

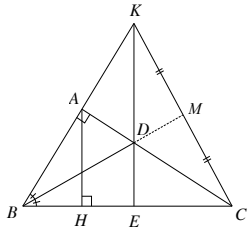
Bài 17: Cho ΔABC vuông tại A. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BA = BE$. Tia phân giác của B cắt AC ở D. (*Hình* 22).

a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta EBD$.

b) Kẻ $AH \perp BC \left(H \in BC\right)$. Chứng minh $AH \,//\, DE$.

c) So sánh ABC và EDC.

d) Gọi K là giao điểm của ED và BA, M là trung điểm của KC. Chứng minh B, D, M thẳng hàng.



Hình 22

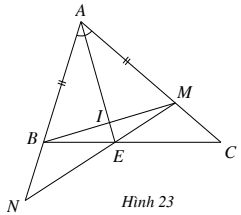
Bài 18: Cho ΔABC biết $AB < AC$. AE là phân giác BAC. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. (*Hình* 23).

a) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta AME$.

b) AE cắt BM tại I. Chứng minh $IB = IM$.

c) Trên tia đối của tia EM lấy điểm N sao cho $EN = EC$. Chứng minh $\Delta ENB = \Delta ECM$.

d) Chứng minh A, B, N thẳng hàng.



Hình 23

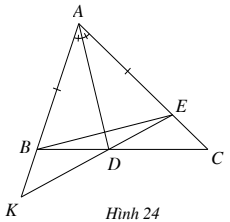
Bài 19: Cho ΔABC có $AB < AC$ và tia phân giác A cắt BC tại D. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. (*Hình* 24).

a) Chứng minh $DB = DE$.

b) ΔABC cần thêm điều kiện gì để $DE \perp AC$.

c) Gọi AB cắt ED tại K. Chứng minh $AKE = ACB$.

d) Chứng minh $\Delta KBE = \Delta CEB$.



Hình 24

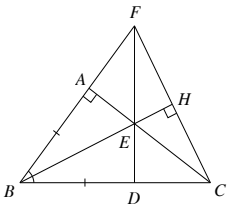
Bài 20: Cho ΔABC vuông tại A có $B = 53^0$. Tính C. (*Hình* 25).

a) Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = BA$.

Tia phân giác B cắt AC tại E. Chứng minh $\Delta BEA = \Delta BED$.

b) Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BE tại H, CH cắt AB tại F. Chứng minh $BF = BC$.

c) Chứng minh $\Delta BAC = \Delta BDF$ và D, E, F thẳng hàng.



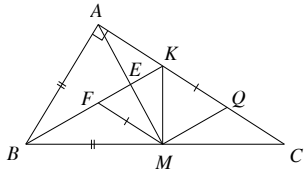
Hình 25

Bài 21: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BA = BM$. Gọi E là trung điểm của AM.

a) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta MBE$.(*Hình* 26).

b) BE cắt AC tại K. Chứng minh $KM \perp BC$.

c) Qua M vẽ đường thẳng song song với AC cắt BK tại F.Trên đoạn KC lấy điểm Q sao cho $KQ = MF$. Chứng minh $ABK = QMC$.



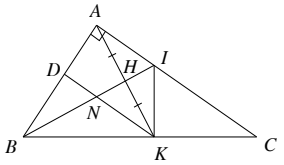
Hình 26

Bài 22: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$. Trên cạnh BC lấy điểm K sao cho $AB = BK$.Gọi H là trung điểm của AK. Kéo dài BH cắt AC tại I. (*Hình* 27).

a) Nếu $ABC = 60^0$. Tính ACB.

b) Chứng minh $\Delta ABH = \Delta KBH$. suy ra $AK \perp BI$.

c) Qua K kẻ đường thẳng song song với AC cắt BH, AB lần lượt tại N và D. Chứng minh KA là tia phân giác IKD.

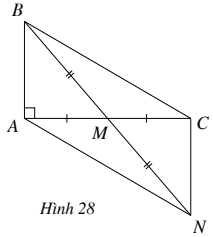


Hình 27

Bài 23: Cho ΔABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của AC. Trên tia MB lấy điểm N sao cho M là trung điểm của BN. (*Hình* 28).

a) Chứng minh $CN \perp AC$ và $CN = AB$

b) Chứng minh $AN = BC$ và $AN // BC$.



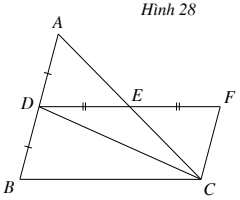
Hình 28

Bài 24: Cho ΔABC, D là trung điểm của AB, E là trung điểm của AC. Vẽ điểm F sao cho E là trung điểm của DF.

a) Chứng minh $\Delta AED = \Delta CEF$. (*Hình* 29).

b) Chứng minh $DB = CF$.

c) Chứng minh $\Delta BDC = \Delta FCD$.

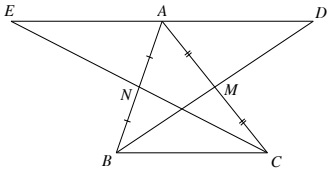


Hình 29

Bài 25: Cho ΔABC, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và AB. Trên tia đối của tia MB và NC lấy tương ứng hai điểm D và E sao cho $MD = MB$, $NE = NC$.

a) Chứng minh $AD = AE$. (*Hình* 30).

b) Chứng minh A, E, D thẳng hàng.



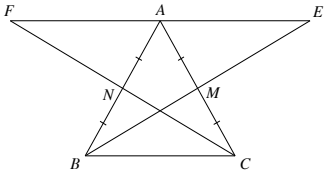
Hình 30

Bài 26: Cho ΔABC, có $AB = AC$. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của AC, AB. (*Hình* 31).

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACN$ và $\Delta BMC = \Delta CNB$.

b) Lấy điểm E, F sao cho M là trung điểm của BE, N là trung điểm của CF.Chứng minh $AE = AF$.

c) Chứng minh $MN // BC, MN // EF$.



Hình 31

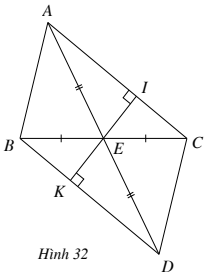
Bài 27: Cho ΔABC, E là trung điểm của BC. Lấy điểm D thuộc tia đối của tia EA sao cho $ED = EA$. (*Hình* 32).

a) Chứng minh $\Delta AEB = \Delta DEC$.

b) Chứng minh $AC // BD$.

c) Kẻ $EI \perp AC$ và $EK \perp BD$. Chứng minh $\Delta AIE = \Delta DKE$.

d) Chứng minh I, E, K thẳng hàng.



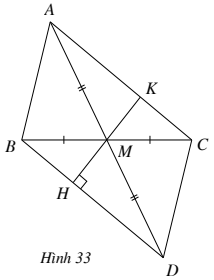
Hình 32

Bài 28: Cho ΔABC có M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. (*Hình* 33).

a) Chứng minh $\Delta AMC = \Delta DMB$.

b) Chứng minh $AC // BD$.

c) Vẽ $MH \perp DB$ tại H. Trên cạnh AC lấy điểm K Sao cho $AK = DH$. Chứng minh $\Delta MHD = \Delta MKA$. từ đó suy ra $MK \perp AK$.

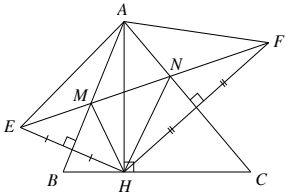


Hình 33

Bài 29: Cho ΔABC nhọn, vẽ $AH \perp BC, (H \in BC)$. Vẽ $HI \perp AB$ tại I, vẽ $HK \perp AC$ tại K. Lấy E, F sao cho I là trung điểm của HE, K là trung điểm của HF, EF cắt AB, AC lần lượt tại M, N. (*Hình* 34).

a) Chứng minh $MH = ME$ và chu vi ΔMHN bằng EF.

b) Nếu $BAC = 60^0$. Tính các góc ΔAEF.

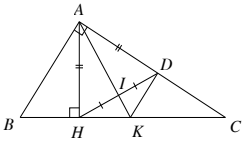


Hình 34

Bài 30: Cho ΔABC vuông tại A có $B = 60^0$. Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AH$. Gọi I là trung điểm cạnh HD. (*Hình* 35).

a) Chứng minh $\Delta AHI = \Delta ADI$. Từ đó suy ra $AI \perp HD$.

b) Tia AI cắt HC tại K. Chứng minh $\Delta AHK = \Delta ADK$ từ đó suy ra $AB // KD$.



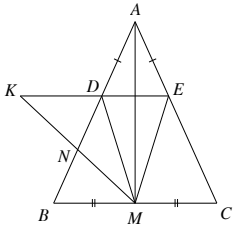
Hình 35

Bài 31: Cho ΔABC có $AB = AC$ và $AB > BC$. Gọi M là trung điểm của BC. (*Hình* 36).

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACM$.

b) Trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AD = AE$.Chứng minh $MD = ME$.

c) Gọi N là trung điểm của BD. Trên tia đối của tia NM lấy điểm K sao cho $NK = NM$. Chứng minh K, D, E thẳng hàng.



Hình 36

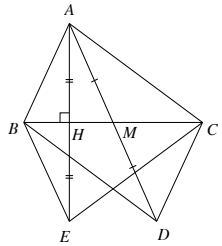
Bài 32: Cho ΔABC có $AB < AC$. M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. (*Hình* 37).

a) Chứng minh $\Delta AMB = \Delta DMC$.

b) Chứng minh $AB // CD$.

c) Kẻ $AH \perp BC$ tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho H là trung điểm của AE. Chứng minh $BA = BE$.

d) Chứng minh $BD = CE$.



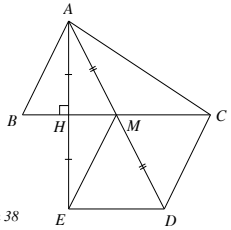
Hình 37

Bài 33: Cho ΔABC. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia AM lấy điểm D sao cho $AM = MD$. (*Hình* 38).

a) Chứng minh $\Delta AMB = \Delta DMC$.

b) Vẽ $AH \perp BC$ tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = HA$. Chứng minh $\Delta HMA = \Delta HME$ và $ME = MD$.

c) Chứng minh $DE // BC$.



Hình 38

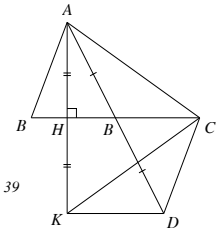
Bài 34: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Lấy E là trung điểm của BC. Trên tia AE lấy điểm D sao cho E là trung điểm của AD.

a) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta DCE$. (*Hình* 39).

b) Chứng minh $AC // BD$.

c) Vẽ $AH \perp BC$. Trên tia AH lấy điểm K sao cho H là trung điểm của AK. Chứng minh $BD = AC = CK$.

d) Chứng minh $DK \perp AH$.



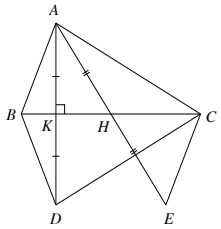
Hình 39

Bài 35: Cho ΔABC nhọn. Kẻ $AK \perp BC$ $(K \in BC)$. Trên tia đối của tia KA lấy điểm D sao cho $KD = KA$. (*Hình* 40).

a) Chứng minh $\Delta AKB = \Delta DKB$.

b) Chứng minh CB là tia phân giác của ACD.

c) Gọi H là trung điểm của BC. Trên tia AH lấy điểm E sao cho H là trung điểm của AE. Chứng minh $CE = BD$.



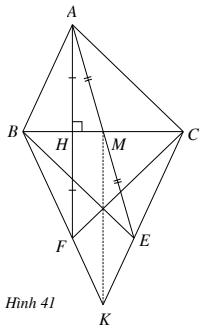
Hình 40

Bài 36: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Lấy M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $MA = ME$.

a) Chứng minh $BE \parallel AC$. (*Hình* 41).

b) Kẻ $AH \perp BC$ tại H. Vẽ tia Bx sao cho ABx nhận tia BC làm tia phân giác. Tia Bx cắt AH tại F. Chứng minh $CE = BF$.

c) Tia Bx cắt tia CE tại K, tia CF cắt tia BE tại I. Chứng minh M, I, K thẳng hàng.



Hình 41

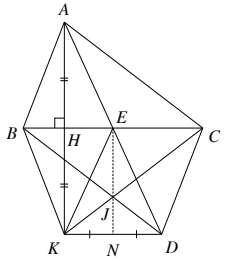
Bài 37: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Vẽ $AH \perp BC\ (H \in BC)$. Trên AH lấy điểm K sao cho H là trung điểm của AK. (*Hình* 42).

a) Chứng minh $\Delta ACH = \Delta KCH$.

b) Gọi E là trung điểm của BC. Trên tia AE lấy điểm D sao cho E là trung điểm của AD. Chứng minh $BD = AC = CK$.

c) Chứng minh EH là tia phân giác AEK và $DK \parallel BC$.

d) Gọi I là giao điểm của BD và CK, N là trung điểm của KD. Chứng minh E, I, N thẳng hàng.



Hình 42

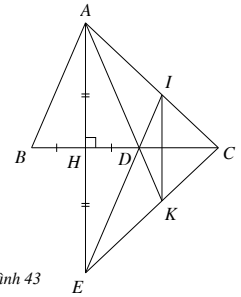
Bài 38: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Kẻ $AH \perp BC$. Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $BH = HD$. (*Hình* 43).

a) Chứng minh $AB = AD$.

b) Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = HA$. Chứng minh $AB \parallel ED$.

c) Tia ED cắt AC tại I, tia AD cắt EC tại K. Chứng minh $DI = DK$.

d) Chứng minh $IK \perp BC$.

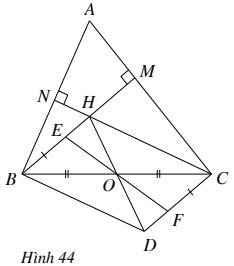


Hình 43

Bài 39: Cho ΔABC có ba góc nhọn. Kẻ $BM \perp AC$, $CN \perp AB$. Gọi H là giao điểm của BM và CN. Gọi O là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia OH lấy điểm D sao cho O là trung điểm của HD.

a) So sánh ABM và ACN. (*Hình* 44).

b) Chứng minh $BD \perp AB$.



Hình 44

c) Tìm điều kiện của ΔABC để $BM = CN$.

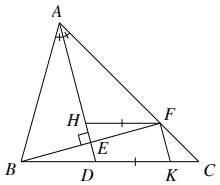
d) Trên các đoạn BH và CD lấy điểm E và F sao cho $BE = CF$. Chứng minh BC, HD và EF đồng quy.

Bài 40: Cho ΔABC nhọn có $AB < AC$. Phân giác A cắt BC tại D. Vẽ $BE \perp AD$ tại E. Tia BE cắt AC tại F. (*Hình* 45).

a) Chứng minh $AB = AF$.

b) Qua F vẽ đường thẳng song song với BC, cắt AE tại H. Lấy điểm K nằm giữa D và C sao cho $FH = DK$. Chứng minh $DH = KF$ và $DH \parallel KF$.

c) Chứng minh $ABC > C$.



Hình 45

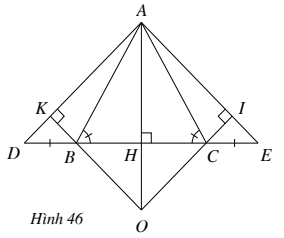
Bài 41: Cho ΔABC có $B = C$. Kẻ $AH \perp BC\ (H \in BC)$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. (*Hình* 46).

a) Chứng minh $AB = AC$.

b) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta ACE$.

c) Chứng minh $\Delta ACD = \Delta ABE$.

d) AH là tia phân giác của DAE. Kẻ $BK \perp AD$, $CI \perp AE$. Chứng minh AH, BK, CI đồng quy.



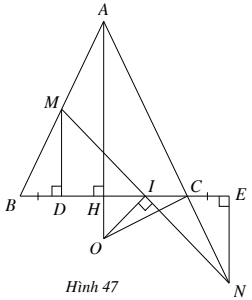
Hình 46

Bài 42: Cho ΔABC có $AB = AC$. Gọi H là trung điểm của BC. Trên đoạn BH lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. (*Hình* 47).

a) Chứng minh $\Delta ABH = \Delta ACH$ và $AH \perp BC$.

b) Kẻ $DM \perp BC$, $(M \in AB)$ và $EN \perp BC$, $(N \in AC)$, MN cắt BC tại I. Chứng minh $DM = EN$ và $IM = IN$.

c) Đường thẳng qua I và vuông góc với MN cắt tia AH tại O. Chứng minh $OC \perp AN$.

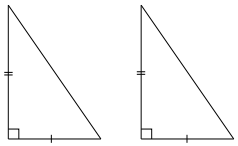


Hình 47

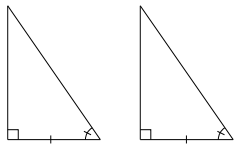
Bài 4. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

A. LÝ THUYẾT.

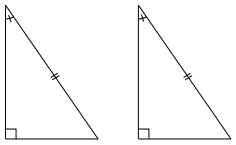
1) Ba trường hợp bằng nhau đã biết của tam giác vuông.



Hình 1



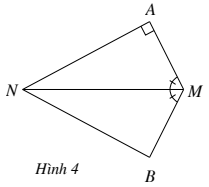
Hình 2



Hình 3

- ♣ Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (*Hình* 1).
- ♣ Nếu một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (*Hình* 2).
- ♣ Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (cạnh huyền – góc nhọn) (*Hình* 3).

Ví dụ 1: Cho *Hình* 4.



Hình 4

Xét ΔAMN và ΔBMN có:

$A = B = 90^0$.

NM là cạnh chung.

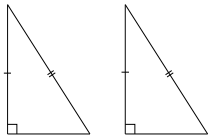
$AMN = BMN$ (giả thiết)

Vậy $\Delta AMN = \Delta BMN$ (cạnh huyền – góc nhọn)

2) Trường hợp bằng nhau của tam giác vuông.

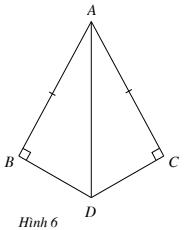
- ♣ Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai am giác vuông đó bằng nhau.

(cạnh huyền – cạnh góc vuông) (*Hình* 5).



Hình 5

Ví dụ 2: Cho *Hình* 6.



Hình 6

Xét ΔABD và ΔACD có:

$B = C = 90^0$.

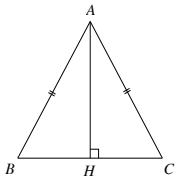
AD là cạnh chung.

$AB = AC$ (giả thiết)

Vậy $\Delta ABD = \Delta ACD$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho *Hình* 7.

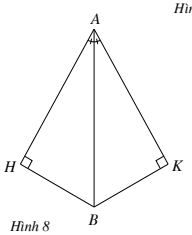


Hình 7

a) Chứng minh $\Delta AHB = \Delta AHC$.

b) Chứng minh H là trung điểm BC.

Bài 2: Cho *Hình* 8.

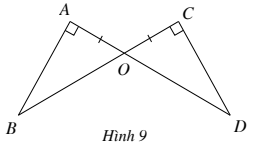


Hình 8

a) Chứng minh $\Delta ABH = \Delta ABK$.

b) Chứng minh $BH = BK$.

Bài 3: Cho *Hình* 9.

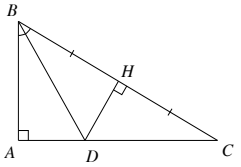


Hình 9

a) Chứng minh $\Delta ABO = \Delta CDO$.

b) Chứng minh $AD = BC$.

Bài 4: Cho *Hình* 10.



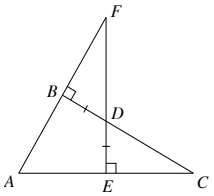
Hình 10

a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta HBD$.

b) Chứng minh $\Delta DBH = \Delta DCH$.

c) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta HCD$.

Bài 5: Cho *Hình* 11.



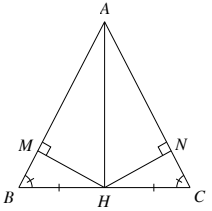
Hình 11

a) Chứng minh $\Delta BDF = \Delta EDC$.

b) Chứng minh $F = C$.

c) Chứng minh $\Delta AEF = \Delta BAC$.

Bài 6: Cho *Hình* 12.

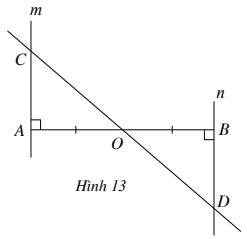


Hình 12

a) Chứng minh $\Delta HMB = \Delta HNC$.

b) Chứng minh $\Delta AHM = \Delta AHN$.

Bài 7: Cho đoạn thẳng AB, Qua A vẽ đường thẳng $m \perp AB$, Qua B vẽ đường thẳng $n \perp AB$, Qua trung điểm O của AB vẽ một đường thẳng cắt m ở C và cắt n ở D. So sánh OC và OD. (*Hình* 13).



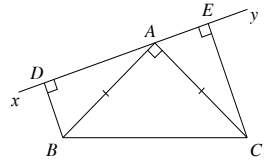
Hình 13

Bài 8: Cho ΔABC vuông tại A có $AB = AC$. Qua A kẻ đường thẳng xy (B, C cùng phía đối với xy). Kẻ $BD \perp xy$, $CE \perp xy$.

a) Chứng minh $\Delta BAD = \Delta ACE$.

b) Chứng minh $DE = DB + CE$.

(*Hình* 14).

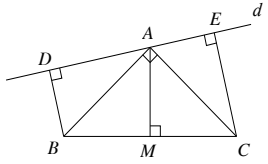


Hình 14

Bài 9: Cho ΔABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của BC và $AM \perp BC$. (*Hình* 15).

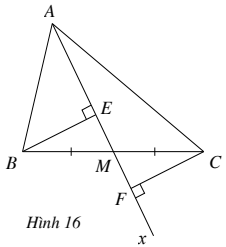
a) Chứng minh $AB = AC$.

b) Qua A kẻ đường thẳng (d) sao cho B và C nằm cùng phía với (d). Kẻ $BH \perp (d)$ tại H, kẻ $CK \perp (d)$ tại K. Chứng minh $\Delta AHB = \Delta CKA$.



Hình 15

Bài 10: Cho ΔABC. Tia Ax đi qua trung điểm M của BC. Kẻ BE và CF vuông góc với Ax $(E \in Ax, F \in Ax)$. So sánh BE và CF. (*Hình* 16).



Hình 16

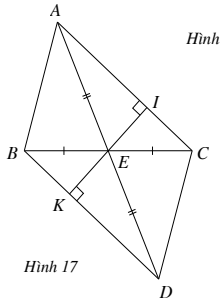
Bài 11: Cho ΔABC có E là trung điểm của BC. Lấy D thuộc tia đối của tia EA sao cho $ED = EA$. (*Hình* 17).

a) Chứng minh: $\Delta AEB = \Delta DEC$.

b) Chứng minh: $AC \,//\, BD$.

c) Kẻ $EI \perp AC\ (I \in AC)$, $EK \perp BD\ (K \in AC)$ Chứng minh $\Delta AIE = \Delta DKE$.

d) Chứng minh I, E, K thẳng hàng.



Hình 17

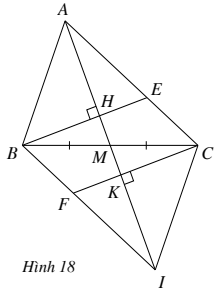
Bài 12: Cho ΔABC có $AB < AC$. M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm I sao cho $MA = MI$. (*Hình* 18).

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ICM$.

b) Chứng minh $AB \,//\, IC$.

c) Kẻ BH và CK vuông góc với AI. Chứng minh $BH = CK$.

d) BH cắt AC tại E, CK cắt BI tại F. Chứng minh E, M, F thẳng hàng.

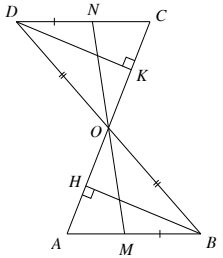


Hình 18

Bài 13: Cho ΔOAB nhọn. Trên tia đối của tia OA lấy điểm C sao cho $OC = OA$. Trên tia đối của tia OB lấy điểm D sao cho $OD = OB$. (*Hình* 19).

a) Chứng minh $\Delta OAB = \Delta OCD$.

b) Từ B kẻ $BH \perp AC$, Từ D kẻ $DK \perp AC$.



Hình 19

Chứng minh $BH = DK$.

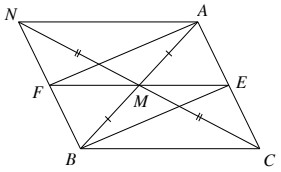
c) Trên tia AB lấy điểm M trên tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Bài 14: Cho ΔABC nhọn và $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia MC lấy điểm N sao cho $MN = BC$. (*Hình* 20).

a) Chứng minh $\Delta AMN = \Delta BMC$ và $AC \,//\, BN$.

b) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC, NB Chứng minh $AF = BE$.

c) Chứng minh M là trung điểm của EF.



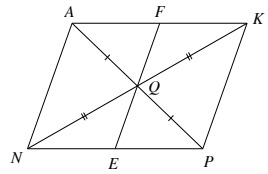
Hình 20

Bài 15: Cho ΔMNP nhọn. Có Q là trung điểm của MP. Trên tia đối của tia QN lấy điểm K sao cho $QK = QN$. (*Hình* 21).

a) Chứng minh $\Delta MNQ = \Delta PKQ$.

b) Chứng minh $MN \,//\, KP$.

c) Gọi E là trung điểm của đoạn NP, đường thẳng EQ cắt MK tại F. Chứng minh F là trung điểm của MK.



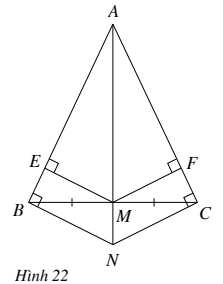
Hình 21

Bài 16: Cho ΔABC có $AB = AC$. M là trung điểm của BC. Chứng minh $\Delta AMB = \Delta AMC$. (*Hình* 22).

a) Từ M kẻ $ME \perp AB$ và $MF \perp AC$. Chứng minh $AE = AF$.

b) Chứng minh $EF \,//\, BC$.

c) Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AB. Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC. Hai đường thẳng này cắt nhau tại N. Chứng minh A, M, N thẳng hàng.



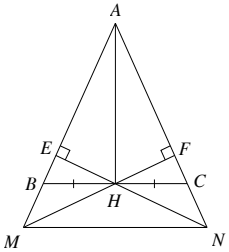
Hình 22

Bài 17: Cho ΔABC nhọn có $AB = AC$. H là trung điểm của BC. Từ H kẻ HE vuông góc với AB tại E, HF vuông góc với AC tại F.

a) Chứng minh $\Delta ABH = \Delta ACH$. (*Hình* 23).

b) Chứng minh $\Delta AHE = \Delta AHF$.

c) Gọi M là giao điểm của AB với HF, N là giao điểm của AC và HE. Chứng minh $ME = NF$, $MF = NE$.



Hình 23

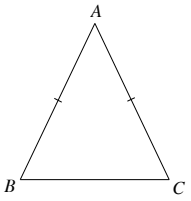
Bài 5. TAM GIÁC CÂN, ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

A. LÝ THUYẾT.

1) Tam giác cân.

Ví dụ 1: Cho ΔABC có hai cạnh $AB = AC$.

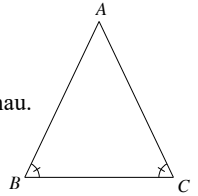
Khi đó ΔABC được gọi là tam giác cân.



Hình 1

Kết luận:

- Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.
  Cụ thể: *Hình* 1. ΔABC cân tại đỉnh A.
  Hai cạnh AB, AC là hai cạnh bên. BC là cạnh đáy.
  Hai góc B, C là hai góc ở đáy.
- Trong một tam giác cân hai góc ở đáy bằng nhau. Ngược lại tam giác có hai góc bằng nhau là tam giác cân.
  Cụ thể: *Hình* 2. ΔABC có $B = C$ nên là tam giác cân tại A.
- Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau hoặc ba góc bằng nhau.
- Tam giác cân có 1 góc bằng 60^0 là tam giác đều.
- Tam giác vuông cân là tam giác vừa vuông vừa cân tại góc vuông.



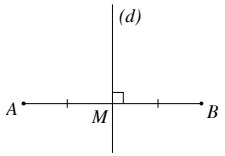
Hình 2

2) Đường trung trực của một đoạn thẳng.

Ví dụ 2: Cho đoạn thẳng AB. M là trung điểm của AB.

Đường thẳng (d) vuông góc với AB tại M. (*Hình* 3).

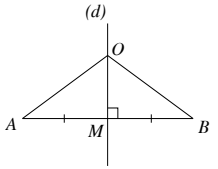
Khi đó (d) được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng AB.



Hình 3

Kết luận:

- Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm Của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng đó.
- Điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng thì cách đều Hai đầu mút của đoạn thẳng đó.
  Cụ thể: *Hình* 4. Điểm $O \in (d) \Rightarrow OA = OB$.
- Ngược lại điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.



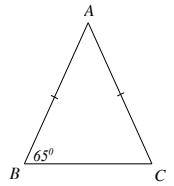
Hình 4

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho *Hình* 5.

a) ΔABC là tam giác gì?

b) Tính A, C.

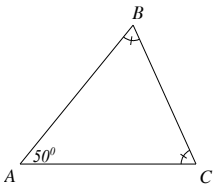


Hình 5

Bài 2: Cho *Hình* 6.

a) ΔABC là tam giác gì?

b) Tính B, C.

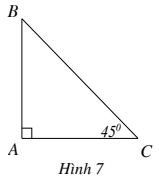


Hình 6

Bài 3: Cho *Hình* 7.

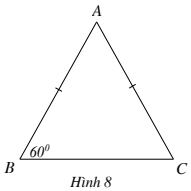
a) Tính B.

b) ΔABC là tam giác gì?



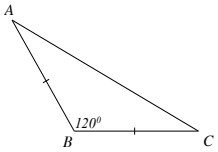
Hình 7

Bài 4: Cho *Hình* 8. ΔABC là tam giác gì?



Hình 8

Bài 5: Cho *Hình* 9. ΔABC là tam giác gì?

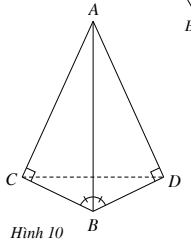


Hình 9

Bài 6: Cho *Hình* 10.

a) Chứng minh $\Delta ABC = \Delta ABD$.

b) ΔACD là tam giác gì?

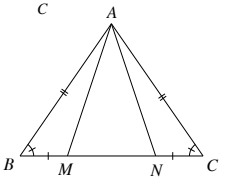


Hình 10

Bài 7: Cho *Hình* 11.

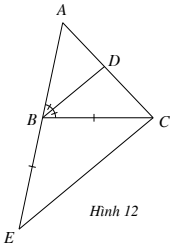
a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACN$.

b) ΔAMN là tam giác gì?



Hình 11

Bài 8: Cho ΔABC. Tia phân giác B cắt AC ở D. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BC$. Chứng minh $BD \,//\, EC$. (*Hình* 12).

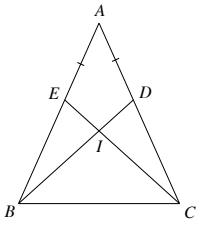


Hình 12

Bài 9: Cho ΔABC cân tại A, lấy điểm D thuộc AC, E thuộc AB sao cho $AD = AE$. (*Hình* 13).

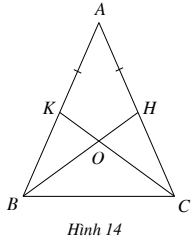
a) So sánh ABD và ACE.

b) Gọi I là giao điểm của BD và CE.
Khi đó ΔIBC là tam giác gì? Vì sao?



Hình 13

Bài 10: Cho ΔABC cân tại A, lấy điểm H trên AC, điểm K trên AB sao cho $AH = AK$. Gọi O là giao



Hình 14

điểm của BH và CK. (*Hình* 14).

a) Chứng minh ΔOBC là tam giác cân.

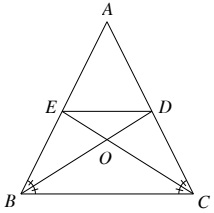
b) Chứng minh $KH // BC$.

Bài 11: Cho ΔABC cân tại A. Tia phân giác của cắt cạnh AC, AB lần lượt ở D và E. (*Hình* 15).

a) Chứng minh ΔAED cân.

b) Chứng minh $DE // BC$.

c) Chứng minh $BE = ED = DC$.



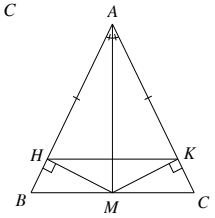
Hình 15

Bài 12: Cho ΔABC cân tại A. Tia phân giác BAC cắt BC tại M. Đường thẳng qua M và vuông góc với AB cắt AB tại H. Đường thẳng qua M và vuông góc với AC cắt AC tại K. (*Hình* 16).

a) Chứng minh $\Delta AMB = \Delta AMC$.

b) Chứng minh $\Delta AHM = \Delta AKM$. So sánh AH, AK.

c) Chứng minh $HK \perp AM$.

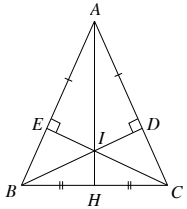


Hình 16

Bài 13: Cho ΔABC cân tại A, vẽ $BD \perp AC$ tại D, $CE \perp AB$ tại E. Gọi I là giao điểm của BD và CE. (*Hình* 17).

a) Chứng minh $BD = CE$ và $EI = DI$.

b) Gọi H là trung điểm của BC. Chứng minh A, I, H thẳng hàng.



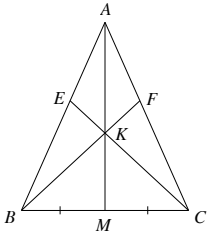
Hình 17

Bài 14: Cho ΔABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACM$.

b) Trên cạnh AM lấy điểm K bất kỳ.
Chứng minh $KB = KC$.

c) Tia BK cắt cạnh AC tại F, tia CK cắt cạnh AB tại E. Chứng minh $EF // BC$.
(*Hình* 18).

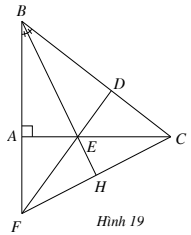


Hình 18

Bài 15: Cho ΔABC vuông tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = BA$. Tia phân giác của B cắt cạnh AC ở E. (*Hình* 19).

a) Chứng minh $\Delta BEA = \Delta BED$.

b) Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BE tại H.



Hình 19

CH cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh $BF = BC$

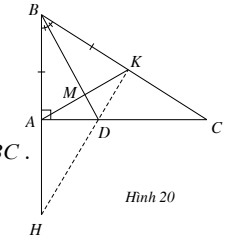
c) Chứng minh $\Delta BAC = \Delta BDF$ và D, E, F thẳng hàng.

Bài 16: Cho ΔABC vuông tại A. Trên cạnh BC lấy điểm K sao cho $BK = BA$. M là trung điểm của AK. (*Hình* 20).

a) Chứng minh $\Delta AMB = \Delta KMB$.

b) Đường thẳng BM cắt đường thẳng AC tại D. Chứng minh $DK \perp BC$.

c) Trên tia đối của tia AB lấy điểm H sao cho $AH = KC$.
Chứng minh H, D, K thẳng hàng.



Hình 20

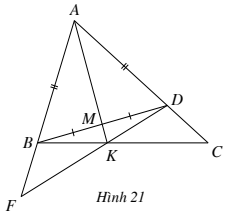
Bài 17: Cho $\Delta ABC (AB < AC)$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$. Gọi M là trung điểm của cạnh BD. (*Hình* 21).

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ADM$.

b) Chứng minh $AM \perp BD$.

c) Tia AM cắt cạnh BC tại K. Chứng minh $ABK = ADK$.

d) Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho $BF = DC$.
Chứng minh F, K, D thẳng hàng.



Hình 21

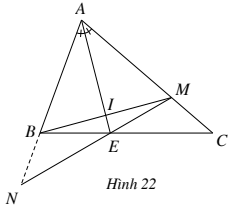
Bài 18: Cho ΔABC có $AB < AC$. AE là tia phân giác BAC $(E \in BC)$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. (*Hình* 22).

a) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta AME$.

b) AE cắt BM tại I. Chứng minh I là trung điểm của BM.

c) Trên tia đối của tia EM lấy điểm N sao cho $EN = EC$. Chứng minh $\Delta ENB = \Delta ECM$.

d) Chứng minh A, B, N thẳng hàng.

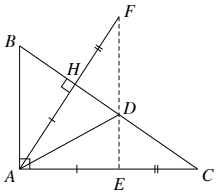


Hình 22

Bài 19: Cho ΔABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC $(H \in BC)$ và tia phân giác AD của HAC $(D \in BC)$. (*Hình* 23).

a) Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AH$.
Chứng minh $\Delta ADH = \Delta ADE$ và $DE \perp AC$.

b) Trên tia đối của tia HA lấy điểm F sao cho $HF = EC$.
Chứng minh F, D, E thẳng hàng.

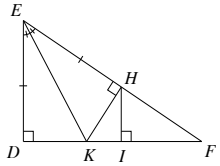


Hình 23

Bài 20: Cho ΔDEF vuông tại D, EK là tia phân giác của DEF $(K \in DF)$. Trên tia EF lấy điểm H sao cho $EH = ED$. (*Hình* 24).

a) Chứng minh $\Delta EDK = \Delta EHK$ từ đó suy ra $KH \perp EF$.

b) Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với DF nó cắt DF tại I. Chứng minh $HI \,//\, ED$.



Hình 24

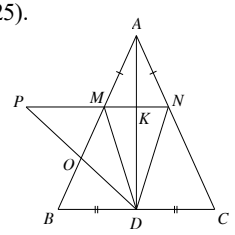
Bài 21: Cho ΔABC cân tại A. Gọi D là trung điểm của BC. (*Hình* 25).

a) Chứng minh $\Delta ADB = \Delta ADC$ suy ra AD là tia phân giác BAC.

b) Chứng minh $AD \perp BC$.

c) Trên cạnh AB và AC lấy lần lượt hai điểm M, N sao cho $AM = AN$. Gọi K là giao điểm của AD và MN. Chứng minh $AD \perp MN$.

d) Gọi O là trung điểm của BM, trên tia đối của tia OD lấy điểm P sao cho $OD = OP$. Chứng minh P, M, N thẳng hàng.



Hình 25

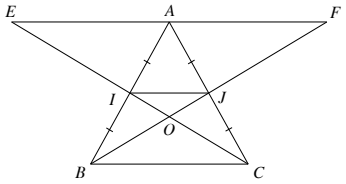
Bài 22: Cho ΔABC cân tại A. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và AC. (*Hình* 26).

a) Chứng minh $\Delta ABJ = \Delta ACI$.

b) Gọi O là giao điểm của BJ và CI.

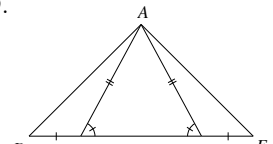
c) Chứng minh ΔOBC có hai góc bằng nhau. và $IJ \,//\, BC$.

d) Lấy điểm E và F sao cho I và J lần lượt là trung điểm của CE và BF. Chứng minh A là trung điểm của EF.



Hình 26

Bài 23: Cho ΔABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Chứng minh ΔADE là tam giác cân. (*Hình* 27).



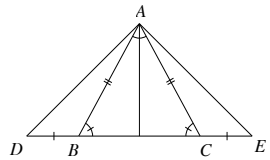
Hình 27

Bài 24: Cho ΔABC cân tại A, AM là tia phân giác của góc A $(M \in BC)$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$.

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACM$. (*Hình* 28).

b) Chứng minh $AM \perp BC$.

c) Chứng minh $ADC = AEB$.

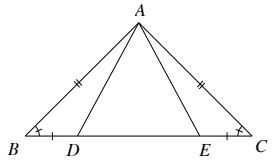


Hình 28

Bài 25: Cho ΔABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy 2 điểm D và E sao cho $BD = CE$. Nối AD và AE. (*Hình* 29).

a) Chứng minh ΔADE cân.

b) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta ACD$.



Hình 29

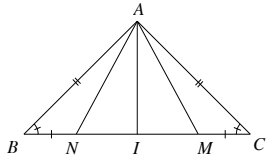
Bài 26: Cho ΔABC cân tại A. Lấy điểm I là trung điểm của BC. Trên tia BC lấy điểm N, trên tia CB lấy điểm M sao cho $CN = BM$. Chứng minh (*Hình* 30).

a) $ABI = ACI$ và AI là tia phân giác của góc BAC.

b) $AM = AN$.

c) $AI \perp BC$.

d) AI là đường trung trực của MN.



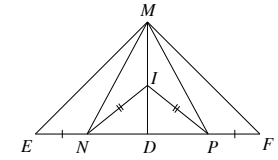
Hình 30

Bài 27: Cho ΔMNP cân tại M. Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng NP. (*Hình* 31).

a) Chứng minh $\Delta MND = \Delta MPD$. Từ đó suy ra $MD \perp NP$.

b) Trên tia đối của tia NP lấy điểm E và trên tia đối của tia PN lấy điểm F sao cho $NE = PF$. Chứng minh $ME = MF$.

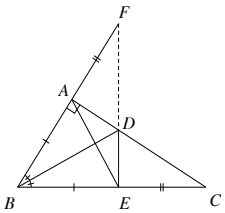
c) Lấy điểm I bên trong ΔMNP sao cho $IN = IP$. Chứng minh M, I, D thẳng hàng.



Hình 31

ÔN TẬP CHƯƠNG 4.

Bài 1: Cho ΔABC vuông tại A. Kẻ BD là tia phân giác của ΔABC $(D \in AC)$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$.



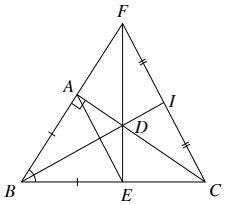
a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta EBD$.

b) Chứng minh $DE = AD$ và $DE \perp BC$.

c) Chứng minh BD là đường trung trực của AE.

d) Trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho $AF = CE$.
Chứng minh D, F, E thẳng hàng.

Bài 2: Cho ΔABC có $A = 90^0$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Tia phân giác của B cắt AC tại D.



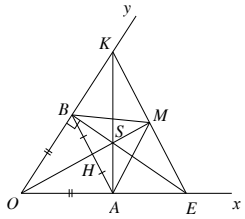
a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta EBD$ và $DE \perp BC$.

b) Gọi F là giao điểm của AB và DE.
Chứng minh $AF = CE$.

c) Gọi I là trung điểm của CF. Chứng minh B, D, I thẳng hàng.

d) Chứng minh $BAE = EAC + ECA$.

Bài 3: Cho góc nhọn $xOy > 50^0$. Lấy điểm A trên tia Ox $(A \neq O)$ và điểm B trên tia Oy sao cho $OA = OB$. Gọi H là trung điểm của đoạn AB.



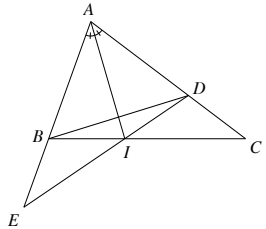
a) Chứng minh $\Delta OAH = \Delta OBH$.

b) Trên tia OH lấy điểm M sao cho $OM > OH$.
Chứng minh $AM = MB$.

c) Qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt Ox tại E và Oy tại K. Chứng minh $OH \perp EK$ và OM là đường trung trực của EK.

d) Gọi giao điểm của AK với BE là S. Chứng minh OS là tia phân giác của xOy.

Bài 4: Cho ΔABC có $AB < AC$. Tia phân giác A cắt cạnh BC tại I. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.



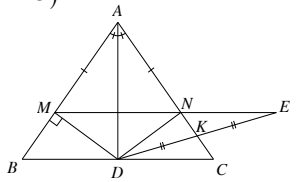
a) Chứng minh $BI = ID$.

b) Tia DI cắt tia AB tại E. Chứng minh $\Delta IBE = \Delta IDC$.

c) Chứng minh $BD // EC$.

d) Cho $ABC = 2.ACB$. Chứng minh $AB + BI = AC$.

Bài 5: Cho ΔABC cân tại A. Vẽ AD là phân giác góc BAC $(D \in BC)$.



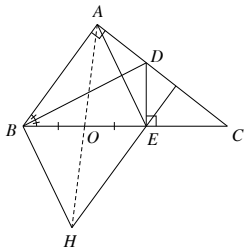
a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta ACD$.

b) Chứng minh AD là trung trực của BC.

c) Vẽ $DM \perp AB$ tại M. Trên cạnh AC lấy N sao cho $AN = AM$. Chứng minh $ADM = \Delta ADN$ và $DN \perp AC$.

d) Gọi K là trung điểm của CN. Trên tia đối của tia KD lấy điểm E sao cho $KE = KD$.
Chứng minh M, N, E thẳng hàng.

Bài 6: Cho ΔABC vuông tại A, BD là phân giác B $(D \in AC)$. Kẻ $DE \perp BC$ tại E.



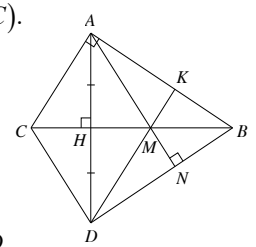
a) Chứng minh $BA = BE$.

b) Chứng minh BD là đường trung trực của AE.

c) Kẻ $Bx \perp BD$ (Bx nằm trên nửa mặt phẳng bờ BD không chứa điểm A), trên tia Bx lấy điểm H sao cho $BH = AE$.
Chứng minh $HE \perp AC$.

d) O là trung điểm của BE. Chứng minh A, O, H thẳng hàng.

Bài 7: Cho ΔABC vuông tại A có $AB > AC$. Kẻ $AH \perp BC (H \in BC)$. Lấy điểm D thuộc tia đối của tia HA sao cho $HD = HA$.

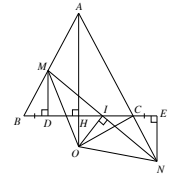


a) Chứng minh rằng $\Delta CAH = \Delta CDH$ và tia CB là tia phân giác của ACD.

b) Qua D kẻ một đường thẳng song song với AC cắt BC tại M và cắt AB tại K. Chứng minh $\Delta CHA = \Delta MHD$ và AD là đường trung trực của CM.

c) Kẻ $BN \perp AM$ (N thuộc tia AM). Chứng minh B, N, D thẳng hàng.

Bài 8: Cho ΔABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N. Chứng minh



a) $DM = EN$

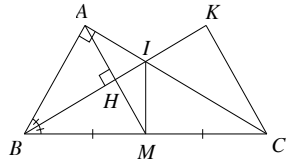
b) Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN.

Kẻ $AH \perp BC, (H \in BC)$. Đường thẳng vuông góc với MN tại I cắt đường thẳng AH tại O.

Chứng minh $\Delta OAB = \Delta OAC$ và $\Delta OBM = \Delta OCN$.

c) $OC \perp AC$.

Bài 9: Cho ΔABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của BC. Phân giác ABC cắt AC tại I. Biết $BI \perp AM$ tại H.



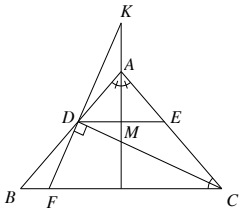
a) Chứng minh $IA = IM$.

b) Tính các góc của ΔBIC.

c) Biết độ dài các cạnh của ΔABC là ba số nguyên dương liên tiếp. Tính chu vi của ΔABC

d) Trên tia đối của tia HB lấy điểm K sao cho $HK = HB$. Chứng minh $\Delta AIB = \Delta KIC$.

Bài 10: Cho ΔABC cân tại A. Kẻ tia phân giác CD $(D \in AB)$. Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với CD cắt BC tại F và cắt CA tại K, đường thẳng kẻ qua D và song song với BC cắt AC tại E. Phân giác góc BAC cắt DE tại M. Chứng minh



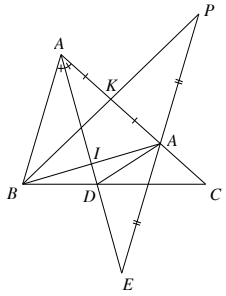
a) $\Delta CDF = \Delta CDK$.

b) ΔDEC, ΔDEK là các tam giác cân.

c) $CF = 2.BD$.

d) $MD = \frac{1}{4}CF$.

Bài 11: Cho ΔABC có $AB < AC$. AD là tia phân giác của BAC. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$.



a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta AMD$.

b) Gọi I là giao điểm của AD và BM.

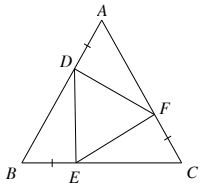
c) Chứng minh I là trung điểm BM và $AI \perp BM$.

d) Gọi K là trung điểm của AM, trên tia đối của tia KB lấy điểm P sao cho $KB = KP$. Chứng minh $MP \,//\, AB$.

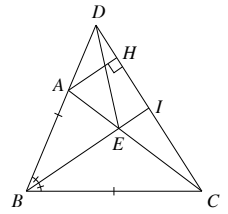
e) Trên tia đối của tia MP lấy điểm E sao cho $MP = ME$. Chứng minh A, I, E thẳng hàng.

Bài 12: Cho ΔABC đều, Trên các cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy ba điểm D, E, F sao cho $AD = BE = CF$.

Chứng minh rằng ΔDEF là tam giác đều.



Bài 13: Cho ΔABC có $AB < BC$. Trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Tia phân giác B cắt AC và DC lần lượt tại E và I.

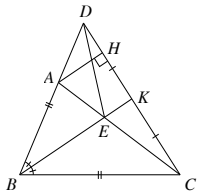


a) Chứng minh $\Delta BEC = \Delta BED$.

b) Chứng minh $ID = IC$.

c) Từ A kẻ $AH \perp DC$ tại H. Chứng minh $AH \,//\, BI$.

Bài 14: Cho ΔABC có $AB < BC$. Trên tia BA lấy điểm D sao cho $BC = BD$. Tia phân giác B cắt AC ở E. Gọi K là trung điểm của DC.



a) Chứng minh $\Delta BED = \Delta BEC$.

b) Chứng minh $EK \perp DC$.

c) Chứng minh B, K, E thẳng hàng.

d) Kẻ $AH \perp DC, (H \in DC)$. ΔABC cần thêm điều kiện gì để $DAH = 45^0$.

CHƯƠNG IX. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC.

Bài 1. QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

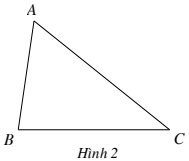
1) Góc đối diện với cạnh trong một tam giác.

Ví dụ 1: Cho ΔABC, khi đó góc A gọi là đối diện với cạnh BC. (*Hình* 1).

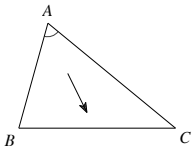
Ví dụ 2: Cho ΔABC có $AB < AC$.(*Hình* 2).

Cạnh AB đối diện với C, cạnh AC đối diện với B

Nhận thấy rằng $B > C$



Hình 2



Hình 1

Kết luận:

- ♣ Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.
- ♣ Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

Chú ý:

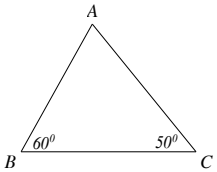
- ♣ Trong tam giác vuông, góc vuông là góc lớn nhất, nên cạnh huyền là cạnh lớn nhất.
- ♣ Trong tam giác tù, góc tù là góc lớn nhất.

B. LUYỆN TẬP.

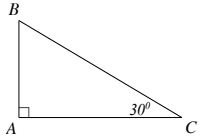
Bài 1: Cho *Hình* 3.

a) Tính A.

b) So sánh ba cạnh ΔABC.



Hình 3

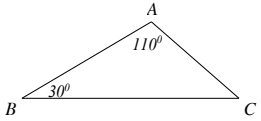


Hình 4

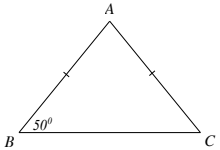
Bài 2: Cho *Hình* 4.

a) Tính B.

b) So sánh ba cạnh ΔABC.



Hình 5



Hình 6

Bài 3: Cho *Hình* 5.

a) Góc A là góc gì?

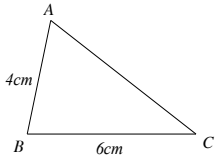
b) So sánh AC và AB.

Bài 4: Cho *Hình* 6.

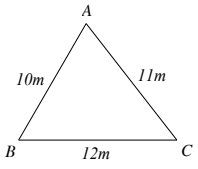
a) Tính A.

b) So sánh BC và AB.

Bài 5: Cho *Hình* 7. So sánh C và A.



Hình 7



Hình 8

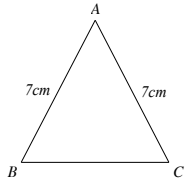
Bài 6: Cho *Hình* 8.

a) So sánh A với B.

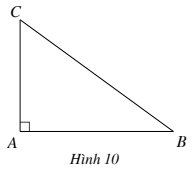
b) So sánh B với C.

Bài 7: Cho *Hình* 9. So sánh B và C.

Bài 8: Cho *Hình* 10. So sánh AB và cạnh BC.



Hình 9



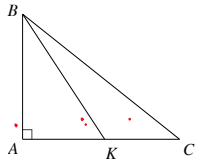
Hình 10

Bài 9: Cho ΔABC vuông tại A, điểm K nằm giữa A và C.

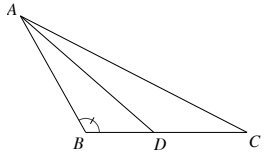
So sánh BK và BC. (*Hình* 11).

Bài 10: Cho ΔABC có $B > 90^0$, điểm D nằm giữa B và C.

Chứng minh $AB < AD < AC$. (*Hình* 12).



Hình 11



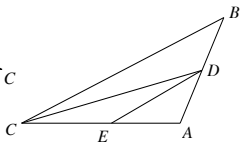
Hình 12

Bài 11: Cho ΔABC có A là góc tù.

Trên cạnh AB lấy D. (*Hình* 13).

a) So sánh CA, CD, CB.

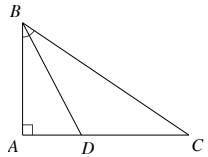
b) Trên cạnh AC lấy điểm E. So sánh DE và BC.



Hình 13

Bài 12: Cho ΔABC vuông tại A, tia phân giác của B cắt AC ở D. So sánh AD và DC. (*Hình* 14).

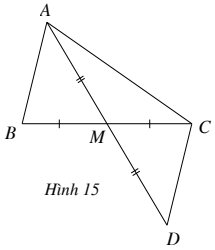
(Gợi ý: Lấy điểm E trên BC sao cho $BA = BE$)



Hình 14

Bài 13: Cho ΔABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC. So sánh BAM và MAC. (*Hình* 15).

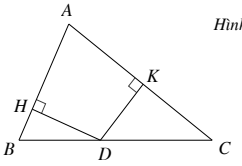
(Gợi ý: Lấy điểm D sao cho M là trung điểm của AD).



Hình 15

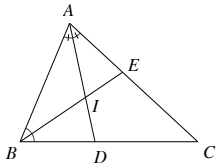
Bài 14: Cho ΔABC, Lấy D trên cạnh BC. Từ D kẻ $DH \perp AB, DK \perp AC$. Chứng minh $DH + DK < BC$.

(*Hình* 16).



Hình 16

Bài 15: Cho ΔABC có $AB < AC < BC$. Tia phân giác A cắt BC tại D. Tia phân giác B cắt AC tại E. Hai tia phân giác này cắt nhau tại I. So sánh:

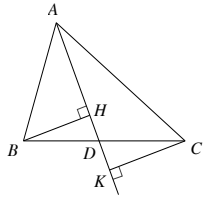


Hình 17

a) IA và IB. (*Hình* 17).

b) AEB và CEB.

Bài 16: Cho ΔABC nhọn, D nằm giữa B và C sao cho AD không vuông góc với BC. Gọi H và K là chân đường vuông góc từ B, C đến AD. (*Hình* 18).



Hình 18

a) So sánh $BH + CK$ với $AB + AC$.

b) So sánh $BH + CK$ với BC.

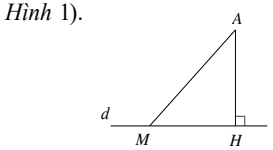
Bài 2. QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm về đường vuông góc và đường xiên.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng d và điểm $A \notin d$. Từ A kẻ $AH \perp d$.

Khi đó AH gọi là đường vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng d. (*Hình* 1).



Hình 1

Lấy điểm $M \in d$ sao cho $M \neq A$.

Khi đó AM gọi là đường xiên kẻ từ A đến đường thẳng d

Nhận thấy rằng ΔAHM vuông tại H nên H là góc lớn nhất.

Khi đó $H > M \Rightarrow AM > AH$.

Kết luận:

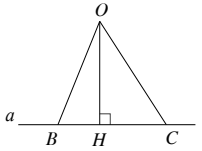
- ♣ Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó thì đường vuông góc là đường ngắn nhất.
- ♣ Vì AH là độ dài ngắn nhất đi từ A đến H nên AH còn gọi là khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho *Hình* 2.

a) Chỉ ra đâu là đường vuông góc, đâu là đường xiên.

b) So sánh OB và OH.

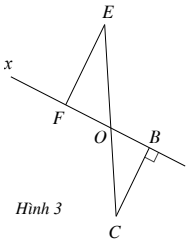


Hình 2

Bài 2: Cho *Hình* 3. Biết $EF \,//\, BC$.

a) Chỉ ra các đường vuông góc, đường xiên.

b) So sánh EF với EO và BC với CO.

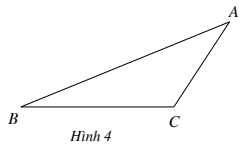


Hình 3

Bài 3: Cho *Hình* 4.

a) Xác định khoảng cách từ A đến BC.

b) Xác định khoảng cách từ B đến AC.

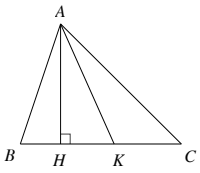


Hình 4

Bài 4: Cho *Hình* 5.

a) Chỉ ra khoảng cách từ A đến BC.

b) So sánh các đường xiên AK và AC.



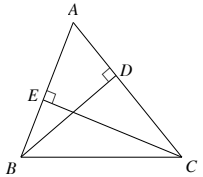
Hình 5

Bài 5: Cho *Hình* 6.

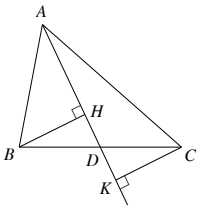
a) Chỉ ra các đường vuông góc.

b) Chứng minh $BH // CK$.

c) So sánh $BH + CK$ với BC.



Hình 7



Hình 6

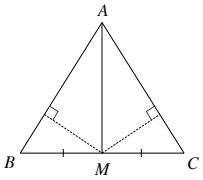
Bài 6: Cho *Hình* 7.

So sánh $BD + CE$ với $AB + AC$.

Bài 7: Cho ΔABC cân tại A. M là trung điểm của BC. (*Hình* 8).

a) Chứng minh AM là đường vuông góc kẻ từ A đến BC.

b) Chứng minh khoảng cách từ M đến hai cạnh AB, AC bằng nhau.



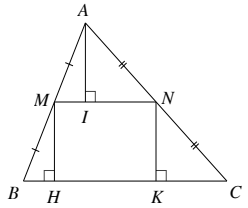
Hình 8

Bài 8: Cho ΔABC. M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.

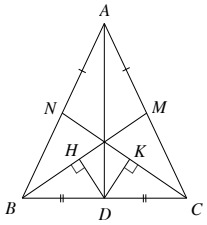
Vẽ $MH \perp BC$, $NK \perp BC$ và $AI \perp MN$. Biết $MN // BC$.

a) Chứng minh $\Delta AIN = \Delta NKC$. (*Hình* 9).

b) Chứng minh khoảng cách từ M và N đến BC là bằng nhau.



Hình 9



Hình 10

Bài 9: Cho ΔABC cân tại A. D là trung điểm của BC. Trên AB, AC lấy hai điểm N, M sao cho $AN = AM$. (*Hình* 10).

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACN$.

b) Chứng minh khoảng cách từ D tới BM, CN là bằng nhau.

Bài 3. QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH TRONG MỘT TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

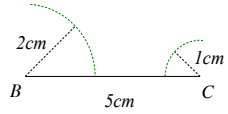
a) Bất đẳng thức trong tam giác.

Ví dụ 1: Vẽ ΔABC biết $BC = 5cm$, $AB = 2cm$, $AC = 1cm$.

Nhận thấy rằng ta không thể vẽ được ΔABC

Nhận xét, giả sử ΔABC biết $BC = 5cm$, $AB = 2cm$, $AC = 3cm$.

Khi đó điểm A nằm trên cạnh BC.

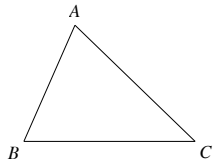


Hình 1

Kết luận:

♣ Trong một tam giác , độ dài một cạnh bất kì luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.
Cụ thể: ΔABC (*Hình* 2). thì $BC < AB + AC$.

♣ Ngược lại, trong một tam giác độ dài một cạnh bất kì luôn lớn hơn hiệu hai cạnh còn lại.
Cụ thể: ΔABC thì $AC > BC - AB$.



Hình 2

♣ Để kiểm tra độ dài ba đoạn thẳng có là ba cạnh của một tam giác hay không ta chỉ cần kiểm tra cạnh lớn nhất với tổng hai cạnh còn lại.

♣ Với ba điểm A, B, C ta luôn có $AB + BC \geq AC$.

B. LUYỆN TẬP.

Bài 1: Hãy kiểm tra xem độ dài ba đoạn thẳng sau có là 3 cạnh của một tam giác hay không?

a) $2cm$, $3cm$, $6cm$ b) $2cm$, $4cm$, $6cm$ c) $3cm$, $4cm$, $6cm$.

Bài 2: Hãy kiểm tra xem độ dài ba đoạn thẳng sau có là 3 cạnh của một tam giác hay không?

a) $5cm$, $10cm$, $12cm$ b) $2cm$, $4cm$, 3cm c) $1cm$; $2cm$; $3,5cm$

Bài 3: Cho ΔABC cân. Tính chu vi biết $AB = 5cm$, $AC = 12cm$.

Bài 4: Cho ΔABC cân. Tính chu vi biết $AB = 6cm$, $AC = 13cm$.

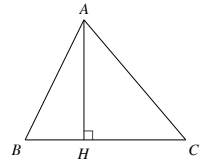
Bài 5: Cho ΔABC cân. Tính chu vi biết $AB = 4cm$, $AC = 9cm$.

Bài 6: Tính chua vi của ΔABC biết $AB = 1cm$, $BC = 5cm$ và AC là một số nguyên.

Bài 7: Cho ΔABC, trong đó BC là cạnh lớn nhất. Gọi AH là đường vuông góc kẻ từ A đến BC. (*Hình* 3).

a) So sánh $AB + AC$ với $BH + CH$.

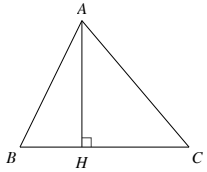
b) Chứng minh $AB + AC > BC$.



Hình 3

Bài 8: Cho ΔABC có BC là cạnh lớn nhất.

Vẽ đường cao AH. (*Hình* 4).

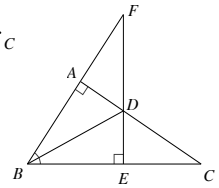


Hình 4

a) Vì sao B, C không thể là góc tù hoặc vuông.

b) Chứng minh $BC > AB + AC - 2.AH$.

Bài 9: Cho ΔABC vuông tại A. Vẽ tia phân giác $BD\ (D \in AC)$. Từ D vẽ $DE \perp BC\ (E \in BC)$.



Hình 5

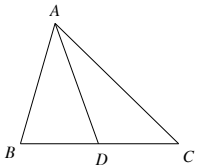
a) Chứng minh $DA = DE$. (*Hình* 5).

b) Gọi ED cắt AB tại F.

Chứng minh $\Delta ADF = \Delta EDC$ rồi suy ra $DF > DE$.

Bài 10: Cho ΔABC. Điểm D nằm giữa B và C.

Chứng minh $AD < \dfrac{AB + BC + CA}{2}$ (*Hình* 6).

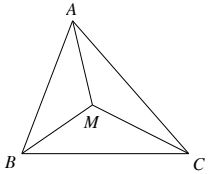


Hình 6

Bài 11: Cho ΔABC. Gọi M là một điểm bất kì nằm trong ΔABC.

a) Chứng minh rằng $MA + MB + MC > \dfrac{AB + BC + CA}{2}$. (*Hình* 7).

b) $\Delta MA + MB + MC < AB + BC + CA$.



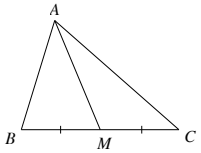
Hình 6

Bài 4. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN, BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG MỘT TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Sự đồng quy của ba đường trung tuyến trong tam giác.

Ví dụ 1: Cho ΔABC, M là trung điểm của BC.



Hình 1

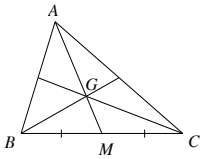
Khi đó đoạn thẳng AM gọi là đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A hoặc đường trung tuyến ứng với cạnh BC. (*Hình* 1).

Đường thẳng AM cũng được gọi là đường trung tuyến của ΔABC.

Kết luận:

- ♣ Đường trung tuyến của một tam giác là đường thẳng đi qua đỉnh và trung điểm của cạnh đối diện.
- ♣ Trong một tam giác có ba đường trung tuyến.
- ♣ Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm, điểm này cách mỗi đỉnh bằng $\dfrac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến ấy. (*Hình* 2).

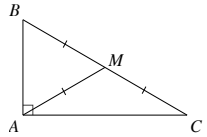
  Cụ thể: $AG = \dfrac{2}{3}AM$.



Hình 2

- ♣ Điểm G gọi là trọng tâm của ΔABC.
- ♣ Đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong một tam giác vuông bằng một nửa cạnh huyền. (*Hình* 3).

  Cụ thể: $AM = \dfrac{BC}{2} = BM = CM$.

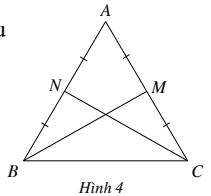


Hình 3

- ♣ Trong tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên bằng nhau. (*Hình* 4).

  Cụ thể: ΔABC cân tại $A \Rightarrow BM = CN$.

  Và ngược lại nếu một tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau Thì tam giác đó là tam giác cân.
- ♣ Trong tam giác đều, ba đường trùng tuyến bằng nhau.



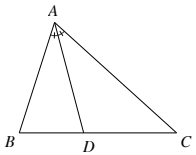
Hình 4

2) Sự đồng quy của ba đường phân giác trong tam giác.

Ví dụ 2: Cho ΔABC, tia phân giác A cắt BC tại D.

Khi đó đoạn thẳng AD gọi là đường phân giác xuất phát từ đỉnh A của ΔABC.

Đường thẳng AD cũng gọi là đường phân giác của ΔABC. (*Hình* 5).

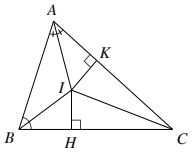


Hình 5

Kết luận:

- ♣ Trong một tam giác có ba đường phân giác.
- ♣ Ba đường phân giác của một tam giác cùng cắt nhau tại một điểm, điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó. (*Hình* 6).

  Cụ thể: $IH = IK$.

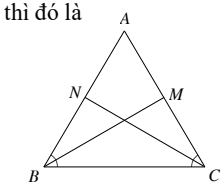


Hình 6

- ♣ Trong tam giác cân, hai đường phân giác xuất phát từ hai cạnh đáy bằng nhau và ngược lại nếu một tam giác có hai đường phân giác bằng nhau thì đó là tam giác cân. (*Hình* 7).

  Cụ thể: ΔABC có hai đường trung tuyến BM, CN

  và $BM = CN \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

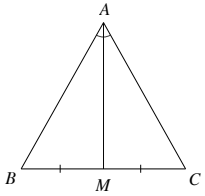


Hình 7

- ♣ Một tam giác có một đường phân giác cũng là đường trung tuyến Thì tam giác ấy là tam giác cân. (*Hình* 8).

  Cụ thể: ΔABC có AM là tia phân giác cũng là trung tuyến

  $\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.



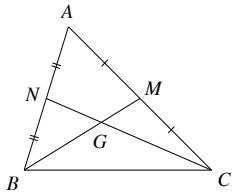
Hình 8

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho *Hình* 9.

a) Chỉ ra các đường trung tuyến.

b) $BG = ...BM,\ CG = ...CN$.

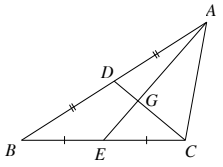


Hình 9

Bài 2: Cho *Hình* 10.

a) Chỉ ra các đường trung tuyến.

b) $EG = ...AE,\ DG = ...CD$.



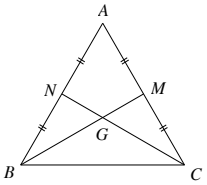
Hình 10

Bài 3: Cho *Hình* 11.

a) Chỉ ra các đường trung tuyến.

b) ΔABC là tam giác gì?

c) $MG = ...BG,\ GC = ...GN$.

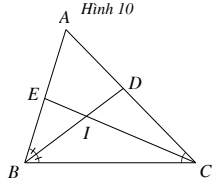


Hình 11

Bài 4: Cho *Hình* 12.

a) Chỉ ra các đường phân giác.

b) AI là đường gì của BAC.

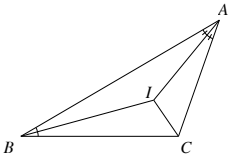


Hình 12

Bài 5: Cho *Hình* 13. biết $ACB = 110^0$.

a) Chỉ ra các đường phân giác.

b) Tính ACI.

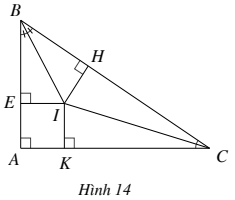


Hình 13

Bài 6: Cho *Hình* 14.

a) Chỉ ra các đường phân giác.

b) Chỉ ra các cạnh bằng nhau.

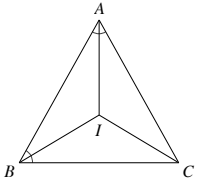


Hình 14

Bài 7: Cho *Hình* 15. Biết ΔABC đều

a) Chỉ ra các đường phân giác.

b) Tính AIB, BIC.

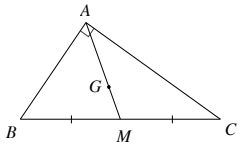


Hình 15

Bài 8: Cho ΔABC vuông tại A, có $BC = 5cm$.

Tính khoảng cách từ A đến trọng tâm G của tam giác.

(*Hình* 16).

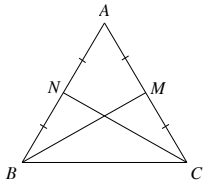


Hình 16

Bài 9: Cho ΔABC cân tại A có hai đường trung tuyến BM và CN.

a) Chứng minh $\Delta NBC = \Delta MCB$ (*Hình* 17).

b) Chứng minh $BNC = CMB$



Hình 17

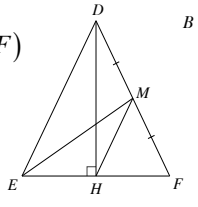
Bài 10: Cho ΔDEF cân tại D, kẻ $DH \perp EF$ $(H \in EF)$

a) Chứng minh $\Delta DEH = \Delta DFH$. (*Hình* 18).

b) Tính số đo hai góc DHE, DHF.

c) M là trung điểm của DF.

Biết $DE = DF = 13cm$. Tính HM.



Hình 18

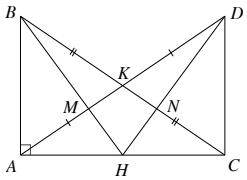
Bài 11: Cho ΔABC vuông tại A, K là trung điểm của BC trên tia đối của tia KA lấy D sao cho $KD = KA$. (*Hình* 19).

a) Chứng minh $CD \,//\, AB$.

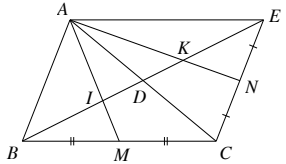
b) Gọi H là trung điểm của AC, BH cắt AD tại M, DH cắt BC tại N.

Chứng minh $\Delta ABH = \Delta CDH$

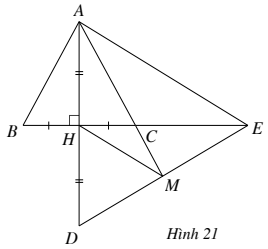
c) Chứng minh ΔHMN cân.



Hình 19



Hình 20



Hình 21

Bài 12: Cho ΔABC, đường trung tuyến BD, trên tia đối của tia DB lấy điểm E sao cho $DE = DB$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC và CE. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của AM, AN với BE. Chứng minh $BI = IK = KE$. (*Hình* 20).

Bài 13: Cho ΔABC cân tại A, đường cao AH. Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = CB$. (*Hình* 21).

a) Chứng minh C là trọng tâm của ΔADE.

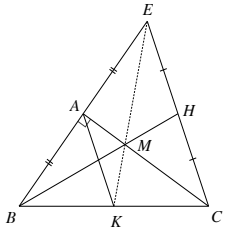
b) Tia AC cắt DE tại M. Chứng minh $AE // HM$.

Bài 14: Cho ΔABC vuông tại A. Trên tia đối của tia AB lấy điểm E sao cho A là trung điểm của BE. (*Hình* 22).

a) Chứng minh $\Delta ABC = \Delta AEC$.

b) Vẽ đường trung tuyến BH của ΔBEC cắt cạnh AC tại M. Chứng minh M là trọng tâm của ΔBEC và tính độ dài CM.

c) Từ A vẽ đường thẳng song song với EC đường thẳng này cắt BC tại K. Chứng minh E, M, K thẳng hàng.



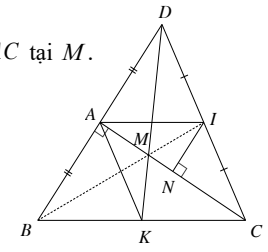
Hình 22

Bài 15: Cho ΔABC có $AC = 21cm$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$.

a) Chứng minh ΔDBC cân. (*Hình* 23).

b) Gọi K là trung điểm của cạnh BC. Đường thẳng DK cắt AC tại M. Tính CM.

c) Từ trung điểm N của đoạn AC kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt DC tại I. Chứng minh B, M, I thẳng hàng.



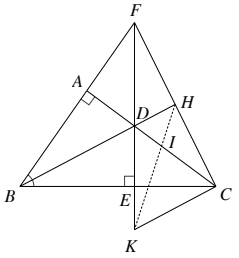
Hình 23

Bài 16: Cho ΔABC vuông tại A, tia phân giác ABC cắt AC tại D. Kẻ DE vuông góc với $BC\ (E \in BC)$. Gọi F là giao điểm của tia BA và tia ED.

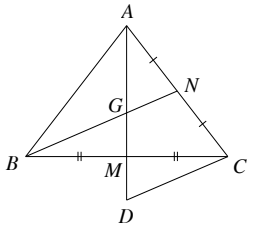
a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta EBD$. (*Hình* 24).

b) Chứng minh ΔDFC cân.

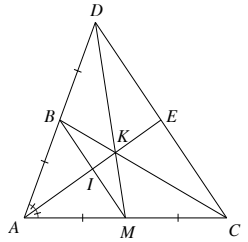
c) CD cắt CF tại H. Trên tia đối của tia DF lấy điểm K sao cho $DK = DF$. Vẽ điểm I nằm trên đoạn CD sao cho $CI = 2.DI$. Chứng minh $DH \perp CF$ và K, I, H thẳng hàng.



Hình 24



Hình 25



Hình 26

Bài 17: Cho ΔABC cân tại A, có cạnh BC là cạnh lớn nhất, các đường trung tuyến AM và BN của ΔABC cắt nhau tại G. Trên tia đối của tia MG lấy điểm D sao cho M là trung điểm của GD.(*Hình* 25).

a) Chứng minh $\Delta BMG = \Delta CMD$. Từ đó chứng minh $BG // CD$.

b) Chứng minh $3.CD = 2.BN$.

c) Chứng minh $CN < CD$.

Bài 18: Cho ΔABC có $AC = 2.AB$. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. Tia phân giác của BAC cắt BM tại I. (*Hình* 26).

a) Chứng minh $\Delta ABI = \Delta AMI$. Từ đó suy ra $AI \perp BM$.

b) Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho B là trung điểm của AD. Chứng minh $DC // BM$.

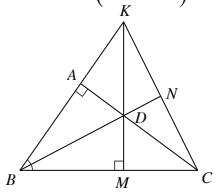
c) Kéo dài AI cắt cạnh BC tại K và cắt CD tại E. Chứng minh D, K, M thẳng hàng.

Bài 19: Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$, kẻ đường phân giác BD của $ABC\ (D \in AC)$. Kẻ DM vuông góc với BC tại M. (*Hình* 27).

a) Chứng minh $\Delta DAB = \Delta DMB$.

b) Chứng minh BD là đường trung trực của AM.

c) Gọi K là giao điểm của đường thẳng DM và đường thẳng AB, đường thẳng BD cắt KC tại N.



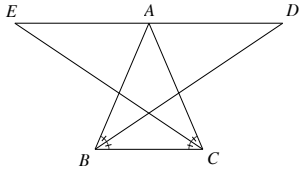
Hình 27

Chứng minh $BN \perp KC$ và ΔKDC cân tại B.

Bài 20: Cho ΔABC cân tại A. Qua điểm A kẻ đường thẳng (d) song song với BC. Các đường phân giác góc B và góc C lần lượt cắt đường thẳng (d) tại D và E. Chứng minh: (*Hình* 28).

a) AD là tia phân giác của góc ngoài tại đỉnh A của ΔABC.

b) ΔECD vuông.

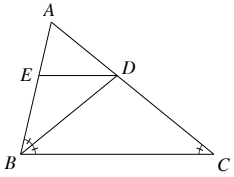


Hình 28

Bài 21: Cho ΔABC có $B = 2C$. Kẻ đường phân giác BD từ D kẻ $DE // BC\ (E \in AB)$. Chứng minh (*Hình* 29).

a) $BD = DC$ và $EB = ED$

b) Để có $DA = DC = DB$ thì ΔABC là tam giác gì?



Hình 29

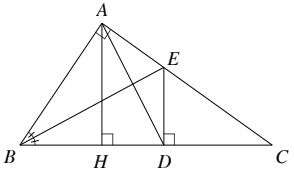
Bài 22: Cho ΔABC vuông tại A biết cạnh. Tia phân giác của góc B cắt AC tại E. Từ E kẻ ED vuông góc với BC tại D.

a) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta DBE$. (*Hình* 30).

b) Chứng minh BE là đường trung trực của đoạn AD.

c) Kẻ $AH \perp BC,\ (H \in BC)$.

Chứng minh AD là tia phân giác HAC.



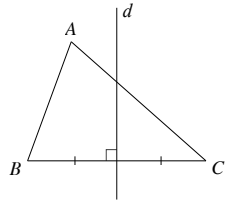
Hình 30

Bài 5. SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC, BA ĐƯỜNG CAO TRONG MỘT TAM GIÁC.

A, LÝ THUYẾT.

1) Sự đồng quy của ba đường trung trực trong một tam giác.

Ví dụ 1: Cho ΔABC, vẽ đường thẳng d là đường trung trực của BC. Khi đó đường thẳng d gọi là đường trung trực của ΔABC.



Hình 1

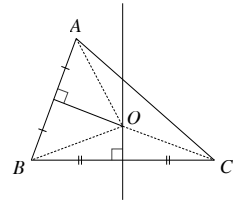
Kết luận:

♣ Trong một tam giác có ba đường trung trực.

♣ Ba đường trung trực của một tam giác đồng quy tại một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác.
Cụ thể: O là giao điểm 2 đường trung trực ΔABC
Nên $OA = OB = OC$. (*Hình* 2).

♣ Vì O các đều ba đỉnh ΔABC nên O là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C.

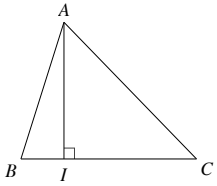
♣ Trong tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy cũng là đường trung tuyến, phân giác.



Hình 2

2) Sự đồng quy của ba đường cao trong một tam giác.

Ví dụ 2: Cho ΔABC, từ A kẻ $AI \perp BC$. Khi đó AI gọi là đường cao xuất phát từ đỉnh A hoặc ứng với cạnh BC của ΔABC.
Đường thẳng AI cũng gọi là đường cao của ΔABC.



Hình 3

Kết luận:

♣ Trong một tam giác có ba đường cao.

♣ Ba đường cao của một tam giác đồng quy tại một điểm, điểm Này gọi là trực tâm của ΔABC.

♣ ΔABC là tam giác vuông thì trực tâm trùng với đỉnh vuông.

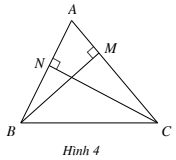
♣ ΔABC là tam giác tù thì trực tâm nằm bên ngoài tam giác.

♣ Trong tam giác cân, hai đường cao ứng với hai cạnh bên bằng nhau.

♣ Trong tam giác cân thì đường cao từ đỉnh cân cũng là trung tuyến, phân giác, trung trực.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho *Hình* 4. Hãy chỉ ra các đường cao của ΔABC.

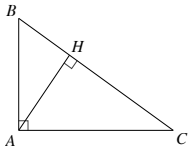


Hình 4

Bài 2: Cho *Hình* 5.

a) Cho biết đường cao ứng với cạnh BC.

b) Chỉ ra trực tâm của ΔABC.

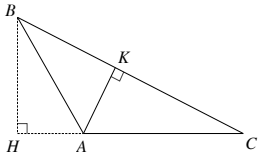


Hình 5

Bài 3: Cho *Hình* 6.

a) Chỉ ra các đường cao của ΔABC.

b) Chỉ ra trực tâm của ΔAKC.

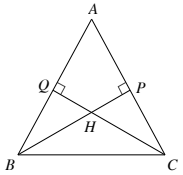


Hình 6

Bài 4: Cho *Hình* 7. Biết ΔABC cân tại A.

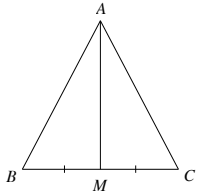
a) Chỉ ra các đường cao của ΔABC.

b) Chỉ ra các đoạn thẳng bằng nhau.

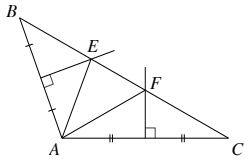


Hình 7

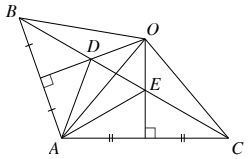
Bài 5: Cho *Hình* 8. Biết ΔABC cân tại A, AM là trung tuyến. Hỏi AM có thể là các đường gì của ΔABC.



Hình 8



Hình 9



Hình 10

Bài 6: Cho ΔABC có $A = 110^0$, các đường trung trực AB và AC cắt cạnh BC theo thứ tự ở E và F. Tính EAF (*Hình* 9).

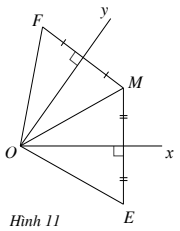
Bài 7: Cho ΔABC có $A > 90^0$. Các đường trung trực AB và AC cắt nhau tại O và cắt BC theo thứ tự tại D và E.

a) Chứng minh ΔABD, ΔACE cân. (*Hình* 10).

b) Đường tròn tâm O bán kính OA đi qua những điểm nào trong hình vẽ.

c) Chứng minh AO là phân giác của DAE.

Bài 8: Cho $xOy = \alpha$ $\left(\alpha < 90^0\right)$ và điểm M nằm trong góc đó. Ở ngoài xOy lấy hai điểm E và F sao cho Ox là đường trung trực của đoạn ME, Oy là trung trực của MF. (*Hình* 11).



Hình 11

a) Chứng minh $OE = OF$.

b) Tính EOF theo α.

c) Nếu $\alpha = 90^0$ thì điểm O nằm ở vị trí nào trên đoạn EF? Vì sao?

Bài 9: Cho ΔABC có $A = 60^0$. M là điểm nằm giữa B và C. Vẽ điểm E sao cho AB là trung trực của ME, Điểm F sao cho AC là trung trực của MF. (*Hình* 12).

a) Chứng minh trung trực của EF đi qua A.

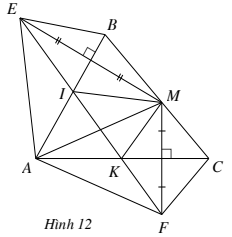
b) Chứng minh $BE + CF = BC$.

c) Tính các góc của ΔAEF.

d) EF cắt AB, AC lần lượt ở I và K.

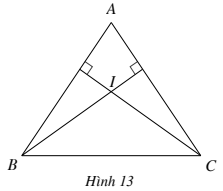
Chứng minh MA là phân giác của IMK.

e) Để A là trung điểm của EF thì ΔABC cần có thêm điều kiện gì?



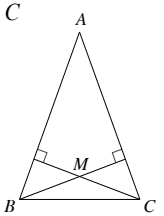
Hình 12

Bài 10: Cho ΔABC cân tại A có các đường cao BD, CE cắt nhau tại I. Biết $BIC = 110^0$. Tính các góc của ΔABC. (*Hình* 13).



Hình 13

Bài 11: Cho ΔABC nhọn và cân tại A. Hai đường cao xuất phát từ đỉnh B và C cắt nhau tại M. Hãy tìm các góc của ΔABC. Biết $BMC = 140^0$. (*Hình* 14).

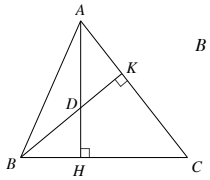


Hình 14

Bài 12: Hai đường cao AH và BK của ΔABC nhọn cắt nhau ở D.

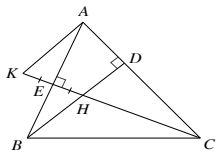
a) Tính HDK khi $C = 50^0$. (*Hình* 15).

b) Chứng minh nếu $DA = DB$ thì ΔABC cân.

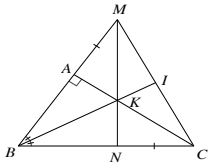


Hình 15

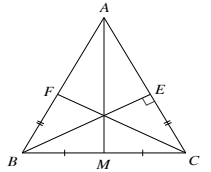
Bài 13: Cho ΔABC nhọn, hai đường cao BD và CE. giặp nhau tại H. Vẽ điểm K sao cho AB là trung trực của HK. Chứng minh $KAB = KCB$. (*Hình* 16).



Hình 16



Hình 17



Hình 18

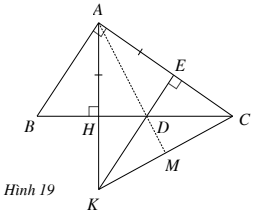
Bài 14: Cho ΔABC vuông tại A. Lấy điểm M trên tia BA sao cho $BM = BC$. Phân giác ΔABC

cắt AC ở K, cắt MC ở I. Trên cạnh BC lấy điểm N sao cho $CN = MA$.

Chứng minh K, M, N thẳng hàng. (*Hình* 17).

Bài 15: Cho ΔABC cân tại A. Trung tuyến AM, đường cao BE. Trên tia BA lấy điểm F sao cho $BF = CE$. Chứng minh BE, CF, AM đồng quy. (*Hình* 18).

Bài 16: Cho ΔABC $(AB < AC)$ vuông tại A. đường cao AH. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AH = AE$. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AC. cắt BC tại D. (*Hình* 19).



Hình 19

a) Chứng minh $\Delta AHD = \Delta AED$.

b) So sánh DH và DC.

c) Gọi DE cắt AH tại K. Chứng minh ΔDKC cân tại D.

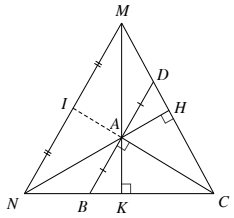
d) Gọi M là trung điểm của KC. Chứng minh ba điểm A, D, M thẳng hàng.

Bài 17: Cho ΔABC vuông tại A. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$.

a) Chứng minh $\Delta ADC = \Delta ABC$. (*Hình* 20).

b) Từ A kẻ AK vuông góc với BC tại K, kẻ $AH \perp DC$ tại H. Chứng minh $AK = AH$.

c) Kéo dài KA cắt tia CD tại M, kéo dài HA cắt tia CB tại N. Gọi I là trung điểm của MN. Chứng minh C, A, I thẳng hàng.



Hình 20

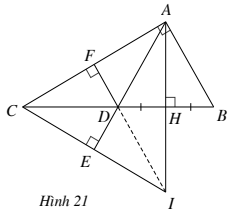
Bài 18: Cho ΔABC vuông tại A có $C = 30^0$. Đường cao AH. Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$.

a) Chứng minh $\Delta AHB = \Delta AHD$. (*Hình* 21).

b) Chứng minh ΔABD đều.

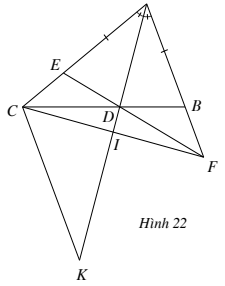
c) Từ C kẻ CE vuông góc với AD. Chứng minh $DE = HB$.

d) Từ D kẻ DF vuông góc với AC. I là giao điểm của CE và AH. Chứng minh I, D, F thẳng hàng.



Hình 21

Bài 19: Cho ΔABC $(AB < AC)$ nhọn. Vẽ tia phân giác AD $(D \in BC)$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$.



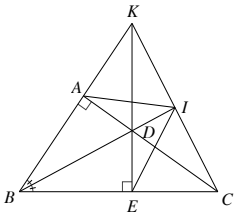
Hình 22

a) Chứng minh $BD = DE$. (*Hình* 22).

b) Đường thẳng DE và AB cắt nhau tại F. Chứng minh $\Delta DBF = \Delta DEC$.

c) Qua C kẻ tia $Cx // AB$ và cắt tia AD tại K. Gọi I là giao điểm của AK và CF. Chứng minh I là trung điểm của AK.

Bài 20: Cho ΔABC vuông tại A. Vẽ đường phân giác BD của ΔABC $(D \in AC)$. Vẽ $DE \perp BC$ tại E. (*Hình* 23).



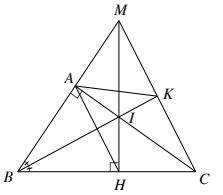
Hình 23

a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta EBD$

b) Trên tia đối của tia AB lấy điểm K sao cho $AK = EC$. Chứng minh $BKC = BCK$.

c) Tia BD cắt KC tại I. Chứng minh $IA = IE$.

Bài 21: Cho ΔABC vuông tại A, trên tia BA lấy điểm M sao cho $BM = BC$. Phân giác của ABC cắt AC tại I, cắt MC tại K. Tia MI cắt BC ở H. (*Hình* 24).



Hình 24

a) Chứng minh BI là trung trực của AH và $AH // MC$.

b) Chứng minh $AK + KH = CM$.

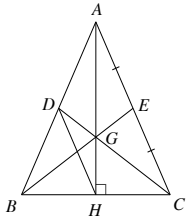
c) Nếu $KAH = 60^0$. Tính $ABC = 60^0$.

Bài 22: Cho ΔABC cân tại A, đường cao AH $(H \in BC)$.

a) Chứng minh $\Delta AHB = \Delta AHC$. (*Hình* 25).

b) Từ H kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại D. Chứng minh ΔADH cân từ đó suy ra $AD = DH$.

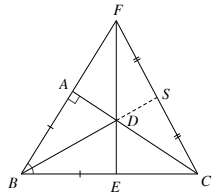
c) Gọi E là trung điểm của AC, CD cắt AH tại G. Chứng minh B, G, E thẳng hàng.



Hình 25

d) Chứng minh chu vi $\Delta ABC > AH + 3.BG$.

Bài 23: Cho ΔABC vuông tại A $(AB < AC)$. Kẻ BD là tia phân giác của B $(D \in AC)$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $AB = BE$. (*Hình* 26).



Hình 26

a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta EBD$.

b) So sánh AD và DC.

c) Đường thẳng ED cắt AB tại F. Gọi S là trung điểm của FC. Chứng minh ba điểm B, D, S thẳng hàng.

Bài 24: Cho ΔABC vuông tại A có $C = 30^0$. Tia phân giác

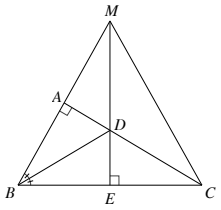
góc B cắt AC tại D. Kẻ $DE \perp BC$ tại E. (*Hình* 27).

a) Chứng minh $AB = BE$.

b) Chứng minh BD là trung trực của AE.

c) Gọi M là giao điểm của ED và BA. Chứng minh $DM = DC$.

d) Chứng minh $DE = \frac{1}{3}ME$.



Hình 27

Bài 25: Cho ΔABC cân tại A. Đường phân giác AH.

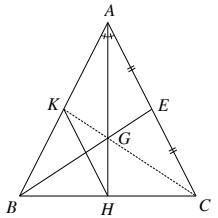
Gọi D là trung điểm của AC. BD cắt AH tại G. Từ H kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại K. (*Hình* 28).

Chứng minh

a) $\Delta AHB = \Delta AHC$ và $AH \perp BC$.

b) G là trọng tâm của ΔABC.

c) Ba điểm C, G, K thẳng hàng.



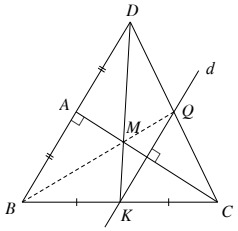
Hình 28

Bài 26: Cho ΔABC vuông tại A. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho A là trung điểm của đoạn BD. (*Hình* 29).

a) Chứng minh ΔBCD cân.

b) Gọi K là trung điểm của cạnh BC. Đường thẳng DK cắt AC tại M. Tính MC.

c) Đường trung trực d của đoạn AC cắt đường thẳng DC tại Q. Chứng minh B, M, Q thẳng hàng.



Hình 29

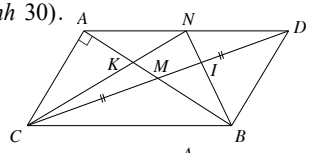
Bài 27: Cho ΔABC vuông tại A, M là trung điểm của AB. (*Hình* 30).

a) Trên tia đối của tia MC lấy điểm D sao cho $MD = MC$.

Chứng minh $\Delta MAC = \Delta MBD$ và $AC = BD$.

b) Gọi K là điểm nằm trên AM sao cho $AK = \frac{2}{3}AM$.

Gọi N là giao điểm của CK và AD, I là giao điểm của BN và CD. Chứng minh $CD = 3.ID$.

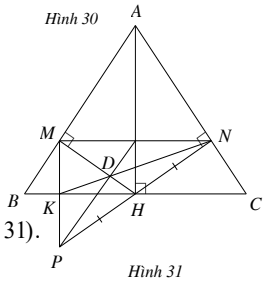


Hình 30

Bài 28: Cho ΔABC cân tại A. Đường cao $AH\left(H \in BC\right)$.

a) Chứng minh H là trung điểm của BC và $BAH = HAC$. (*Hình* 31).

b) Kẻ $HM \perp AB$ tại M và $HN \perp AC$ tại N.



Hình 31

Chứng minh ΔAMN cân tại A.

c) Vẽ điểm P sao cho H là trung điểm của đoạn NP.

Chứng minh BC là trung trực của đoạn MP.

MP cắt BC tại K, NK cắt MH tại D.

Chứng minh AH, MN, DP đồng quy.

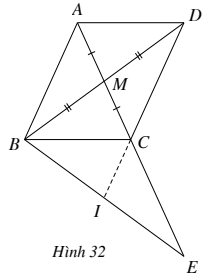
Bài 29: Cho ΔABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của AC. Trên tia đối của tia MB lấy điểm D sao cho $MD = MB$. Chứng minh (*Hình* 32).

a) $\Delta BMC = \Delta DMA$ và $AD \,//\, BC$.

b) $AB = DC$ và ΔACD là tam giác cân.

c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $CA = CE$.

Chứng minh DC đi qua trung điểm I của BE.



Hình 32

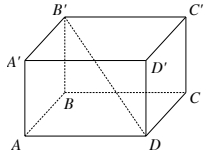
CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN.

Bài 1. HÌNH HỘP CHỮ NHẬT VÀ HÌNH LẬP PHƯƠNG.

A. LÝ THUYẾT.

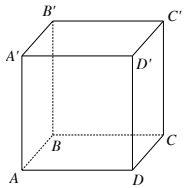
1) Hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Hình hộp chữ nhật ở *Hình* 1. có tên $ABCD.A'B'C'D'$



Hình 1

- ♣ 6 mặt là các hình chữ nhật gồm:
  + 2 mặt đáy: Đáy trên $A'B'C'D'$, đáy dưới $ABCD$.
  + 4 mặt bên: $ADD'A'$, $ABB'A'$, $BCC'B'$, $DCC'D'$.
- ♣ 12 cạnh gồm:
  + 4 cạnh bên song song và bằng nhau: AA', BB', CC', DD'.
  + 8 cạnh đáy: AB, BC, CD, DA, $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$.
- ♣ 4 đường chéo gồm AC', $A'C$, BD', $B'D$.



Hình 2

Chú ý:

- ♣ Trong hình chữ nhật, các cạnh bên còn gọi là các đường cao.
- ♣ Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là các hình vuông (*Hình* 2).

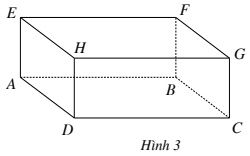
Ví dụ 1: Cho hình hộp chữ nhật ở *Hình* 3.

a) Viết tên của hình hộp chữ nhật.

b) Viết tên các mặt bên của hình hộp chữ nhật.

c) So sánh độ dài các cạnh AE với GC.

d) So sánh độ dài AB và HG.



Hình 3

a) Hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$

b) Các mặt bên của hình hộp chữ nhật là $DCGH$, $ADHE$, $BCGF$, $ABFE$

c) $AE = GC$ vì đều là các cạnh bên.

d) Ta có $AB = DC$ (vì $ABCD$ là hình chữ nhật)
và $DC = HG$ (vì $DCHG$ là hình chữ nhật) nên $AB = HG$.

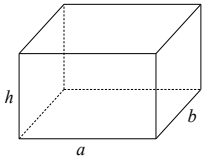
2) Diện tích xung quanh và thể tích của hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Cho hình hộp chữ nhật có kích thước như *Hình* 4.

- ♣ Diện tích xung quanh là tổng diện tích của các mặt xung quanh (không bao gồm hai đáy)

Như vậy $S_{xq} = 2.(a+b).h$

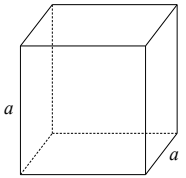
- ♣ Thể tích là $V = a.b.h$



Hình 4

Cho hình lập phương như *Hình* 5.

- ♣ Diện tích xung quanh là $S_{xq} = 4a^2$
- ♣ Thể tích là $V = a^3$



Hình 5

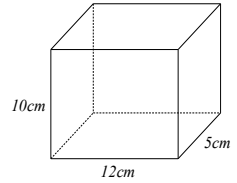
Ví dụ 2: Cho hình hộp chữ nhật có kích thước như Hình 6.

a) Tính diện tích xung quanh.

b) Tính thể tích.

a) Diện tích xung quanh là $S_{xq} = (12+5).2.10 = 340cm^2$

b) Thể tích là $V = 12.5.10 = 600cm^3$



Hình 6

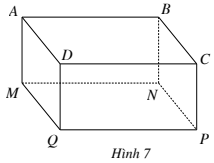
B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho hình hộp chữ nhật như (*Hình* 7).

a) Viết tên hình hộp.

b) Chỉ ra các mặt đáy.

c) Dùng thước vẽ 1 đường chéo của hình hộp.



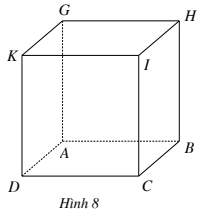
Hình 7

Bài 2: Cho hình lập phương như (*Hình* 8).

a) Viết tên hình lập phương.

b) Chỉ ra các mặt bên.

c) Chỉ ra các đường chéo của hình lập phương.



Hình 8

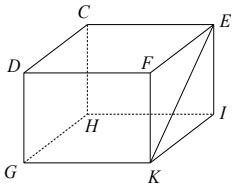
Bài 3: Cho hình hộp chữ nhật như (*Hình* 9).

a) Viết tên hình hộp.

b) Chỉ ra các đường cao.

c) Chỉ ra các cạnh bằng nhau.

d) KE có là đường chéo không?

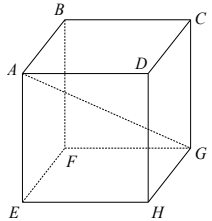


Hình 9

Bài 4: Cho hình hộp chữ nhật như (*Hình* 10).

a) Viết tên hình hộp.

b) Chỉ ra các đường chéo.



Hình 10

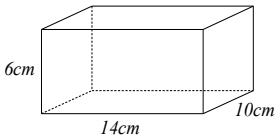
c) Có mấy mặt bên, đó là những mặt nào?

d) Cho biết $AE = 7cm$. Hãy chỉ ra các cạnh có độ dài bằng $7cm$.

Bài 5: Cho hình hộp chữ nhật có kích thước như (*Hình* 11).

a) Tính diện tích xung quanh của hình hộp.

b) Tính thể tích của hình hộp.

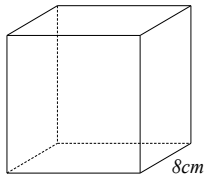


Hình 11

Bài 6: Cho hình lập phương (*Hình* 12).

a) Tính diện tích xung quanh.

b) Tính thể tích.

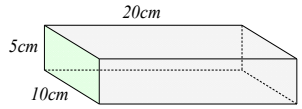


Hình 12

Bài 7: Một viên gạch có kích thước như *Hình* 13.

a) Tính diện tích xung quanh

b) Một chiếc xe chở vật liệu có thùng xe 3 khối thì có thể chở được tối đa là bao nhiêu viên gạch?

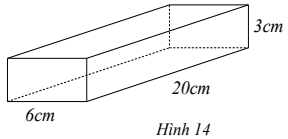


Hình 13

Bài 8: Một khúc gỗ có kích thước như *Hình* 14.

a) Tính thể tích của miếng gỗ.

b) Miếng gỗ này dùng để sẻ thành các miếng nhỏ hơn để làm thước kẻ học sinh có chiều dài $20cm$ chiều rộng là $3cm$ và độ dày là $5mm$. Hỏi miếng gỗ này có thể làm thành bao nhiêu chiếc thước nhỏ cho học sinh.



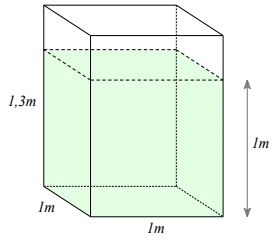
Hình 14

Bài 9: Một bể cá bằng thủy tinh có hình dạng và kích thước như *Hình* 15.

a) Bể cá này có hình dạng hình gì?

b) Tính diện tích xung quanh và thể tích của bể cá.

c) Người ta đổ nước vào bể cao $1m$. Tính thể tích lượng nước Đổ vào trong bể.

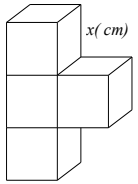


Hình 15

Bài 10: Một mảnh gép trong trò chơi xếp hình có hình dạng như *Hình* 16. Biết thể tích của cả hình này là $108cm^3$.

a) Tính độ dài x trong hình vẽ.

b) Nếu đặt mảnh gép này xuống dưới mặt đất sao cho diện tích



Hình 16

tiếp xúc với mặt đất là lớp nhất thì diện tích tiếp xúc lúc đó là bao nhiêu?

Bài 11: Một chiếc hộp đựng thức ăn hình lập phương có kích thước 15cm.

a) Tính diện tích xung quanh của hộp.

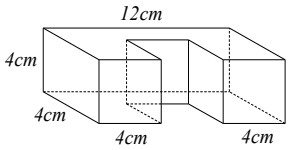
b) Tính thể tích của hộp.

Bài 12: Một hộp sữa hình hộp chữ nhật có kích thước như sau chiều ngang là 10cm, chiều sâu là 5cm và chiều cao là 22cm có ghi thể thích thực là 1 lít. Tính chiều cao của lượng sữa trong hộp sữa đó.

Bài 13: Một hình hộp chữ nhật có kích thước như hình 17. và bị khuyết mất một phần, phần khuyết này là một hình lập phương nhỏ có cạnh $4cm$.

a) Tính thể tích của hình hộp chữ nhật bị khuyết này.

b) Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật bị khuyết này.



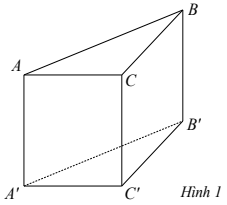
Hình 17

Bài 2. HÌNH LẶNG TRỤ ĐỨNG TAM GIÁC
VÀ HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG TỨ GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

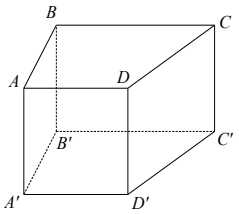
1) Hình lăng trụ đứng tam giác và hình lăng trụ đứng tứ giác.

Hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ như *Hình* 1. gồm có:



Hình 1

- ♣ 5 mặt gồm:
  - + 3 mặt bên: $ACC'A'$, $ABB'A'$, $BCC'B'$
  - + 2 mặt đáy: ABC, $A'B'C'$
- ♣ 9 cạnh gồm:
  - + 6 cạnh đáy: AB, BC, CA, $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$
  - + 3 cạnh bên (đường cao): AA', BB', CC'



Hình 2

Hình lăng trụ đứng tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ như *Hình* 2. gồm có:

- ♣ 6 mặt gồm:
  - + 2 mặt đáy: Đáy trên $ABCD$, đáy dưới $A'B'C'D'$
  - + 4 mặt bên: $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $ADD'A'$
- ♣ 12 cạnh gồm:
  - +4 cạnh bên (đường cao): AA', BB', CC', DD'
  - + 8 cạnh đáy: AB, BC, CD, DA, $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$

Chú ý: Trong hình lăng trụ đứng tam giác, tứ giác thì

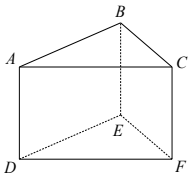
- ♣ Hai mặt đáy song song với nhau
- ♣ Các mặt bên là các hình chữ nhật
- ♣ Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- ♣ Hình hộp chữ nhật, hình lập phương cũng là hình lăng trụ đứng tứ giác.

Ví dụ 1: Cho hình lăng trụ đứng như *Hình* 3.

a) Kể tên hình lăng trụ đứng tam giác.

b) Kể tên các mặt đáy.

c) Chỉ ra đường cao của hình lằng trụ đứng này?



Hình 3

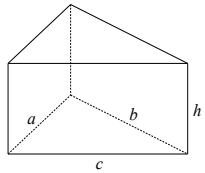
a) Hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.DEF$

b) Mặt đáy trên là ABC, mặt đáy dưới là DEF

c) Các đường cao là AD, BE hoặc CF

2) Diện tích xung quanh và thể tích củahình lăng trụ đứng tam giác và tứ giác.

Cho hình lăng trụ đứng tam giác có kích thước như *Hình* 4.



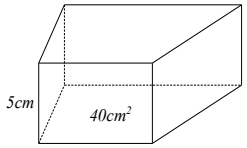
Hình 4

- ♣ Diện tích xung quanh là $S_{xq}=(a+b+c).h$
- ♣ Thể tích là $V=S_d.h$ trong đó S_d là diện tích đáy.

Chú ý:

- ♣ Công thức tính diện tích xung quanh, thể tích của hình Lăng trụ đứng tứ giác cũng giống như của hình lăng trụ đứng tam giác.

Ví dụ 2: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác có kích thước như *Hình* 5.



Hình 5

Tính thể tích của hình lăng trụ này

Thể tích của hình lăng trụ là $V=S_d.h=40.5=200cm^3$

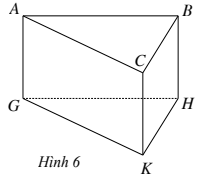
B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho hình lăng trụ đứng tam giác như *Hình* 6.

a) Kể tên hình lăng trụ đứng.

b) Chỉ ra các mặt bên.

c) Hai mặt đáy là các hình gì?



Hình 6

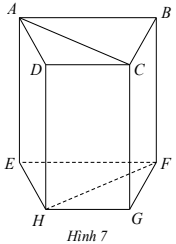
Bài 2: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác như *Hình* 7.

a) Kể tên hình lăng trụ đứng tứ giác.

b) Chỉ ra các mặt song song.

c) Kể tên các đường cao.

d) AC và HF có phải là hai đường chéo của hình lăng trụ đứng tứ giác không? Kể tên các đường chéo của hình lăng trụ này.



Hình 7

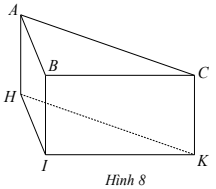
Bài 3: Cho hình lăng trụ đứng tam giác như *Hình* 8.

a) Kể tên hình lăng trụ.

b) Cho $CK=4cm$. Hãy chỉ ra các cạnh bằng $4cm$

c) Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình gì?

d) Viết công thức tính diện tích xung quanh.



Hình 8

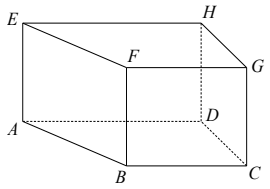
Bài 4: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác như *Hình* 9.

a) Viết tên hình lăng trụ đứng.

b) Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là hình gì?

c) Kể tên hai đường chéo bất kì của hình lăng trụ.

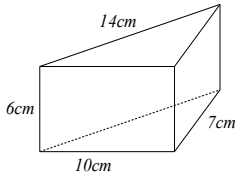
d) Viết công thức tính diện tích xung quanh và thể tích.



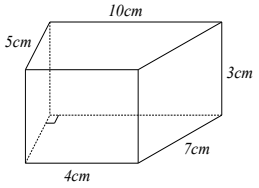
Hình 9

Bài 5: Cho hình lăng trụ đứng tam giác như *Hình* 10.

Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ



Hình 10

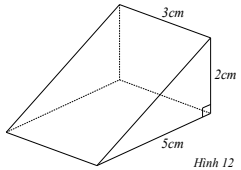


Hình 11

Bài 6: Cho hình lăng trụ đứng tứ giác có đáy là hình thang và kích thước như *Hình* 11.

a) Tính diện tích xung quanh của hình lăng trụ.

b) Tính thể tích của hình lăng trụ.



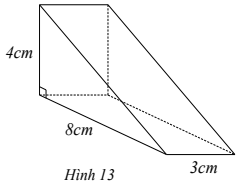
Hình 12

Bài 7: Cho hình lăng trụ đứng tam giác có kích thước và hình dáng như *Hình* 12. Tính thể tích của hình lăng trụ.

Bài 8: Một chiếc bánh ngọt có dạng hình lăng trụ đứng tam giác, kích thước như *Hình* 13.

a) Tính thể tích chiếc bánh.

b) Nếu phải làm một chiếc hộp hình hộp chữ nhật bằng giấy cứng để đựng vừa chiếc bánh thì cần dùng bao nhiêu cm^2 giấy cứng *(coi mép dán không đáng kể)*

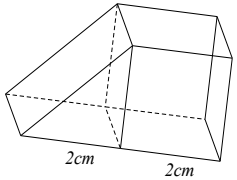


Hình 13

Bài 9: Một thiết bị làm bằng thép được gép bởi một hình lăng trụ đứng tam giác và một hình lập phương có hình dạng và kích thước như *Hình* 14.

a) Tính thể tích của thiết bị này.

b) Nếu dựng thiết bị này lên để được hình khối có chiều cao lớn nhất Tính diện tích phần tiếp xúc với mặt đất.

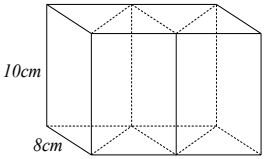


Hình 14

Bài 10: *Hình* 15 gồm 4 hình lăng trụ đứng tam giác bằng nhau tạo thành một hình hộp chữ nhật có thể tích là $960cm^3$.

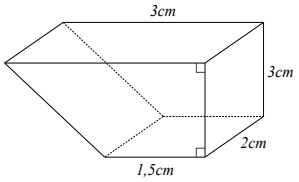
a) Tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật.

b) Nếu tách rời 4 hình lăng trụ đứng tam giác ra. Hãy tính Diện tích xung quanh của một hình lăng trụ đứng tam giác.



Hình 15

Bài 11: Thùng chứa của một chiếc máy thu hoạch có hình dạng một hình lăng trụ đứng tứ giác (*Hình* 16). Kích thước như hình mô phỏng. Hỏi thùng có dung tích bao nhiêu mét khối.



Hình 16